Proyecto II

Ángel González Prieto

1 de noviembre de 2021

Determinante

En este documento vamos a explicar la utilidad del *determinante* para caracterizar aplicaciones lineales que sean isomorfismos.

Definición 0.1. Consideremos una matriz $n \times n$ de la forma

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \\ a_{n1} & \dots & & a_{nn} \end{pmatrix}$$

El determinante de A, denotado por $\det(A)$, está dado por

$$\det(A) = \sum_{\sigma \in S_n} (-1)^{|\sigma|} a_{1\sigma(1)} \cdots a_{n\sigma(n)}.$$

Proposición 0.2. *El determinante* det *respeta el producto, esto es*

$$\det(AB) = \det(A) \cdot \det(B)$$

para cualesquiera matrices A y B.

Corolario 0.3. *Sea A una matriz $n \times n$. Se tiene que*

$$\det(PAP^{-1}) = \det(A)$$

para toda matrix invertible P.

Demostración. Por la proposición anterior, tenemos que

$$\det(PAP^{-1}) = \det(P) \det(A) \det(P^{-1}) = \det(P) \det(A) \det(P)^{-1} = \det(A),$$

como queríamos demostrar. □