

EXAMEN DE GEOMETRÍA ALGEBRAICA (Curso 2024/2025)

11 de diciembre de 2024

- 1) Demostrar que la función de Hilbert de la imagen $C \subset \mathbb{P}_k^4$ de la inmersión cuártica de Veronese $\nu_4 : \mathbb{P}_k^1 \rightarrow \mathbb{P}_k^4$ es $h_C(l) = 4l + 1$
- 2) Llamando cuártica racional normal a la cualquier curva en la clausura en $\text{Hilb}_{4l+1}(\mathbb{P}_k^4)$ del conjunto de curvas proyectivamente equivalentes a la curva del apartado anterior, demostrar que el conjunto de tales curvas es irreducible de dimensión 21 [si se desea, puede usarse el hecho de que por 7 puntos generales de \mathbb{P}_k^4 pasa una única cuártica racional normal].
- 3) Calcular un valor d_0 tal que una hipersuperficie general de grado $d \geq d_0$ de \mathbb{P}_k^4 no contiene cuárticas racionales normales.
- 4) Para el caso $d = 5$, razonar que se espera que una hipersuperficie quíntica general de \mathbb{P}_k^4 contenga un número finito cuárticas racionales normales.

Observación. Mientras no se entre en bucle, se puede utilizar el resultado de cualquiera de los apartados (se haya resuelto o no) para resolver otro apartado.