



Un paseo matemático por los Jardines de La Granja: geometría y naturaleza en un jardín ilustrado¹

Capi Corrales Rodrigáñez

¹ Una primera edición de este texto fue publicado como libro en diciembre de 2020 por las librerías Farinelli e Ícaro de La Granja de San Ildefonso.

Introducción	p. 4
Capítulo 1. De pasear por los Jardines de la Granja, a mirarlos desde un balcón.	p. 5
1. Orígenes del proyecto.	p. 6
2. Ejes.	p. 7
3. Objetivos.	p. 11
Capítulo 2. Los caminos.	p. 16
1. Historia del lugar.	p. 17
2. Qué significa <i>hacer geometría</i> .	p. 21
3. Geometría de los caminos.	p. 28
Capítulo 3. Las aguas.	p. 32
1. Domesticación.	p. 33
2. Captación.	p. 37
3. Distribución.	p. 43
Capítulo 4. El arte del cultivo.	p. 48
1. La secuoya: altura.	p. 53
2. El roble: longevidad.	p. 57
3. El tilo: polinización.	p. 60
Epílogo	p. 67
Anexo.	p. 70
Bibliografía	p. 73

Apéndice.

El solsticio de invierno desde los Jardines de la Granja. Eduardo Casanova Gimeno.

Agradecimientos

Leonor Blázquez, Jesús Cabrejas Artola ("Trampo"), Lucía y Ander Cachafeiro Ortega, Marta Carral Quijano, Eduardo Casanova Gimeno, Ana Corral, Pablo de Francisco, Carlos de Hita, Aurora de la Puente, Chu Díaz-Aquilar Cantero, Ana Fernández Inglada, Maribel Gilsanz, Miguel Ángel Moreno, Amadeo Olmos, José María Parreño, Paloma Pastor Rey de Viñas, Ana Ortega Rodríguez, María José Peset, Casilda Rodríguez Bustos, Elena Rodríguez, Miguel Ángel San José, Claudia Schaefer, Sonia Tercero, Fernando Valero, Luis Vallejo.

Introducción.

Naturaleza. Del latín «natura». En griego se utilizaba en término «physis», la esencia de todo lo que hay, lo que subyace a las cosas y que solo la mente puede captar.

Matemáticas. Del griego «mathematikós», estudioso; «mathema», conocimiento; «manthano», aprender preguntándose.

Jardín. Del francés «jardin», con raíces «jart» y «gart», huerto, vallado.

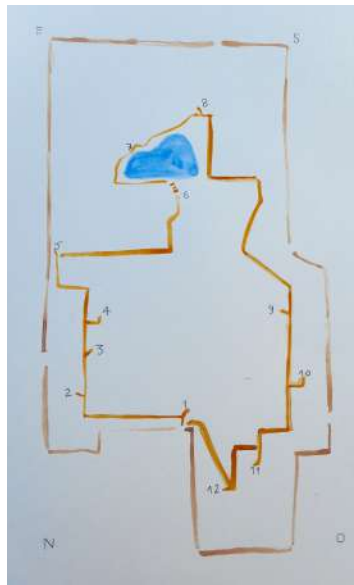


Fig 2: Fuentes de agua naturalmente potable (no tratada) en los Jardines de la Granja.

1. Fuente del Niño. Esquina de las calles de la Medianería y de los Dragones. Con banco para sentarse a leer.
2. Fuente del Colmenar. Extremo O del Colmenar, en la esquina E del cruce de las calles del Rey y del Laberinto. Con banco para sentarse a leer.
3. Fuente del Cañón. Extremo N del bosque de Cañón, en la esquina S de la calle del Infante y del Laberinto. Con banco para sentarse a leer.
4. Fuente de Gordero. En el bosque de Gordero. Se llega por una pequeña vereda flanqueada de castaños de indias que sale al lado SE de la calle que separa este bosque y el del Cañón, a unos cien metros de la puerta del Laberinto. Con piedras grandes en forma de prisma a ambos lados del chorro, cómodas para sentarse a leer.
5. Fuente fría. Esquina E de las calles Última Línea de Abajo y del Muro, sobre la tapia del recinto.
6. Fuente Mineral. Entre el muro de contención del lado NO del Mar y la calle Honda², al SO de ésta. Sabe fatal. Mirando hacia palacio con la fuente a la espalda, se puede ver el muro por el que desciende la cacera que alimenta los estanques del Medio Celemín y Las Llagas. Este muro es un ejemplo ilustrativo de la manera en que los romanos salvaban una hondonada en las construcciones de acueductos.
7. Fuente del Mar. Sobre el camino que bordea el depósito, del lado del agua y junto a la Casa de la Góndola.
8. Fuente del Pino, la más fría de todas. Con banco para sentarse a leer.
9. Fuente de la Reina. Riquísima agua. Con banco para sentarse a leer.
10. Fuente de los Narcisos. Con banco para sentarse a leer.
11. Fuente de la Ermita.
12. Fuente de la Mimbrera. Extremo O del Parterre de la Melancolía, al final de la calle de la Melancolía, junto a la entrada al Vivero. Con banco para sentarse a leer.

² A mitad de camino entre la última Línea de Abajo y el mar, la cacera que une los estanques El Medio Celemín y Las Llagas atraviesa bajo tierra la calle Honda. La llave de paso y compuertas que controlan el agua cuando sale de nuevo a la superficie, situadas en el lado NE del camino, ilustran sobre cómo funciona el sistema del Partido del Pino sin tener que subir hasta él.



Capítulo 1.
De pasear por los Jardines de la Granja a mirarlos desde un balcón.

Mi padre era ingeniero industrial y siempre andaba ocupado con alguno de los proyectos que le encargaban desde la empresa para la que trabajaba. Le recuerdo sentado durante horas escribiendo y dibujando esquemas, diagramas y listas. En cuanto tuve edad de entender, me explicó que todo proyecto requiere de buenos trípodes sobre los que asentarse. También me enseñó que a la hora de presentar un proyecto es muy importante dejar claras tres cosas: sus orígenes, los ejes en torno a los cuales se ha estructurado, y sus objetivos. Mi madre —a la que le hubiese gustado ser matemática, pero la situación familiar tras la guerra civil se lo impidió— solía añadir: "no olvides que lo más importante es no viajar como una maleta; mantén siempre los ojos bien abiertos".

1. Orígenes del proyecto.

A mediados de 2018, la Librería Farinelli me propuso elaborar un libro sobre los Jardines del Real Sitio de la Granja de San Ildefonso (los Jardines de la Granja, a partir de ahora). Acepté de inmediato la propuesta, sabiendo exactamente qué quería hacer. Soy matemática y, curiosamente, aprendí a hacer matemáticas de niña paseando por los jardines del Parque del Retiro de Madrid con Eduardo Rodríguez, matemático, ingeniero agrónomo y padrino de mi madre. Eduardo Rodríguez vivía frente al Parque del Retiro, en la casa que había alquilado su padre para poder ir al trabajo andando (como Director de Parques y Jardines de Madrid entre 1885 y 1910, Celedonio Rodríguez tenía su despacho en la Casa de Fieras del Retiro). De niña me llevaba con frecuencia de paseo por el parque y, mientras me iba señalando los plátanos y castaños de Indias más hermosos, o el tronco liso del árbol de Júpiter, con sus flores lilas, me hablaba de Arquímedes, Eratóstenes, Tolomeo o Desiderio Papp, enseñándome, como quien no quiere la cosa, a mirar los árboles y las estrellas. Mis preguntas le daban pistas de lo que a mí más me gustaba, y con el tiempo fue poco a poco sustituyendo los relatos de física y astronomía por relatos matemáticos, y hablándome de Poincaré, Riemann, Kovalskaia, Germain, los Bernoulli o los Noether (padre e hija). De esta manera y a lo largo de los años, desde que yo tenía poco más de tres hasta que cumplí los doce o catorce, en que ya entrábamos a saco desde el primer momento en las matemáticas, fuimos pasando de los árboles y las estrellas a la geometría básica de las figuras, y de la geometría de las figuras a las matemáticas más abstractas. En aquellos paseos y conversaciones está el origen de mi gusto por las matemáticas como herramienta para mirar y explorar el mundo. La idea de enfrentarme, años después y con la experiencia acumulada durante más de tres décadas ejerciendo como matemática profesional, a unos jardines que apenas conocía, y recoger los resultados de mis exploraciones en un libro-diario, me gustó. Llevaba varios años frecuentando la zona de Valsaín y había paseado mucho por los bosques, montes y laderas en torno a las tapias de los jardines, pero apenas los conocía por dentro. Los Jardines de la Granja eran una asignatura pendiente. Qué mejor manera de ilustrar que las matemáticas son una de las herramientas más potentes desarrolladas por la especie humana para entender el mundo que nos rodea, que usarlas para explorar un lugar concreto y desconocido. El proyecto tenía el atractivo añadido de que precisamente a unos cientos de metros de la entrada de los Jardines de la Granja, Eduardo Rodríguez y su esposa, Teresa Bustos, habían instalado su casa familiar. Su hija Casilda aún pasa allí temporadas largas. Gracias a

su generosidad, durante las exploraciones de los Jardines pude instalar el campamento-base en casa de mi maestro. No podía estar mejor acompañada.

2. Ejes del proyecto: dónde mirar, qué mirar, cómo mirarlo.

Según recogen los documentos de la época, los Jardines de la Granja fueron concebidos por un equipo de profesionales del que formaron parte algunos de los mejores ingenieros, jardineros, arquitectos y artistas franceses, españoles e italianos de la primera mitad del siglo XVIII. Pensé en el tipo de cosas que se hacían, y cómo se hacían, en la Europa del dieciocho, también llamado el *Siglo de las Luces* (porque en él nació el movimiento intelectual conocido como la Ilustración), el siglo puente entre la Edad Moderna y la Edad Contemporánea. No me cupo la menor duda: a través de los Jardines se había buscado transmitir una idea, contar una historia, construir un relato que se diría hoy. Sólo había que encontrarla.

La palabra 'idea' viene del griego εἶδω, que significa ver, mirar u observar, y de εἶδος, que significa figura, forma, aspecto o visión. Detrás de una montaña concreta está la idea de montaña, un dibujo abstracto, unas líneas que nos permiten reconocer la montaña detrás de las rocas, los pinos o la nieve. Las ideas de las cosas: eso, precisamente, es lo que las matemáticas nos entrenan a buscar. Para ver con los ojos de la mente una idea, hay que entrenarse en observar y pensar sobre lo que se ve con los ojos de la cara. No lo que nosotros en nuestro interior *sentimos* ante lo que estamos viendo, sino la *idea* detrás de lo que estamos viendo. Una vez hemos reconocido la idea detrás de algo, tenemos que describirla. Para describir una idea, hay que elegir las palabras, símbolos o imágenes precisas. Se podría decir que, de alguna manera, describir una idea consiste en dibujarla (hacer un boceto de ella) con palabras, trazos, sonidos o lo que sea que usemos. Una vez que tenemos varias ideas descritas, podemos engarzar unas con otras y hacer construcciones de pensamiento. A esta actividad la llamamos *pensar*. No se trata de opinar sobre algo sino de reflexionar sobre algo. No se trata de cacharrear por cacharrear sino de entender lo que tenemos alrededor.

La naturaleza³ está escrita en ese grandísimo libro que tenemos abierto ante los ojos, quiero decir, el universo, pero no se puede entender si antes no se aprende a entender la lengua, a conocer los caracteres en los que está escrito. Está escrito en lengua matemática y sus caracteres son triángulos, círculos y otras figuras geométricas, sin las cuales es imposible entender ni una palabra; sin ellos es como girar vanamente en un oscuro laberinto (Galileo Galilei, *Il saggitore*, cap. 6, párrafo 4).

Empecé por estudiar el emplazamiento y forma de los Jardines en los mapas y documentos accesibles en la página web de la Sociedad Castellarnau de Amigos de Valsaín, La Granja y su entorno⁴. Mientras lo hacía, fui dibujando un pequeño catálogo básico de planos y esquemas del recinto, para estar segura de saber regresar a la puerta de entrada desde cualquier punto de su interior. Hecho esto, dediqué un tiempo a organizar las exploraciones. Tenía que decidir los tres ejes de mis exploraciones: dónde ir, qué mirar allí y cómo mirarlo⁵.

³ En época de Galileo (1564-1642), sinónimo de filosofía.

⁴ Especialmente los mapas primeros de los jardines hechos por Fernando Méndez de Rao (1734-1737) y Antonio de Herrera (1800) y el informe elaborado por María Medino Muro para Patrimonio Nacional en 2001, *Plan Director para restaurar y mantener los Jardines de la Granja, Real Sitio de San Ildefonso*, basado en el plano de Méndez de Rao.

⁵ Se ve como se ve, con los ojos, pero el cómo se mira depende de cómo enfocamos la cabeza para mirar; y eso es una actividad abstracta, una decisión consciente que requiere entrenamiento.

Dónde mirar.

Cuando niña, mi tío Eduardo había sido profesor de matemáticas y guía en nuestros paseos por el Retiro, que conocía como la palma de su mano. Ya no necesitaba que me enseñasen a hacer matemáticas, pero sí que me orientasen en los Jardines. Ni tenía sentido, ni resultaba apetecible, meterme sola en un lugar desconocido y empezar a dar vueltas sin ton ni son. Decidí pedir a un grupo de personas cercanas que conocen bien el sitio y disfrutan ejerciendo el arte de pensar, que me llevasen a alguno de sus rincones favoritos. Sus selecciones determinarían los recorridos que yo seguiría en mis exploraciones. Utilizaría mis conocimientos y experiencia matemática para entender por qué los lugares a los que me llevasen estas personas son como son. Pasé muchos de los fines de semana entre octubre de 2019 y febrero de 2020 dejándome guiar por ellas, mientras yo observaba, escuchaba y tomaba apuntes. A la vuelta de cada excursión, dibujaba el recorrido hecho y pasaba a limpio las notas que había tomado mientras caminábamos. De esta manera fui cartografiando el terreno a visitar. Cuando terminé la ronda de primeros paseos, coloqué con pinzas sobre varias pizarras los esquemas de los distintos recorridos, copias impresas de los planos de Méndez de Rao (1734/37), Herrera (1800) y el mapa del España del Instituto Geográfico Nacional (escalas 1:50000 y 1:25000), y las dejé apoyadas contra la pared, bien a la vista, una temporada.

Los matemáticos estamos acostumbrados a convivir con 'problemas abiertos', preguntas aún sin respuesta. [...] Algunos problemas permanecen con una formulación vaga durante mucho tiempo antes de recibir el tratamiento formal adecuado. [...] Y a veces dibujamos una imagen imprecisa que abandonamos durante varios días en la pizarra para plantearnos una y otra vez el problema, y la meditación cobra forma gracias a la imagen, porque nuestras expectativas se miden según ese patrón⁶.

Diariamente pude comparar y relacionar los distintos esquemas. Al cabo de un tiempo entendí tres cosas. La primera, que la orografía del terreno apenas ha cambiado desde la época de Méndez de Rao y Herrera; podría usar sus mapas como punto de partida a la hora de entender cómo las propiedades del terreno condicionaron la forma de los jardines. La segunda, que el mapa 1:50000 del Instituto Geográfico Nacional refleja la realidad del interior del recinto y su contorno; sin embargo, en el 1:25000 las intersecciones de arroyos y caceras, por ejemplo, son a menudo incorrectos. Cualquier uso, pues, de este segundo mapa debiera ser cotejado con alguna otra fuente o visitado *in situ*. Y, finalmente, comprobé que los paseos a los que me habían llevado mis guías, sin excepción, giraban en torno a tres lugares: el Cenador, el partidador del Pino y el Colmenar. Pensé mucho sobre este último aspecto. No podía dejar de preguntarme cómo es que nadie me había llevado a ninguna de las fuentes ornamentales. Al fin y al cabo, miles de personas visitan anualmente los jardines para verlas funcionar. Dí muchas vueltas al tema sin encontrar ninguna explicación convincente y decidí dejar de lado pregunta. Por el momento, me centraría en las zonas elegidas por mis guías sin intentar entender el por qué de su elección. Lo importante es que ya sabía dónde mirar: por los alrededores del Cenador, el partidador del Pino y el Colmenar. Esas serían las tres zonas de los jardines en torno a las cuales llevaría a cabo mis exploraciones.

⁶ Laura Tedeschini-Lalli en [Corrales, 2000], pág. 9.

Qué mirar.

El sábado 14 de diciembre de 2019, Fernando Valero me había llevado a un par de sus rincones favoritos en los Jardines. Nos acompañaba Marta Carral Quijano. Fernando y Marta formaron parte de la primera promoción de la Escuela Batres de Jardinería y Paisajismo, donde fueron alumnos de Leandro Silva⁷. A poco de iniciar el paseo, Fernando me dio un consejo: 'si vas a escribir sobre *estos* jardines, asegúrate de transmitir lo que de especial tienen *estos* jardines. Es lo primero que tienes que buscar'. Ambos dedicaron el resto del paseo, no sé si conscientemente o no, a darme pistas de cómo hacerlo. Una vez de vuelta en casa, mientras repasaba las notas tomadas durante el día, recordé algo que había leído unos meses antes.

En cuanto a los romanos, tenían la convicción de que cada lugar estaba habitado por un *genius loci*, un dios menor garante de la identidad del propio lugar, de su singularidad. «Nullus enim locussine genio est», decía el poeta Servio, «ningún lugar está desprovisto de genio». Así, cuando quería instalarse en algún lugar, el romano debía, primero, interrogar al genio que allí residía negociando con él para que estuviera de su parte, costara lo que costase. Contrariar al pequeño dios equivalía a condenar la futura casa a la catástrofe. Por lo tanto, había que empezar por comprender el sitio donde se construiría la vivienda: escuchar, mirar, observar las características del suelo y las aves que sobrevolaban el terreno, penetrar más allá de las apariencias el misterioso espacio en que se ocultaba lo divino. Por más que fueran ingenieros o guerreros, los romanos sabían que habían de mostrarse humildes ante el mundo, que no se entra en ningún lugar como conquistador, sino como invitado⁸.

¿Qué tienen de especial los Jardines de la Granja? Para empezar, y sin la menor duda, su emplazamiento entre montes bellísimos y arroyos de agua cristalina. Una ubicación verdaderamente privilegiada, de la que el equipo que los construyó supo sacar el mejor partido. Las aguas y los montes,... Sabía por dónde empezar a buscar.

La tarde del sábado 16 de noviembre, había tenido la suerte de recorrer parte del recinto de los Jardines con Luis Vallejo, encargado general de obras de Patrimonio Nacional en los palacios y jardines de la Granja y Riofrío. Vallejo, además de licenciado en historia del arte, fue durante muchos años fontanero jefe en los Jardines (profesión en que se formó con su padre y su tío, también, como su abuelo, fontaneros del lugar) y es responsable del funcionamiento del sistema hidráulico de las fuentes de la Granja, que sigue funcionando tal cual se construyó en el siglo dieciocho. Entre otras muchas cosas, de él aprendí que la captación del agua que nutre los Jardines de la Granja tiene lugar en dos fases. En la primera, el agua que baja desde las montañas se encauza y redirige hacia los Jardines. En la segunda el agua, ya en el recinto de los Jardines, se domestica (esto es, se reduce y controla su energía cinética) y se lleva a través de una red de caceras, depósitos y cañerías de hierro de un lugar a otro para surtir las distintas necesidades. Vallejo me llevó al lugar frontera, por así decirlo, entre ambas fases, el partidor del Pino, donde pude ver cómo funciona el sistema de compuertas construido en el siglo dieciocho (desde entonces, sólo se han ido cambiando las maderas de las compuertas según se iban pudriendo), que permite hacer llegar hasta el gran depósito llamado el Mar el agua encauzada que desciende de las cumbres.

⁷ Leandro Silva Delgado (Salto, Uruguay, 1930-Segovia, 2000), autor de proyectos como la restauración del Real Jardín Botánico de Madrid, fue profesor de Historia de los Jardines y de Proyecto de la y primera promoción de la Escuela de Batres de Jardinería y Paisajismo, entre 1973 y 1976.

⁸ Jorn de Précý, *El jardín perdido*, Elba 2018, 29-30.

El embalse del Mar alimenta no sólo los embalses pequeños, las fuentes y las rías de los Jardines, sino también el sistema de agua potable del pueblo de La Granja de San Ildefonso, así que es muy importante llenarlo sólo con agua limpia. Desde el incendio que el 4 de agosto de 2019 se inició en los montes de la zona, las aguas habían estado bajando sucias de cenizas y estaba siendo difícil mantener el nivel de limpieza necesario, tanto para su consumo en el pueblo como para que los chorros de las fuentes manasen 'cristal y no chocolate' (en palabras de Vallejo). Durante los días anteriores había caído una fuerte nevada y, con las cenizas apelmazadas por el peso de la nieve, las aguas bajaban limpias y cristalinas. Luis Vallejo decidió aprovechar la ocasión para, junto con Jesús Cabrejas Artola (conocido como *Trampo*), uno de los operarios que trabaja en los Jardines, alimentar el Mar de agua limpia, y fui testigo de cómo manipulaban el sistema de compuertas. Al día siguiente regresé a los jardines con Leonor Blázquez y José María Parreño. Llovía, apenas veíamos tras la cortina de agua y era difícil orientarse, así que no sabíamos muy bien dónde íbamos. En un momento dado, llegamos a lo que mis guías bautizaron con el nombre de Mirador del Recodo. A sus pies, la corriente de agua, asalvajada⁹, se acercaba al camino retorcida en tres pronunciados meandros y, sin llegar a cruzarlo, seguía encabritada monte abajo. El espectáculo, inesperado en un lugar tan, por así decirlo, domesticado como los Jardines, junto con el poema que allí mismo recitó Parreño, me llevaron a caer en la cuenta de que entender la relación entre el Partidor del Pino y el Mirador del Recodo, me llevaría a entender lo que de especial tienen estos jardines. Ya sabía qué mirar.

El Agua - José María Parreño¹⁰

¿Quién nos dice
que al final de los tiempos
la lluvia, el mar, los ríos

no tendrán acabada
una estatua de roca
del tamaño del mundo?

¿Quién te dice que al final de tu vida
acciones y omisiones,
propósitos y olvidos
no habrán recortado exactamente
lo que quisiste ser
sin saber cómo?

Nadie lo dice.

Confía el agua en la roca.
Tú, confía

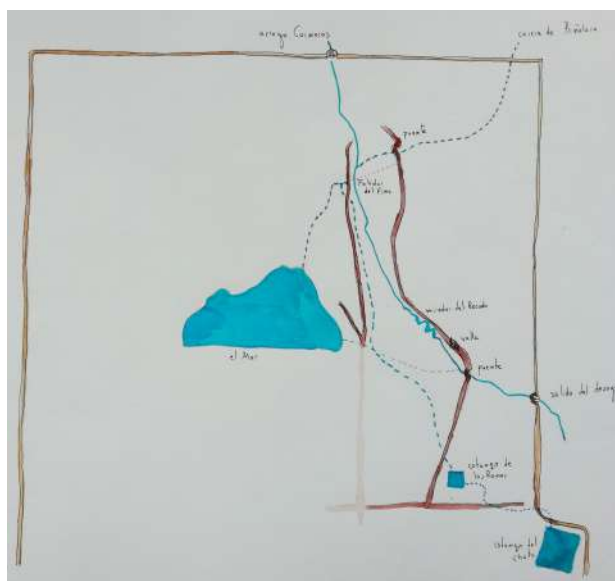


Fig 4: Mirador del recodo

Cómo mirar.

Recorrí varias veces la zona entre el partidor y el Mirador y empezaron a tomar forma algunas ideas. ¿Cómo saber si eran acertadas, si casaban con la realidad? Dicho con otras palabras, ¿cómo saber si se trataba de ideas y no de opiniones? Tenía a quien recurrir: el matemático Eduardo Casanova Gimeno, profesor en el IES Peñalara de la Granja de San Ildefonso que, además de conocer cada rincón de los jardines, es una de las personas que mejor entiende la geomorfología del lugar.

⁹ La corriente cursa asalvajada sólo cuando el caudal de agua es lo suficientemente grande, como lo era en noviembre de 2019.

¹⁰ Cortesía del autor.

Eduardo podría decirme si mis ideas eran acertadas. Lo que yo no sabía era la sorpresa que me esperaba: en cuanto empezó a hablar en el primero de nuestros paseos, me sentí transportada a mi niñez. Este Eduardo miraba de la misma manera que el otro Eduardo. Mi amigo veía y explicaba otras cosas que mi tío, pero ambos utilizaban las mismas gafas para explorar el mundo. Eduardo Casanova me enseñó qué mirar exactamente mientras paseaba por los Jardines de la Granja, y cómo hacerlo. Podría decirse que este diario recoge mis exploraciones matemáticas de aquellos lugares de los Jardines elegidos por algunas personas cercanas, en el espíritu de las lecciones recibidas de niña paseando por el Retiro con el matemático Eduardo Rodríguez Serrano, siguiendo las directrices generales recibidas paseando por ellos con el matemático Eduardo Casanova Gimeno. Eduardo el Joven, además, ha verificado que cada uno de los planos que aparecen reproducidos en estas páginas son correctos. Los vastos y profundos conocimientos de los jardines y su entorno que generosamente ha compartido conmigo, me han dotado de una red de seguridad gracias a la cual he podido sentirme libre de jugar intelectualmente en ellos, sabiéndome sólidamente sostenida.

3. Objetivos del proyecto

A principios de febrero de 2020, con el material que necesitaba ya recopilado, comencé la segunda fase del proyecto: recoger la información obtenida en mis exploraciones en un primer boceto de diario. Al cabo de un mes¹¹, y ante la situación originada por la COVID-19, se cerró la Universidad por un período inicial de dos semanas que decidí pasar en la Granja de San Ildefonso combinando los paseos con la escritura. Un par de días después, y ante el cariz que a nivel planetario iban tomando las cosas, tuve la certidumbre de que aquellas dos semanas de aislamiento social iban a prolongarse y me entró el vértigo. Entré una vez más en los jardines —sin saber que sería la última en mucho tiempo—, me senté al pie de la fachada principal del palacio y dejé volar la mirada hacia las cumbres.



Fig 5: Vista desde la fachada principal de palacio.

¹¹ El miércoles 11 de marzo de 2020.

En la cabeza me bullían las preguntas, las incertidumbres, los miedos. ¿Tenía sentido, en momentos tan críticos, reflexionar sobre la naturaleza que me rodeaba? Recordé unos párrafos que había copiado unos días antes en mi cuaderno. Los busqué.

Si se le interroga con ojos curiosos, si se es capaz de ir más allá de la leve caricia con la que nuestros ojos suelen zanjar su relación con él, el paisaje es un texto que nos habla de todo lo humano. De la relación del hombre con sus semejantes y con la naturaleza. Pero también de la parte más oculta del ser humano, de su cara irracional, de sus miedos, de su memoria, de sus deseos. De su misterio, en una palabra¹².

Nosotras, las personas, somos iguales que nuestros compañeros de planeta. No podemos acabar con la naturaleza; sólo representamos una amenaza para nosotros mismos. La idea de que podemos destruir toda la vida, incluyendo a las bacterias que progresan en los tanques de agua de las centrales nucleares o en las fumarolas hirvientes es ridícula. Escucho a nuestros hermanos no humanos riéndose por lo bajo: «salimos adelante sin vosotros antes de conoceros y ahora vamos a seguir adelante sin vosotros», cantan en armonía. La mayoría de ellos, los microbios, las ballenas, los insectos, las plantas con semilla y los pájaros todavía lo siguen haciendo. Los árboles de la selva tropical canturrean para sí mismos, esperando a que terminemos nuestra arrogante tala y puedan volver a su trabajo de crecer como solían hacerlo. Sus cacofonías y armonías continuarán mucho después de que nosotros nos hayamos ido¹³.

Por el rabillo del ojo percibí movimiento a mi derecha. Unas lagartijas correteaban y jugaban unas con otras, manteniendo en todo momento una distancia clara entre sí. Calculé que, a escala, debía tratarse de una distancia parecida a la que las autoridades sanitarias estaban recomendando que mantuviésemos los humanos. Observé sus cabriolas un rato largo. En ningún momento llegaron a tocarse y en ningún momento dejaron de comunicarse y jugar juntas. Comprendí que estaba en un lugar idóneo para pasar el aislamiento recomendado ante el peligro de pandemia, y con el proyecto perfecto entre manos para hacerlo de una manera fructífera. Decidí empezar a trabajar allí mismo. Necesitaba un banco cómodo y un entorno adecuado a la reflexión. Repasé los rincones a los que me habían llevado a lo largo del invierno mis guías y supe dónde dirigirme. Volví sobre mis pasos, atravesé la explanada frente a puerta de entrada, bajé por las escaleras al parterre de la Fama, y caminé en dirección SO por la cancha del juego del Mallo. Al llegar al recodo al final del primer tramo de la cancha, giré a la izquierda y subí en dirección NE, dejando a mi derecha la Fuente de Diana primero, y la de las Ranas después. Casi enseguida, a la derecha el camino hace esquina con la tapia del recinto y a la izquierda se abre la calle que lleva a las fuentes de las tazas. Entre una y otra senda una veredita baja a una plazuela tranquila entre árboles, con cuatro bancos de piedra y una fuente cantarina de agua sin tratar que mana constantemente: la Fuente de la Reina, la única fuente a la que me habían llevado mis guías.

Cerca de la anterior se halla una fuente natural denominada de la Reyna, cuya agua es tan delgada, dulce y saludable que los augustos monarcas Carlos III y IV la preferían á del Berro. Sale por un surtidor de corto diámetro, que en la boca tiene el rostro y media cabeza de Medusa, cuyos ensortijados cabellos son otros tantos áspides: se halla fija en una piedra berroqueña; y para recibir el sobrante de este caño vertical, hay sobre su pie de mármol una concha de lo mismo, y al medio su sumidero¹⁴.

¹² José A. Gómez Municio, *El universo en el jardín. Paisaje y arte en la obra de Leandro Silva*, Junta de Castilla y León, 2002, p. 15.

¹³ Lynn Margulis, *Planeta simbiótico. Un nuevo punto de vista sobre la evolución*, Editorial Debate 2002.

¹⁴ Santos Martín Sedefo, *Compendio Histórico, Topográfico y Mitológico de los jardines y fuentes del Real Sitio de San Ildefonso*, sexta edición, 1851. Biblioteca Digital de Castilla y León, p. 153.



Figs 6, 7: Fuente de la Reina y cómo llegar a ella.

Me senté en uno de los bancos y escuché. Podía oír los pájaros, el murmullo del agua, el viento en las ramas. Me dejé transportar por los sonidos y contemplé el recinto desde el aire, navegué sus arroyos y caceras, me zambullí en los depósitos y fuentes, descansé en la copa de un tilo, ... Y escuché la voz del jardín, que me hablaba: "No te quedes en mi aspecto físico, mira más allá. Recuerda que mis raíces no son sólo Versailles o Marly; soy también descendiente de los jardines romanos y árabes y fruto de la Ilustración".

En el camino de vuelta, una mariposa revoloteó a mi alrededor un buen trecho. Que sepamos, las mariposas son los únicos seres vivos capaces de cambiar su propia estructura genética, una transformación que tiene lugar durante el proceso de metamorfosis. El ADN de la oruga es distinto del ADN de la mariposa en que se transforma. Tejer un capullo con hilos de seda, instalarme cómodamente en él y transformarme de oruga en mariposa. Me pareció una manera excelente de pasar el periodo de confinamiento¹⁵ que me esperaba. Al llegar a casa busqué información sobre los jardines romanos, hispanoárabes e ilustrados.

No cabe duda de que la Ilustración fue una época apasionante en la historia de España donde se depositaba una inusitada confianza en la razón natural, y entre sus ideas generales, se propugnaba el amor a la naturaleza, buscando la invitación a la misma mediante el deseo de descubrir, a través de la aplicación de la razón y la observación, las leyes que la rigen. La propaganda en relación con la protección de las áreas arboladas llega a ser uno de los temas clásicos en la literatura de la Ilustración. [...] Se puede considerar que los movimientos ecologistas contemporáneos tienen su más claro antecedente en el pensamiento ilustrado del siglo XVIII, basta para ello observar las ideas básicas que se mantenían en relación con la naturaleza.

1. Los recursos naturales no son ilimitados, lo que obliga al hombre a tener un aprovechamiento cauteloso de los mismos.
2. Existe una fuerte vinculación de los seres vivos entre sí y con el medio físico de soporte.
3. El equilibrio natural presenta una clara fragilidad; en consecuencia se puede ver fácilmente afectado por una acción desmesurada del aprovechamiento humano.
4. Es inadmisibles el despilfarro en la administración de los recursos naturales y se hace necesaria la emisión de leyes o de cualquier otra medida de prevención que favorezca la defensa y protección de la naturaleza.
5. Existen múltiples lazos de dependencia que vinculan al hombre con su entorno¹⁶.

¹⁵ Según la RAE, vivir confinada significa vivir temporalmente, en libertad, en un lugar distinto al de mi domicilio.

¹⁶ Antonio López Lillo, *Los árboles de la Ilustración: en los espacios ajardinados*, Ediciones Bancaixa, Valencia 2002, págs. 562-566.

La influencia de la cultura en el paisaje atraviesa la Historia. La cultura reelabora los materiales que propone al entorno para darles un sentido. En un ejemplo utilizado por Silva, se puede decir que el distinto tratamiento del agua en los jardines hispanoárabes y los franceses está provocado por una diferencia climática. Pero también es inobjetable que el agua es utilizada de determinada manera por cuestiones culturales: para los árabes es un elemento sagrado, que debe permanecer quieto para reflejar la inmutabilidad del ser divino, o moverse ligeramente para provocar una emoción interior; mientras que para los franceses el agua ha de saltar, ser un espectáculo, servir de complemento escenográfico a las formidables fuentes y cuidadas perspectivas. El jardín como espacio de lo íntimo y del goce personal conectado con lo sagrado, frente al jardín como un elemento de un entorno que quiere expresar en su grandiosidad la magnificencia el poder francés, escenificar el absolutismo. No olvidemos que la palabra 'cultura' tiene la misma raíz que 'cultivar': las dos vienen de un concepto común. Cultivar la tierra es dar forma a la naturaleza; la cultura es el reino de los signos, que da forma a la realidad¹⁷.

Entendí por qué nadie me había llevado a una fuente ornamental, y también supe cómo podrían ayudarme los Jardines de la Granja en las difíciles semanas que me esperaban confinada en un piso. Aunque no podría pasearlos, sí podría (i)lustrarme investigando y reflexionando sobre ellos. Tenía material de sobra y una preciosa vista de la Puerta de la Botica y el Bosquete de la Selva. ¿Por qué no jugar a leer los Jardines desde mi balcón como el mapa de un tesoro, un mapa, entre los muchos posibles, para ir desde una sociedad de consumo hasta una de cultivo?

Al día siguiente, 14 de marzo, por la mañana cerraron el Palacio y los Jardines de la Granja, a mediodía el Presidente del Gobierno decretó el estado de alarma y se impuso el aislamiento y por la tarde comencé a planificar el trabajo.



Fig 8: Entrada a los Jardines de la Granja el 14 de marzo de 2020

Pasé las siete semanas de aislamiento social y los dos primeros meses de desescalada en la Granja, describiendo la geometría de los caminos de los Jardines y la ingeniería de sus aguas, y a principios de julio me trasladé a un pueblo junto a la carretera que une las ciudades de Segovia y Valladolid, en plena Castilla.

¹⁷ J. A. Gómez Municio, *El universo en el jardín. Paisaje y arte en la obra de Leandro Silva*, Junta de Castilla y León, 2002, p. 57.

Después de más de tres meses viviendo a los pies de las montañas entre jardines, bosques y arroyos me ví, de un día para otro, en mitad de una llanura ocre y árida. La resaca estepa castellana que me rodeaba, era una espléndida metáfora de la situación por la que estábamos pasando. La enfermedad rebrotaba aquí y allá, y por doquier las voces científicas sonaban unánimes y claras: No se trata de poder volver a salir libremente, sino de que el riesgo de tener que volver a confinarnos vuelva a ser tan bajo como lo era hace unas décadas. No se necesita una vacuna contra esta enfermedad, sino una vacuna contra las enfermedades de este tipo. La teníamos y la estamos destrozando. La desertificación, física y cultural, a que la especie humana está llevando el planeta, amenaza con destruir la única vacuna verdaderamente efectiva con que contamos, la naturaleza. Hay que frenar este proceso. Hay que aprender a vivir de otra manera.

Me supe privilegiada. En dirección Sur, sobre la bruma producida por el calor que la tierra desprendía, los Jardines de la Granja surgían en el horizonte como un oasis. Un oasis en que desde el siglo XVIII, el siglo ilustrado, naturaleza e ingenio humano se combinan para cultivar la vida con inteligencia. No se me ocurría mejor lugar, ni mejor momento, en que dar forma a este libro.

Convivir con la incertidumbre sin dejarse paralizar por la duda es, quizás, lo mejor que la matemática puede hacer en nuestra época por quien todavía la estudia (Bertrand Russell, *Historia de la Filosofía Occidental*, prefacio del autor, 1945).



Capítulo 2

Los caminos

Sabía que los Jardines de la Granja habían sido construidos por Felipe V (1683-1746), el primer Borbón, y su esposa Isabel de Farnesio (1692-1766), y también sabía que en las cortes europeas del siglo XVIII estaba de moda importar té de la India, cacao de América y música de Italia¹⁸, y La Granja había sido el primer lugar en que cantó Farinelli (Carlo Broschi, 1705-1782) a su llegada a España contratado por la reina. Pero no sabía mucho más. Así pues, lo primero que tenía que hacer era familiarizarme con el sitio, conocer un poquito de su historia y aprender a moverme por él sin perderme.

1. Historia del lugar.

Inicialmente, la Granja de San San Ildefonso, como muchos de los lugares en que a lo largo de los siglos la monarquía española construyó sus residencias (los llamados Sitios Reales), era un cazadero. Cazador era Enrique IV, el rey de la dinastía de los Trastámara que en 1450 se hizo con los terrenos; cazadora era su hermana Isabel de Castilla, que años después regaló los terrenos a los monjes del Parral; y cazador era su descendiente Felipe V, que en 1720 compró de vuelta a los jerónimos los terrenos

Los orígenes del Palacio de La Granja se remontan al año 1450, cuando el Rey Enrique IV ordena construir un albergue y ermita dedicada al Arzobispo San Ildefonso, del cual era muy devoto, como muestra de gratitud al Santo por haberle protegido en la lucha que mantuvo con una enorme fiera y ante la cual corrió el riesgo de perder la vida; el lugar era conocido como "Casar del Pollo" y propiedad de Pedro el Santo, siendo adquirido por el Rey en 500 maravedís de renta al año¹⁹.

La Casa Real construida por Enrique IV en terrenos del Casar del Pollo, vinculados a la Ermita, fue donada por los Reyes Católicos al Monasterio del Parral el 28 de julio de 1477. Y el obispo de Segovia cedió a los monjes la Ermita y sus pertenencias el 23 de abril de 1478.²⁰ El Monasterio se limitó a realizar obras de reparación en la Casa Real de Enrique IV. Los monjes se preocuparon por mejorar la explotación pecuaria y agrícola de la finca, construyeron nuevos ranchos, implantaron una huerta nueva, plantaron árboles frutales, nogales y álamos negros, perforaron un pozo y añadieron un segundo corral. Cuando se habla de partes del Palacio que proceden de La Granja de los monjes de El Parral –si es que algo queda–, en realidad se trataría de pervivencias de la Casa Real de Enrique IV (su torre y su patio)²¹.

Felipe de Borbón había crecido en la corte de su abuelo, el rey francés Luis XIV, y su abuela la infanta María Teresa de Austria, hija de Felipe IV. Al morir sin descendencia su tío-abuelo Carlos II, Felipe fue obligado, con tan solo diecisiete años, a hacerse cargo de la corona de España y gobernar bajo la tutela de su abuelo. El malestar que en la corte española produjo la injerencia de Luis XIV, dio lugar a quince años de guerras y conflictos.

¹⁸ José María Domínguez, *Farinelli en España*, Ensayos de Teatro Musical Español, Fundación March 2017.

¹⁹ Carlos L. Guzmán Azcárate, "Estudio Sobre La Recirculación Del Agua De Las Fuentes Del Palacio De La Granja De San Ildefonso (Segovia)." *Revista Digital del Cedex*, no. 122, febrero 2001.

²⁰ Julio de Toledo Jaúdenes, *Toponimia de Valsain*, Farinelli, Real Sitio de San Ildefonso 2017, p. 216.

- Julio de Toledo Jaúdenes, *San Ildefonso antes de la Granja. La Granja antes de Palacio y los Jardines*, Miradas sobre la Granja, Sociedad Castellarnau.

Muy aficionado a la caza, como sus bisabuelos francés (Luis XIII) y español (Felipe IV), Felipe V gustaba desconectar de sus preocupaciones recorriendo la ladera segoviana de la Sierra de Guadarrama y se cuenta que nada más conocer la Granja de los Jerónimos quedó prendado de ella. El caso es que veinte años después de su llegada a España, y ya casado con su segunda esposa, Isabel de Farnesio, decidió comprársela a los monjes e irse a vivir allí. Para cuando él nació, su abuelo llevaba veintidos años involucrado en el proyecto de construir, también en torno a un pabellón de caza, los jardines de Versalles (1661-1715), y estaba en plena construcción de su proyecto estrella, los jardines de agua de Marly (1679-1686). El niño creció acompañando a su abuelo en sus paseos por ambos lugares, revisando las obras y conversando con los ingenieros hidráulicos y jardineros que trabajaban en ellas. Al llegar a España, el adolescente tenía claras ya dos cosas: que no le gustaba la vida de la corte y que algún día construiría sus propios jardines de agua.

Los jerónimos vendieron la Granja y la Ermita a Felipe V el 23 de marzo de 1720. Pronto comenzará a hablarse de la «Real Granja de San Ildefonso», hasta que se impuso definitivamente el topónimo Real Sitio de San Ildefonso. Pero perduró el recuerdo del antiguo nombre²².

Cuando el 27 de julio de 1720 Felipe V hizo voto secreto de abdicar en su primogénito, el rey ya tenía planeado construirse su residencia en el campo, sin aparato alguno cortesano; un tranquilo retiro donde pasar su vida de acuerdo con sus gustos y costumbres: la caza, los libros, el juego del *mallo*²³, la raqueta o el volante eran sus entretenimientos²⁴.

Meses antes de que se formalizara la compra, el rey ya había contratado arquitectos, ingenieros y jardineros (algunos habían trabajado en Versalles y, sobre todo, en Marly) y comenzado las obras. La casa se inauguró en septiembre de 1723 y la Capilla Real (actual Colegiata) se consagró en diciembre de ese mismo año. En enero de 1724, tras abdicar en el hijo, Felipe V e Isabel de Farnesio se instalaron allí.

La extensión definitiva a partir del núcleo originario se realizó en función de los deseos del rey y de los planos trazados por sus arquitectos. Sólo así se explica la regularidad del perímetro total: un rectángulo encerrado entre fuertes tapias de mampostería. Todavía podemos reconocer el primitivo palacio de Felipe V ahogado en parte en las construcciones posteriores. Le podemos definir como el tradicional *alcázar* castellano: dos plantas, cuarto bajo y alto, más las buhardillas, alrededor de un patio central y cuatro torres en los ángulos rematadas por aiosos chapiteles.²⁵

Mirando desde la fachada del alcázar, en primer término se veían los jardines remontando suavemente la ladera, y en segundo término, la zona de monte que hoy alberga el Mar, el gran depósito donde se almacena el agua que se trae desde los montes de Guadarrama. Los jardines, de forma rectangular, estaban originalmente divididos en tres zonas: el jardín propiamente dicho, con un cenador en el centro rodeado de fuentes y juegos de agua; un parque dedicado a la caza y al juego del mallo, separado del jardín por una tapia; y una zona para el cultivo de productos de consumo doméstico, dividida a su vez, en dos partes. Una en el cuadrante norte del recinto, organizada en torno a un huerto (el *potager*, actual Potosí), con su colmenar, sus plantales y sus viveros, y otra en zona Noroeste, en torno a la antigua ermita.

²² Julio de Toledo Jaúdenes, *Toponimia de Valsain*, Farinelli, Real Sitio de San Ildefonso 2017, p. 216.

²³ Pedro Heras, Valentín Quevedo, *El juego del mallo*, Sociedad Castellarnau de amigos de Valsain, La Granja y su entorno 2002.

²⁴ María Jesús Herrero Sanz, *Los jardines de la Granja de San Ildefonso: Felipe V entre Marly y Versalles*, Bulletin du Centre de recherche du château de Versailles, 2012, párrafo 6.

²⁵ María Jesús Herrero Sanz, *Los jardines de la Granja de San Ildefonso: Felipe V entre Marly y Versalles*, Bulletin du Centre de Recherche du Château de Versailles, 2012, párrafos 4, 5 y 9.

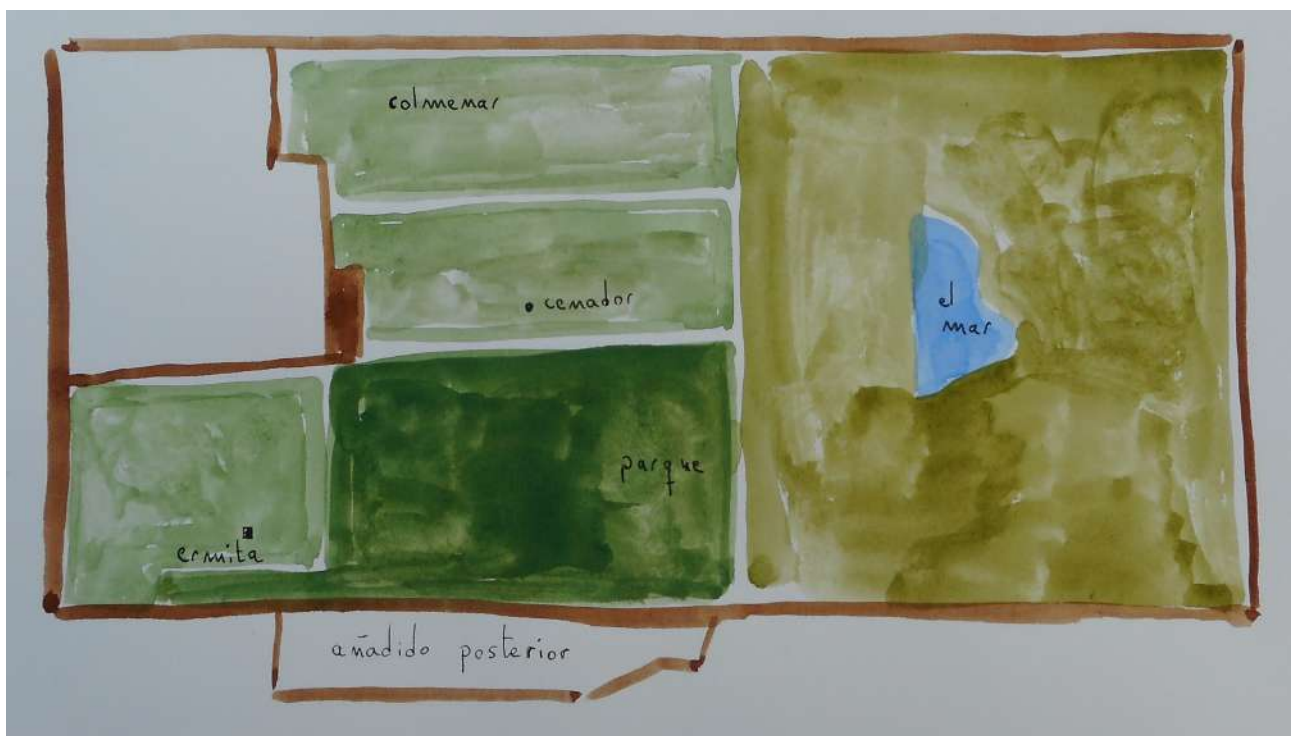


Fig 11: Primer proyecto de los Jardines²⁶.

Seis meses después de su llegada al trono, Luis I falleció repentinamente. Al tener que hacerse cargo de nuevo de la corona, Felipe V decidió convertir su residencia en la Granja en un lugar más adecuado para recibir a la corte; contrató arquitectos italianos que transformaron el alcázar en un palacete al gusto de las cortes europeas del momento; convirtió el parque de caza en zona de paseo colocando estanques, fuentes y plazas en las intersecciones de sus calles; y adquirió terrenos nuevos al sureste, donde se construyeron los Jardines de la Ocho Calles, el estanque del Chato y las fuentes de Latona (también conocida como las Ranas) y los Baños de Diana. También hizo poner, entre los planteles y el Colmenar de la zona noroeste, un laberinto de recreo y un calvero circular, tranquilo y aislado, rodeado de tilos y con una fuente hexagonal en medio (la Plazuela del Ochavado).

Durante el año 1722 la pareja real residió en Valsaín y visitó diariamente la Granja para inspeccionar las obras. Felipe de Borbón e Isabel de Farnesio habían sido criados y educados en entornos fuertemente afectados por la Ilustración (cuyo florecimiento en España coincidió con el reinado del hijo de ambos, Carlos III); además de un lugar tranquilo y hermoso en que retirarse, la pareja real buscaba, seguro, contar una historia a través de los jardines; vender una imagen. Si quería comprender estos jardines necesitaba encontrar esa imagen que, tratándose del siglo XVIII estaría descrita, seguro también, en un lenguaje geométrico.

²⁶ Las direcciones N, S, E y O son aproximadas. La orientación de los Jardines y nuestra aproximación están explicadas en las ilustraciones 20-22.

Encontré una descripción del proyecto en los mapas de Méndez de Rao (1734-1737) y Antonio de Herrera (1800).



Fig 12: Plano de Méndez de Rao (1734-1737)

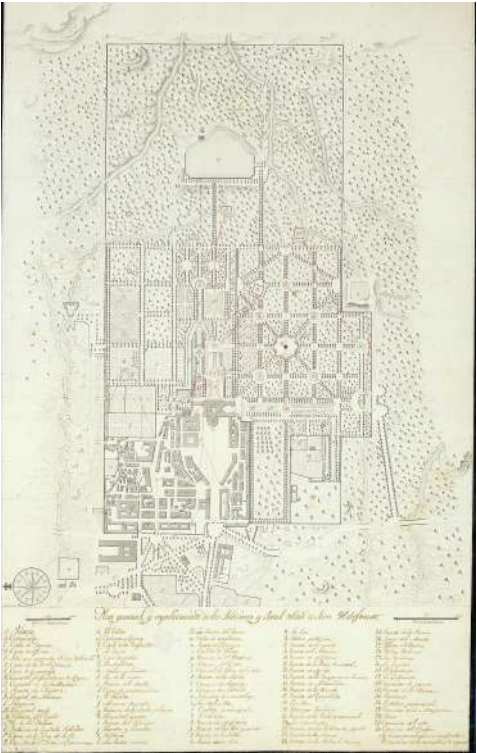


Fig 13: Plano de Antonio de Herrera (1800)

2. Qué significa *hacer geometría*.

Comprender quiere decir, ante todo, geometrizar. Pero recurrir a la geometría es también recurrir a cierta forma de abstracción, de idealización...²⁷

La comunidad matemática griega de la antigüedad tenía dos pasiones: pensar sobre la naturaleza de las cosas mientras paseaban por jardines y hacer geometría. Sabemos que caminar es bueno y necesario, y que conviene caminar al menos media hora cada día. Sin embargo, solemos pasar por alto que tan necesario es para nuestro cuerpo el ejercicio de caminar, como lo es para nuestra mente el ejercicio de pasear. No es lo mismo caminar que pasear. El verbo 'caminar' hace referencia implícita a una distancia, un tiempo o un objetivo, como cuando decimos 'el médico me recomienda caminar una hora cada día'. Se trata de un ejercicio físico que mantiene en forma nuestro cuerpo. 'Pasear' supone movernos sin objetivo, dejando que nuestra mente recupere su elasticidad jugando con las cosas que vamos viendo, como cuando decimos 'hace una tarde perfecta para pasear'. Se trata de un ejercicio mental que mantiene en forma nuestra capacidad de pensar.

Un jardín es un lugar de paseo, un lugar en que recrearnos (crearnos de nuevo), mientras deambulamos pensando sobre la naturaleza que nos rodea. De la misma manera que los jardines surgen de una naturaleza cultivada por mano humana de una manera determinada, las ideas surgen de la mente humana cuando se la cultiva de una manera determinada. No es de extrañar que desde los orígenes de la disciplina los matemáticos hayan gustado pensar las matemáticas de la naturaleza paseando por jardines. La 'Academia' de Platón²⁸ era un olivar en el exterior de las murallas de la Atenas clásica; la escuela de Epicuro, 'el Jardín', era un huerto pequeño junto al arroyo Erídano, cercano a la 'Academia'; y el 'Liceo' de Aristóteles era un *gimnasio* a las afueras de Atenas, un espacio al aire libre dedicado al ejercicio físico y los encuentros sociales también conocido con el nombre de 'Peripato', que significa *el paseo* en griego, por la costumbre que tenía Aristóteles de enseñar a sus discípulos mientras paseaba por el lugar.

Cuando se pasea por un jardín con los ojos bien abiertos, es difícil no caer en la cuenta de que la forma (*metría*) de un terreno (*geo*) nos cuenta su historia. De hecho, según cuenta Heródoto, este tipo de actividad fue el origen de la geometría.

Los sacerdotes también me dijeron que este rey repartió el suelo entre todos los egipcios, concediendo a cada habitante un lote cuadrangular de extensión uniforme; y, con arreglo a esta distribución, fijó sus ingresos, al imponer el pago de un tributo anual. Ahora bien, si el río se le había llevado a alguien parte de su lote, el damnificado acudía al rey y le explicaba lo sucedido; entonces el monarca enviaba a algunas personas a inspeccionar y medir la disminución que había sufrido el terreno para que, en lo sucesivo, pagara una parte proporcional del tributo impuesto. Y, a mi juicio, para este menester se inventó la geometría, que pasó luego a Grecia²⁹.

²⁷ René Thom, *Parábolas y catástrofes*, Tusquets 1985, pág. 10.

²⁸ Varios de los autores de los resultados recopilados por Euclides en *Elementos*, aparecen como personajes en *Los Diálogos* de Platón.

²⁹ Heródoto, *Historia*, Libro II, párrafo 109, siglo V a.C.

Los primeros tratados sistemáticos de geometría se escribieron en Grecia, entre los siglos VI y IV a.C. (de la mano de Tales, Pitágoras, Teeteeo o Eudoxo, entre otros). Recogiendo el trabajo de todos ellos, Euclides —cronológicamente situado entre Platón y Arquímedes—escribió hacia el 300 a.C. *Elementos* (que literalmente significa *las matemáticas como un método de cultivo del conocimiento*), manual en que, a su vez, basaron sus construcciones los grandes geómetras de la antigüedad Arquímedes, Eratóstenes y Ptolomeo³⁰. Gracias al descubrimiento del telescopio, en el siglo XVII se constató que algunos de los modelos del mundo contruidos por estos tres geómetras simplemente pensando, describían las cosas con asombrosa precisión. Arquímedes, por ejemplo, había acotado el tamaño del Universo contando semillas de amapolas; Eratóstenes había calculado el radio de la Tierra midiendo el tiempo que tardaban las caravanas de camellos en ir de Alejandría a Asuán; y Ptolomeo había conseguido dibujar un mapa del globo terráqueo sin más que observar las estrellas.

¿Cómo es posible que la matemática, que al fin y al cabo no es más que un producto del pensamiento humano que es independiente de la experiencia, encaje tan bien con los objetos de la realidad física? ¿Puede la razón sin experiencia descubrir, puramente pensando, propiedades de cosas reales? La experiencia sigue siendo, por supuesto, el único criterio para validar la utilidad física de una construcción matemática. Pero el principio creativo reside en la matemática. Por lo tanto, de alguna manera mantengo como cierto que el pensamiento puro puede alcanzar la realidad, como los ancianos soñaron³¹.

Cien años después, en la época en que se diseñaron los Jardines de la Granja, las construcciones de estos geómetras clásicos se consideraban verdaderas hazañas que emular, y explorar el Universo llevando como único equipaje la geometría de Euclides era una de las aventuras intelectuales más en boga del momento. Si, no me cabía la menor duda: para encontrar la imagen que describen los Jardines necesitaba hacer geometría. Pero, ¿por dónde empezar? Todos los documentos y testimonios apuntan al agua como una de las claves fundamentales para entender los jardines de la Granja. Decidí empezar por ahí.

Una de las ventajas que sin duda pesó en el ánimo de Felipe V a la hora de elegir el emplazamiento, fue la posibilidad de contar con agua abundante para las fuentes. En la Granja, un agua purísima procedente de la montaña, cristalina, muy abundante, era como un diamante en bruto que esperaba a los técnicos franceses para que la tallaran a gusto del rey. La construcción del estanque general, donde se almacena el agua que abastece a las fuentes, el Mar y de otros seis más pequeños y el tendido de varios kilómetros de cañerías formadas de tubos de hierro son uno de los capítulos mayores del sistema hidráulico, intacto aún hoy, que por simple presión y sin ayuda de bombas eleva los surtidores hasta alturas mayores de cuarenta metros³².

En el cercano acueducto de Segovia, los ingenieros de Felipe V encontraron un espléndido ejemplo de cómo, utilizando tan solo la gravedad, encauzar el agua que bajaba desde las montañas y redirigirla hacia los jardines. Imaginarles adentrándose en bosques y montes para estudiar la pieza de ingeniería civil romana, me llevó a releer, una vez más, la palabras de Précy.

³⁰ Desde el Renacimiento, *Elementos* viene siendo el libro de texto más utilizado del planeta. Las matemáticas requieren una claridad de pensamiento que con frecuencia alcanzamos sólo después haber pasado largo rato reflexionando en soledad. Al ser la claridad de pensamiento y la reflexión a solas dos de las más poderosas herramientas con que contamos como especie, aprender matemáticas forma parte de la educación básica en cualquier cultura desde la antigüedad. Tiene sentido que el libro de texto más utilizado en el mundo desde el nacimiento de las escuelas y universidades en el siglo XV, sea el primer manual conocido de matemáticas

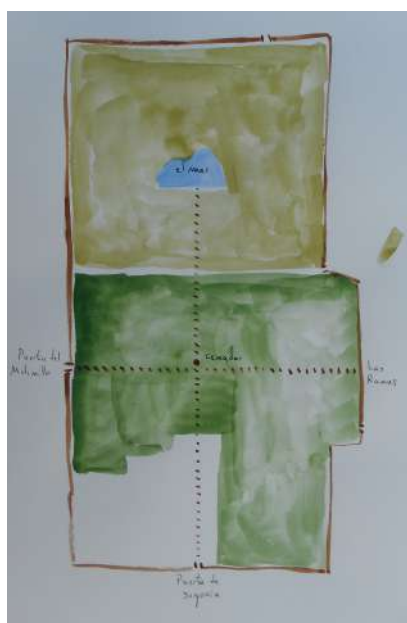
³¹ Albert Einstein, conferencia ante la Academia de las Ciencias de Berlín, 27 de enero de 1921.

³² María Jesús Herrero Sanz, *Los jardines de la Granja de San Ildefonso: Felipe V entre Marly y Versailles*, Bulletin du Centre de recherche du château de Versailles, 2012, párrafo 28.

[...] había que empezar por comprender el sitio donde se construiría la vivienda: escuchar, mirar, observar las características del suelo y las aves que sobrevolaban el terreno, penetrar más allá de las apariencias el misterioso espacio en que se ocultaba lo divino. Por más que fueran ingenieros o guerreros, los romanos sabían que habían de mostrarse humildes ante el mundo, que no se entra en ningún lugar como conquistador, sino como invitado³³.

Ahí estaba la clave: entrar en los jardines como invitada, escuchar y observar. Al parecer, cuando residía en la Granja la pareja real recibía a las visitas en el Cenador, que mandaron construir con esa intención antes de trasladarse a vivir allí³⁴. Tiene todo el sentido. Una vez abdicase en su hijo, Felipe V pasaría a ser el rey padre y recibiría visitas procedentes de todas las cortes del mundo. Es lógico pensar que a la hora de diseñar su nueva residencia tuviese en cuenta la necesidad de contar con un espacio adecuado en que atenderlas y que emplazase dicho lugar fuera de su residencia. Habiendo sido criado en la corte de Luis XIV, sabía que una cosa eran sus aposentos personales, que podían ser todo lo austeros que él gustase, y otra los salones para visitas, que debiesen simbolizar, con todo lujo, cómo quería ser visto desde el exterior. Si quería escuchar y mirar los jardines como invitada, debía hacerlo desde el Cenador.

El Cenador fue concebido para que Felipe V e Isabel de Farnesio gozasen en su jardín de un pequeño salón cuya posición dominante, además de resultar emblemática, era óptima para dominar las perspectivas: sobre todo las dos del eje central, la que tiene como telón de fondo la fachada del palacio, y la opuesta que sube hacia el Mar tras haber descendido hasta el parterre de Andrómeda. [...] El Cenador era una pieza central y destinada a los reyes, por tanto muy rica, porque constituía el epítome, la síntesis o resumen de su palacio. Su magnificencia era descrita por los nombres con los que se conocía en el siglo XVIII: Cenador de Mármoles o Gabinete Dorado³⁵.



Subí por el Parterre de Palacio frente al balcón real hasta llegar a la Fuente de las Tres Gracias, situada a escasos metros del Cenador, y miré en derredor. No me cupo duda: había encontrado el punto de cruce de los dos ejes en torno a los cuales se habían estructurado los jardines de la Granja³⁶ y, consecuentemente, el lugar óptimo desde el que mirar si quería identificar su geometría.

Fig 14: Cruce de los ejes geométricos de los jardines en la Fuente de las Tres Gracias.

³³ Jorn de Précy, *El jardín perdido*, Elba 2018, 29-30.

³⁴ José Luis Sancho, "El Gabinete Dorado o Cenador de Mármoles de la Granja de San Ildefonso", *Reales Sitios. Revista del Patrimonio Nacional* nº 192 (2012), 4-27.

³⁵ José Luis Sancho, "El Gabinete Dorado o Cenador de Mármoles de la Granja de San Ildefonso".

³⁶ En La Fuente de las Tres Gracias se cortan los dos ejes principales de los jardines. El primero de ellos nace en la Puerta de Segovia, recorre la Alameda y, tras atravesar la Colegiata, el Palacio, el Parterre y Cascada de Palacio, la Fuente de las Tres Gracias, el Cenador y el Parterre de Andrómeda, sube por la calle Honda hasta el Mar. El segundo, perpendicular al primero, empieza en la Puerta del Molinillo (también conocida como Puerta del Paular o Puerta de Roma), recorre la calles del Infante y Larga, atraviesa el centro de la Plazuela de las Ocho Calles y llega hasta la Fuente de las Ranas.

Seguí hasta el pequeño edificio y me senté en los escalones bajo la máscara de la Primavera, mirando a la fuente. Recordé que, debido a la extraordinaria acústica del emplazamiento, allí se organizaban los conciertos de música a que tan aficionada era Isabel de Farnesio—lo que explicaría las figuras con instrumentos que decoran los nichos del interior, las musas Erató, Terpsícore y Euterpe—³⁷. Cerré los ojos y me concentré hasta escuchar mentalmente a Farinelli cantando. Su voz me llevó hasta el siglo XVIII. Muy lentamente para no despertar del ensueño, fuí abriendo los ojos. Los jardines descendían ante mí como una alfombra. Su superficie se inclinaba ligeramente hacia la derecha (hacia la esquina Norte), y estaba llena de desniveles. Algunos me parecieron naturales; en otros pude reconocer con claridad la mano humana y el rastro de la ingeniería matemática ilustrada, fuertemente marcada por la influencia de los geómetras clásicos y los descubrimientos de Newton.

Dejé los escalones, me acerqué a las Tres Gracias y, con las gafas mentales del siglo XVIII aún puestas, miré una vez más en derredor. Estaba en el centro de una esfera que, con radio cualquiera de los caminos que se abrían en mi torno, alcanzaba más allá de las cumbres: la esfera de Arquímedes (288-212 a.C.).

Hay algunos, Rey Gelon, que piensan que el número de granos de arena es infinito en multitud. Y con arena me refiero no sólo a la que existe alrededor de Siracusa y el resto de Sicilia, sino también a la que se encuentra en toda región, habitada o inhabitada. De nuevo hay quienes, pese a no considerar esta multitud infinita, piensan que no ha sido nombrado ningún número lo bastante grande como para excederla. Y está claro que quienes mantienen esta última opinión, si se imaginasen una masa formada con arena y tan grande como la masa de la Tierra, incluyendo en ella todos los mares y cubriendo todas las hendiduras hasta una altura igual a la altura de la montaña más alta, menos aún admitirían que se pueda expresar un número que exceda la multitud de granos de arena presentes en la masa. Pero yo intentaré mostraros, mediante demostraciones geométricas que podréis entender, que entre los números nombrados por mí en el trabajo que envié a Zeuxipo, algunos no sólo superan el número de granos de arena en una masa igual en magnitud a la tierra rellena en la manera descrita, sino también en una masa igual en magnitud al Cosmos. Tú sabes que 'Cosmos' es el nombre dado por la mayoría de los astrónomos a la esfera con centro en el centro de la tierra y radio la línea recta entre el centro de la Tierra y el centro del Sol [...] Pienso, Rey Gelon, que estas cosas parecerán increíbles a la mayoría de las gentes que no han estudiado matemáticas; pero para aquellos que, habiéndolo hecho, hayan reflexionado sobre la cuestión de las distancias y tamaños de la Tierra, el Sol, la Luna y todo el Universo, la demostración resultará convincente. Por esta razón pensé que el tema resultaría adecuado a vuestra consideración³⁸.

Utilizando como únicas medidas de longitud el diámetro de una semilla de amapola, el ancho de un dedo y el diámetro de un estadio, Arquímedes consiguió demostrar en *El Arenario* que lo que entonces se consideraba Universo ('cosmos', le llamaban) era finito. Concretamente, demostró que el número de granos de arena que se podrían meter en una esfera del tamaño del 'cosmos' es menor que 10^{51} . El logro de Arquímedes fue descomunal. Para empezar, tuvo que inventar una manera nueva de contar. En aquel entonces, los griegos utilizaban todavía letras para expresar los números y sólo tenían nombres para los números desde el 1 hasta la *miriada*, nuestros 10.000³⁹.

³⁷ La tarde del 3 de julio de 2020 pude constatar este hecho. A fin de probar la acústica del Cenador, durante la grabación de un programa para una serie de TV-2 sobre jardines dirigida por Sonia Tercero Ramiro, el contratenor Gabriel Díaz Cuesta cantó a *capella* ante las cámaras *Cara sposa* (de la ópera *Rinaldo* de Händel), una de las arias del repertorio de Farinelli.

³⁸ *The Sand-Reckoner*, en "The Works of Archimedes", editado por Sir Thomas Heath en 1897, Ediciones Dover 2003, pág. 221.

³⁹ El sistema de posición indo-árabigo que utilizamos hoy se desarrolló en India entre el 300 a.C. y el año 600, fue adoptado y perfeccionado por los matemáticos de la Escuela de Bagdad en el siglo X, que sustituyeron a palabra hidú para describir el cero *sunya* (vacío) por *sifr*. Cuando en el siglo XIII el sistema indo-árabigo se introdujo en Europa a través de Italia y Alemania, *sifr* pasó a ser *zephro* y luego *cero*. A partir del siglo XVI las *cifras* del sistema indigo-arábigo fueron de uso común por toda Europa.

Para poder describir las enormes cantidades de granos de arena involucradas en sus cálculos, Arquímedes desarrolló un nuevo sistema de numeración. Utilizando como base las miríadas de miríadas, consiguió llegar a dar nombre a todos los números entre el 1 y el 10^8 elevado a la potencia $10^8 \times 10^8$. Con estos nuevos números y sus tres unidades de longitud, resolvió el problema demostrando con cálculos las ocho afirmaciones siguientes:

1. El perímetro de la tierra no excede trescientas miríadas de estadios.
2. El diámetro del Sol no excede treinta veces el diámetro de la Luna.
3. El número de granos de arena en una semilla de amapola no excede una miríada.
4. El ancho de un dedo no excede cuarenta veces el diámetro de una semilla de amapola.
5. El perímetro de la tierra no excede trescientas miríadas de veces el ancho de un estadio.
6. El diámetro del Sol es mayor que el lado de un polígono regular de mil lados inscrito en un círculo máximo de la esfera del universo.
7. El diámetro del Universo no excede una miríada de veces el diámetro de la Tierra.
8. El diámetro del Universo no excede una miríada de millones de veces el ancho de un estadio.

Combinándolas adecuadamente, Arquímedes demostró que el número de granos de arena que caben en una esfera del tamaño de nuestro 'cosmos' es menor que 10^{51} . Pensando en Arquímedes miré nuevamente en mi torno: el cielo, las cumbres, los Jardines... En el centro de la gran esfera del Universo, otra esfera más pequeña, la Tierra, y en el centro común a ambas esferas, el Cenador. Reconocí el modelo cosmológico de Ptolomeo (100-170)⁴⁰: las esferas concéntricas del Universo y la Tierra, con la humanidad en su centro. Aunque el modelo resultó erróneo, su descripción de la Tierra como una esfera era acertada. De hecho, el gran reto de la antigüedad no había sido reconocer la forma de la Tierra, que se sabía redonda desde, al menos, el siglo IV a.C.⁴¹, sino determinar su tamaño. ¿Cómo medir la Tierra si resultaba imposible atravesar los tenebrosos océanos?

La respuesta más ingeniosa la dio el matemático Eratóstenes (276-194), uno de los primeros maestros en la Biblioteca de la Escuela de Alejandría y creador de la disciplina *geografía*, el arte de usar las matemáticas para hacer mapas de la Tierra. Eratóstenes, amigo de Arquímedes, comparó la altura del Sol en un mismo día —el solsticio de verano— en dos ciudades de Egipto relativamente alejadas, Alejandría y Siena (hoy Asuán). En Siena, el día del solsticio de verano el Sol está en su cenit, perfectamente vertical sobre nuestras cabezas, y no proyecta sombra. Estudiando la sombra proyectada por un palo clavado en el suelo, Eratóstenes llegó a la conclusión de que la altitud del Sol en Alejandría medía una cincuentava parte del círculo completo.

⁴⁰ Un modelo cosmológico es la explicación mediante una imagen de cómo funciona el universo.

⁴¹ En el siglo VII a.C. los jonios describían la Tierra como un disco, de lo que se mofa Heródoto. En el siglo siguiente, el discípulo de Tales, Anaximandro de Mileto, constata que los meridianos son curvos, e imagina la Tierra como un cilindro o incluso una esfera. En el siglo V, los filósofos pitagóricos describen la Tierra como redonda, pero no dan argumentos para ello. En el siglo IV, el navegante Piteas observa cómo varía la longitud de los días en las altas latitudes del Atlántico norte, lo que casa mal con una Tierra plana. De ahí en adelante la Tierra es aceptada como una esfera por todos los filósofos, incluidos Platón y Aristóteles.

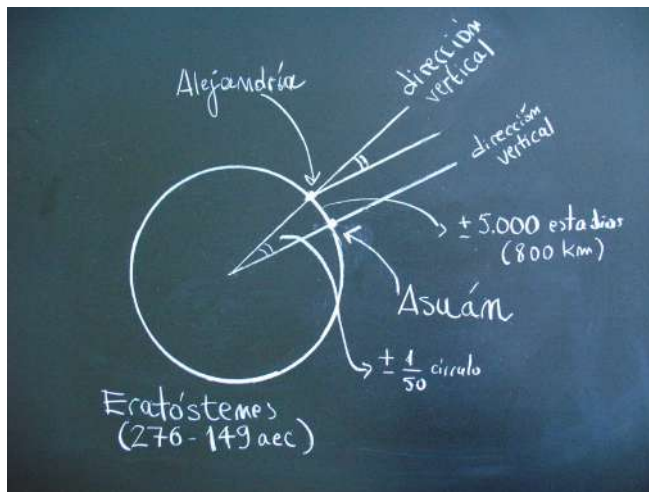


Fig 15: Cálculos de Eratóstenes

Usando ese dato, y calculando que las caravanas de camellos tardaban cincuenta días en llegar a Siena y recorrían unos 100 estadios diarios, estimó el meridiano terrestre en 252.000 estadios egipcios, unos 40.000 de nuestros kilómetros —entre 155 y 160 metros de promedio por estadio—, y el radio terrestre en unos 6366,18, un resultado con tan sólo la distancia entre La Granja y Segovia de error. (Datos actuales en el Anuario de la Real Sociedad de Astronomía: Radio Ecuatorial, 6378,14 kms.; Ecuador 40.075,12 kms.; Radio Polar, 6356,5 kms.; Meridiano Polar 39.939,16 kms.).

Gracias a los cálculos de Eratóstenes, a la geometría y a la observación de las estrellas, cuatrocientos años más tarde Ptolomeo, astrónomo, geógrafo y matemático que vivió en Alejandría en el siglo II d.C., en pleno apogeo del Imperio Romano, elaboró el primer mapa útil del globo terráqueo. En su libro *Geografía* (perdido y reconstruido en el siglo XIII), incluyó un catálogo completo de mapas del mundo conocido hasta aquel momento, que durante siglos guiaron a navegantes y comerciantes. Cristóbal Colón, por ejemplo, los llevaba consigo en su viaje a las Américas.



Figs 16, 17: Mapamundi y mapa de Hispania en el libro *Geografía* de Ptolomeo (reconstrucción s. XIII)

El salto definitivo en la construcción de mapas lo dió Carl Friedrich Gauss (1777-1855). En la primera mitad del siglo diecinueve, la zona de Europa limitada por el triángulo con vértices en las ciudades de Göttingen, Hamburgo y Königsberg (actual Kaliningrado), vivió décadas de guerras constantes. Las fronteras y los nombres de los países cambiaban con frecuencia y la elaboración de buenos mapas resultaba crucial. En 1818, el primer ministro del Reino de Hannover encargó a Gauss, entonces director del Observatorio Astronómico de Göttingen y el mejor matemático de la época, que llevase a cabo el estudio y cartografía del terreno abarcado por el reino. El proceso usual que se seguía entonces — y se sigue usando hoy— para llevar a cabo este tipo de trabajo se llama *triangulación*. Consiste en marcar puntos estratégicos sobre el terreno a estudiar, quedando de esta manera la región cubierta por una red de triángulos, y medir la distancia entre ellos. Puesto que los triángulos se trazan directamente sobre la Tierra, que no es plana, sus lados no serán rectos sino *líneas geodésicas*, directamente dibujadas sobre la superficie de la Tierra.

Por las mañanas, Gauss salía al campo a tomar medidas, y por las tardes trabajaba en su despacho haciendo cálculos. Uno de los primeros problemas a los que tuvo que enfrentarse a la hora de interpretar las medidas que obtenía, era el de que en aquella época no se conocía la forma exacta de la Tierra. La gran contribución de Gauss consistió en, astutamente, dar la vuelta a la situación: ya que no contaba con información precisa de la forma de la Tierra que le permitiese entender los datos conseguidos, decidió utilizar estos datos para deducir la forma exacta de la Tierra. Allá donde los ángulos de los triángulos sumasen exactamente 180° la superficie sería plana o cilíndrica; donde sumasen menos de 180° , la superficie sería parecida a una silla de montar a caballo; y, finalmente, donde los ángulos de los triángulos sumasen más de 180° , se tendría una forma parecida a un trozo de esfera o elipsoide. En 1828 Gauss publicó sus reflexiones en *Disquisitiones generales circa superficies curvas*, el texto que dio origen a la geometría diferencial moderna.

Hoy en día, todo el globo terráqueo está conectado por una red única de triángulos que han sido calculados con la mayor precisión posible. Sus vértices (llamados *vértices geodésicos*) están señalados por cilindros de 120 cm. de altura, a menudo con una placa que indica la altura exacta de ese punto sobre el nivel del mar, y suelen estar colocados en los lugares más altos y con vistas panorámicas amplias.

3. Geometría de los caminos.

Volvía a sentarme en los escalones del Cenador, recorrí con la vista el perfil del horizonte desde el Norte hasta el Este y busqué los tres puntos donde sabía colocados vértices geodésicos: la Atalaya, (1.647 m), el Cordal de Navahonda (1.895 m) y el pico detrás del Puerto del Reventón (2.079 m).



Figs 18, 19: La Atalaya y el Cordal de Navahonda (arriba) y el Reventón (abajo).

Intenté imaginar la impresión que se llevarían las visitas de Felipe V e Isabel de Farnesio, sentadas en el centro de la lujosa habitación y con las cuatro puertas abiertas de par en par: a un lado, al otro y a su espalda, hermosísimas cumbres; de frente, una inmensa alfombra de flores y juegos de agua cayendo hasta la residencia real.

Al cabo de un rato de mirar con ojos inteligentes —expresión con que se describe en la comunidad científica a nuestros ojos cuando los conectamos con la mente—, pequeños detalles empezaron a incomodarme: una farola absurdamente emplazada junto al seto que limita la plazuela en torno a las Tres Gracias, precisamente en la línea que une el centro de la fuente con la Puerta del Molinillo; árboles plantados fuera de encuadre, rompiendo la perspectiva de algún camino⁴²; setos demasiado cortos o demasiado largos,... Si me molestaban era porque interferían con algún patrón que mis ojos empezaban a reconocer, con la idea del jardín que se estaba empezando a formar en mi mente. Las matemáticas nos enseñan que son esos detalles fuera de lugar —las singularidades— los que con frecuencia esconden las claves que buscamos. Intenté mirar más allá de los pequeños descuidos acumulados en los últimos trescientos años e identificar la idea que intentaron plasmar los creadores de los jardines, la estructura geométrica del sitio ¿Cómo se verían las distintas perspectivas con unos árboles tres siglos más jóvenes y cuidadosamente podados?

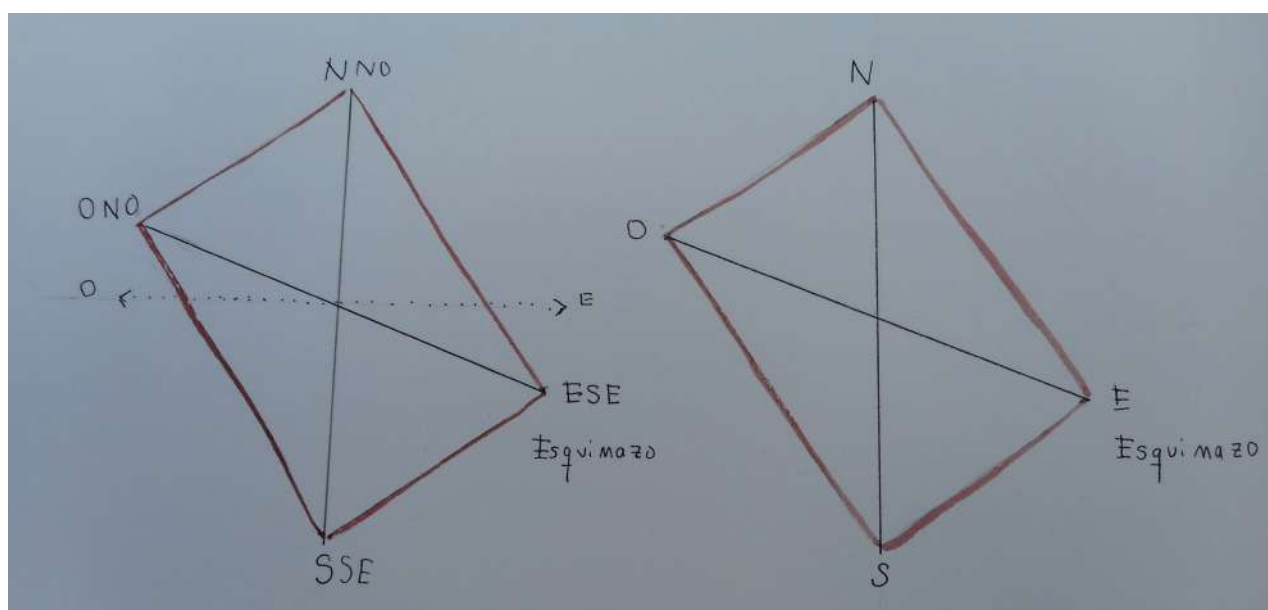
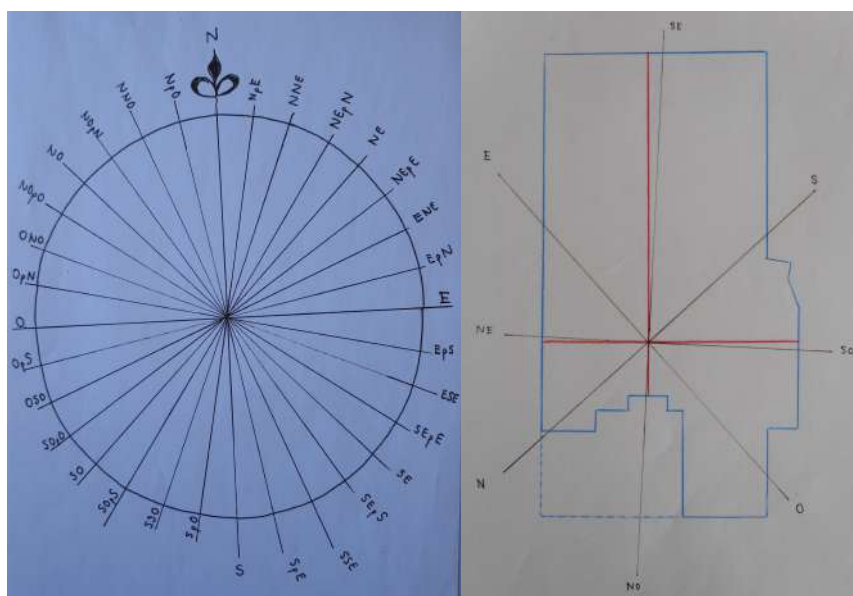
Frente a mí, a los pies de la impresionante alfombra, el balcón real; a mi espalda, el Puerto de los Neveros. A mi derecha, el Cordal de Navahonda, a mi izquierda la Pinareja. Volví la vista al Cenador, con su peculiar forma octogonal: ocho fachadas (cuatro puertas con arco y cuatro chaflanes), ocho perspectivas, ocho direcciones. Bien dibujados por árboles adecuadamente podados, los caminos se desplegaban a mi alrededor como ocho telescopios para mirar las cumbres, para mirar el horizonte. Fue entonces cuando lo ví: el jardín de la Granja es una Rosa de los Vientos.

Muchas de las matemáticas desarrolladas en los últimos siglos, han tenido como objetivo construir instrumentos —desde un buen mapa hasta un GPS— que nos permitan orientarnos en mitad del mar o del monte. Una de las primeras herramientas desarrolladas fue la Rosa de los Vientos, que sigue formando parte de muchos de los artilugios que manejamos hoy. Se trata de un mapa del horizonte inventado por los marinos hace más de veinte siglos⁴³, simple pero muy práctico, y consiste en un círculo con treinta dos radios equidistantes. El centro del círculo representa el lugar donde estamos nosotros, el círculo el horizonte en derredor nuestro, y los treinta y dos radios las treinta y dos direcciones en nuestro torno. Antaño, las treinta y dos direcciones tenían el nombre que en cada zona se diese al viento correspondiente. Hoy en día, sin embargo, es una convención internacional usar las iniciales de los puntos cardinales y sus combinaciones. Los puntos cardinales Norte, Sur, Este y Oeste están en los extremos de dos de los diámetros perpendiculares del círculo que representa el horizonte, indicados con las letras N, S, E y O. Los nombres de las treinta y dos direcciones, en sentido de las agujas de un reloj, son: N, NpE, NNE, NEpN, NE, NEpE, ENE, EpN, E, EpS, ESE, SEpE, SE, SEpS, SSE, SpE, S, SpO, SSO, SOpS, SO, SOpO, OSO, OpS, O, OpN, ONO, NOpO, NO, NOpN, NNO, NpO. La 'p' representa la palabra 'por': por ejemplo, NpE se lee 'Norte por Este', ENE es 'Este-NorEste' y 'NOpN' representa el Noroeste por Norte. En la mayor parte de las situaciones de cada día, una Rosa de los Vientos con ocho direcciones es suficiente para manejarnos cómodamente, y en muchos mapas actuales la Rosa de los Vientos está representada por un pequeño círculo en un lateral del papel, sobre el que se ha marcado solamente la dirección Norte.

⁴² Los paseos en que están basadas estas observaciones tuvieron lugar durante el otoño y el invierno. Al estar los perfiles de los caminos en los Jardines marcados por árboles de hoja caduca, en primavera y verano las hojas de las ramas ocultan la geometría dibujada por ellos.

⁴³ La primera descripción que se conoce de una Rosa de los Vientos la dio Plinio el viejo en *Historia Naturalis* libro II, parrafo 103.

Abrí la mochila, saqué el cuaderno, los lápices, el compás y la brújula. Tracé con el compás el círculo del horizonte y, a continuación, usando uno de los lápices como regla, dibujé sobre el círculo los cuatro puntos cardinales y las direcciones entre ellos. Había leído en la guía de los Jardines de Breñosa y Castellarnau⁴⁴, que los Jardines están encerrados en un rectángulo cercado de muro cuyas cuatro esquinas tenían las direcciones (siguiendo las agujas del reloj) N, ESE, S y ONO. Para hacer más fáciles mis notas decidí tomarme una licencia poética y, a partir de ese momento (y en el resto de estas páginas) suponer que las cuatro esquinas coinciden con los cuatro puntos cardinales. Como matemática sabía que tal cosa era imposible, pues de ser así el recinto sería necesariamente cuadrado y no rectangular. Pero mientras seamos conscientes de la licencia que nos hemos tomado, no pasa nada.



Figs 20, 21, 22: Rosa de los Vientos, direcciones reales del rectángulo de los Jardines y nuestra aproximación

⁴⁴ [Breñosa- Castellarnau, 1884], pág. 19. Este libro está disponible en la Biblioteca Digital de Castilla y León.



Fig 23: La Atalaya, la dirección Norte desde el Cenador .

Escribí en cada dirección el nombre de la cumbre que se ve desde la Fuente de las Tres Gracias (los árboles impiden ver muchas de ellas desde el Cenador), el nombre de la estación que representa la máscara sobre cada uno de los cuatro arcos-puerta del templete y el nombre del continente representado en los relieves de los cuatro chaflanes. Me llamó la atención que América y Asia aparecen permutados, ocupando cada uno la dirección que debiese ocupar el otro. ¿Error intencionado o descuido?

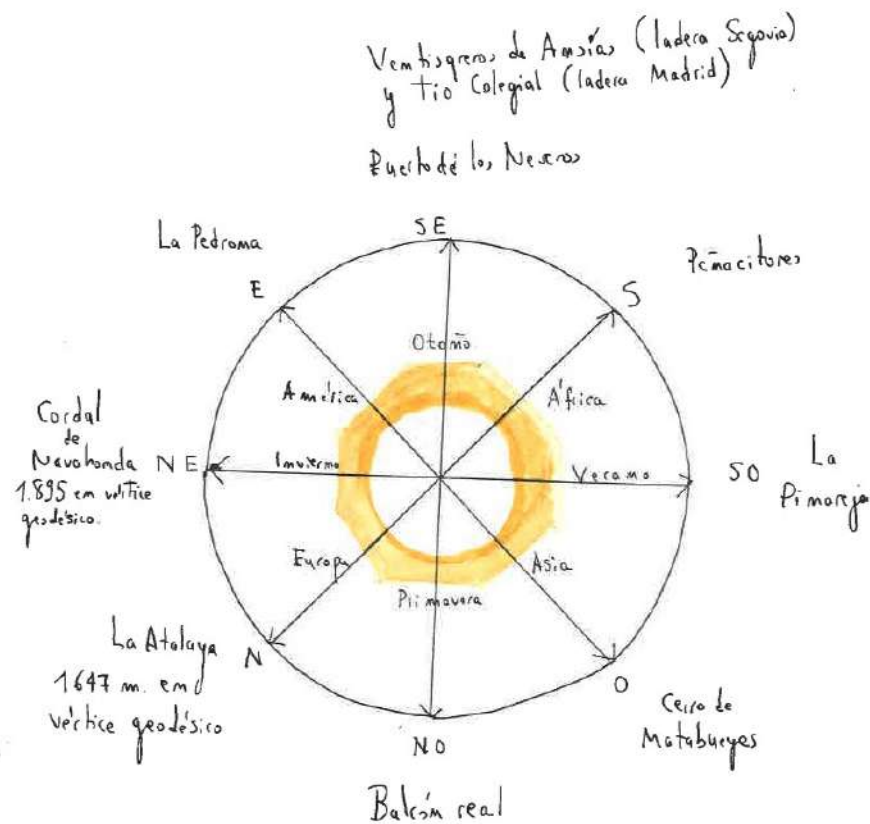


Fig 24: Rosa de los Vientos desde el Cenador

Al mirar en dirección Sur-Oeste hacia la Pinareja, reconocí a mitad de la Calle Larga la Plazuela de las Ocho Calles, donde ocho caminos se abren limpiamente hacia el horizonte. Sentí curiosidad. ¿Cómo sería la Rosa de los Vientos de ese lugar? ¿En qué se parecería y en qué se diferenciaría de la Rosa de los Vientos del Cenador? Recogí mis bártulos, me dirigí hacia allí, y repetí el juego.

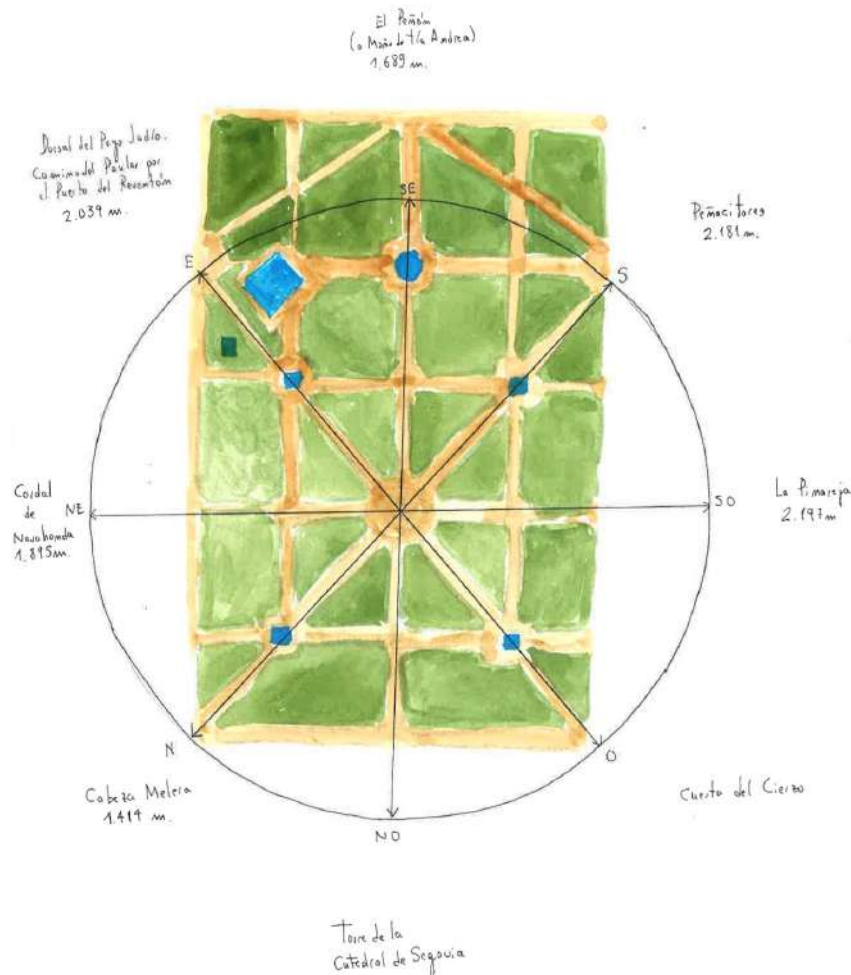


Fig 25: Rosa de los Vientos de la Plazuela de las Ocho Calles

Vistos desde el Cenador o desde la Plazuela de las Ocho Calles, los Jardines de la Granja, con sus caminos-telescopio, parecen extenderse más allá de las tapias, más allá de las cumbres, más allá de la línea del horizonte visible, hasta los confines del Universo.

Cuando los volví a abrir, sin poder explicármelo, me pareció que el universo entero se me ofrecía a la vista. Podía ver más allá del valle que se extendía delante de mí, más allá de la cresta rojiza de los volcanes, hasta el mar donde un barco pesquero navegaba apaciblemente, incluso más allá, por extraño que pueda parecer, hacia las costas de Europa. La tierra tan vasta allí fuera y aquel círculo feliz, como un vientre materno, un lugar protegido....: «Así que esto es un jardín», me dije con un nudo en la garganta⁴⁵.

"El universo es una esfera", nos dice la geometría de este jardín. Y nosotros, en su centro, estamos conectados con todo él.

⁴⁵ Jorn de Précý, *El jardín perdido*, Elba 2018, 22.



Capítulo 3

Las aguas

Los ingenieros que construyeron el sistema hidráulico de los jardines, tuvieron que tener en cuenta esta extrema variación de caudal que sufren, de unas temporadas a otras, los ríos y arroyos que se forman en la Sierra de Guadarrama. Por eso, y a fin de asegurar el suministro necesario durante todo el año, recondujeron hacia el recinto prácticamente todas las corrientes que desde el Puerto del Reventón hasta Peñalara vertían hacia la llanura segoviana. Siguiendo el mismo sistema para la captación de las aguas que los acueductos romanos, parte del caudal de las corrientes se redirige y lleva hasta depósitos en el interior del recinto, desde donde se distribuye para los distintos servicios —fundamentalmente el sistema de agua potable del pueblo, aún hoy, y los juegos de agua de los jardines—.

Construidos para proveer de agua las ciudades, los acueductos romanos estaban formados por tres sistemas, el de captación, el de transporte y el de distribución de las aguas. Para dirigir de forma controlada las aguas más superficiales de una corriente hacia un canal (*cacera* en Castilla, *acequia* en Levante y Andalucía y *specus* en latín) que la transportaba hasta el núcleo urbano, los ingenieros romanos levantaban unos diques que solían tener una altura modesta y que hoy denominamos *azudes*. Una vez encauzada el agua, la conducción se hacía sobre el terreno a través de caceras cubiertas por un mortero impermeable hecho con cal y polvo de ladrillo, inventado en la ciudad de Signia, en el Lacio.

El acueducto construido en Segovia a principios del siglo II, consiste en un azud para la toma de agua y una cacera de una longitud total de 16.185 metros para transportarla y distribuirla (13.000 de los cuales son extraurbanos), que termina cerca del Alcázar⁴⁸. El azud recoge agua del río Acebeda (que luego toma el nombre de río Frío), en la Sierra de Guadarrama, a 1256 metros de altura sobre el nivel del mar. Este dato es importante, porque los romanos construían pensando en la gravedad y movían el agua sólo por caída. Cuando el terreno en que se asentaba la cacera de un acueducto descendía, para mantener la pendiente uniforme se levantaba un muro de fábrica. Los muros son una buena solución cuando se trata de salvar alturas pequeñas de hasta unos 3 metros; a partir de esa altura, resulta más barata y segura la construcción de arquerías elevadas. En el caso del acueducto de Segovia, a lo largo de los catorce primeros kilómetros la cacera va sobre muros; en su penúltimo tramo, ya intramuros, se eleva sobre arcos —primero de un piso, después de dos— a fin de salvar la vaguada conocida hoy como la plaza del Azoguejo; y el último kilómetro y pico va por un canal soterrado de granito reconstruido en época de los Reyes Católicos.

Reconducir todas las corrientes entre el Puerto del Reventón y Peñalara suponía manejar una cantidad enorme de agua, con una fuerza potencial que era necesario tener vigilada y controlada, a fin de evitar en lo posible situaciones peligrosas como el desmorone de laderas y tapias o las inundaciones. Un siglo antes, Isaac Newton había demostrado que para controlar la energía de aguas en movimiento es imprescindible entender dos cosas: la geometría del terreno que recorren las corrientes y cómo funcionan las leyes de la hidráulica.

⁴⁸ Santiago Martínez Caballero, *El Acueducto de Segovia. De Trajano al siglo XXI*, Ayuntamiento de Segovia, 2012.

La geometría del recinto de los jardines es fácil de describir. Vistos desde el cielo, parecen formar un rectángulo plano. Sin embargo, sobre el terreno se aprecia que la pendiente de la superficie no es uniforme. Se trata, de hecho, de una alfombra rectangular que sube en pendiente por la falda de la sierra, con su vértice superior izquierdo (mirando desde la fachada del palacio) mucho más levantado que el derecho. Dicho con otras palabras, la esquina Este de la cerca (conocida como *el Esquinazo*), que sube por la ladera del Poyo Judío, está a mucha más altura que cualquier otro punto del terreno.



Figs 28, 29: El Esquinazo visto desde el Parque de Riofrío y desde el Paseo del Molinillo

Esta diferencia de pendiente entre unas zonas y otras del lugar, hizo imprescindible que los ingenieros matemáticos contratados por Felipe V tuvieran que tener en cuenta los tres principios básicos de la hidráulica: el principio de Bernoulli, el principio de continuidad del caudal y el principio del juego del látigo. Los tres son consecuencia del *principio de conservación de la energía*, que nos dice que la energía total de un sistema permanece constante.

El Principio de Bernoulli⁴⁹ es el principio de conservación de la energía aplicado a una corriente de líquido que se mueve. En este caso, la energía total del sistema es la suma de su energía cinética (*masa x gravedad x altura*) y su energía potencial ($1/2 \times \text{masa} \times \text{velocidad}$) y, para que la suma de las dos se mantenga constante, cuando una de ellas disminuye ha de aumentar la otra. La consecuencia más importante de este principio a la hora de construir un jardín en un terreno que baja por la falda de un monte, es que cuando el agua cae en pendiente decrece rápidamente su altura, por lo que, también rápidamente, aumenta su velocidad; claramente, a mayor pendiente mayor velocidad.

El principio de conservación de la energía también nos dice que la masa de un fluido que se mueve por un conducto ha de conservarse, por lo que en cualquier sección del conducto la masa de agua que entra ha de ser igual que la masa que sale. Dicho con otras palabras, el caudal —producto del área de una sección dada por la velocidad con la que fluye el líquido por ella— permanece constante en todo momento. En el caso de un río, eso tiene como consecuencia que cuando el cauce se estrecha la velocidad del agua aumenta.

⁴⁹ Se le llama así porque lo popularizó Daniel Bernoulli en su libro *Hidrodinámica* (1738), aunque era conocido desde antes.

En el juego del látigo varias personas se agarran de la mano en fila india y echan a correr. La idea del juego es intentar que la fila se mantenga en todo momento recta como si se tratase de un palo. Quien encabeza la fila, *el látigo*, para de repente sin avisar y da un tirón de la mano de la persona que tiene al lado, haciéndola girar; esta, al girar, tira de la siguiente, que, a su vez, hace girar a la próxima, y así sucesivamente. Las personas al final de la cadena tienen que avanzar a gran velocidad para mantenerse a la altura del resto y que la fila se mantenga. De hecho, cuanto más cerca del extremo se esté, más se tendrá que correr para mantener la fila recta. La razón es que, al ser la longitud de la circunferencia de un círculo directamente proporcional a su radio, cuanto más lejos esté una persona del centro de giro, mayor recorrido tendrá que cubrir. Este principio explica el comportamiento del agua en un meandro. Cuando la pendiente de una corriente es escasa, el agua fluye lentamente y el río se ensancha dibujando curvas sinuosas que se conocen como *meandros*. Con el tiempo, las corrientes que recorren los Jardines han ido creando muchos. Un meandro tiene dos orillas, una con forma cóncava y otra convexa. Los sedimentos que el río arrastra se despositan en la parte convexa, por donde el agua cursa más lentamente, y con el tiempo la orilla va avanzando por esa ribera. En la parte cóncava, sin embargo, el agua avanza a mayor velocidad, erosiona el fondo, se come las laderas, la orilla retrocede y el meandro se hace más pronunciado.

Estos tres principios aplicados a la geometría del terreno, permitieron a los ingenieros matemáticos estudiar las corrientes con las que iban a trabajar y asegurarse de que el sistema hidráulico que iban a construir controlase, en lo posible, la energía cinética⁵⁰ del agua. Es a esto a lo que nos referimos cuando usamos la expresión 'domesticar el agua'.

Hay tres aspectos a considerar cuando se quiere domesticar agua en movimiento: reconducirla en caceras (las hay por todos los Jardines), construir muros de contención en lugares estratégicos para reducir su fuerza en caso de que estas caceras se desborden (la Ria es un magnífico ejemplo de muro de contención) y frenar el desmorone de las laderas de los cauces manteniendo las caceras debidamente cuidadas.

Como cualquier otra corriente, el curso del agua en una cacera funciona como una cinta transportadora que se lleva por delante todo lo que encuentra en ella y provoca el desmorone de las laderas. Esto es lo que se conoce como la *acción remontadora de los ríos*, que van ganándole terreno a la tierra. Ocurre lo mismo cuando excavamos un hoyo en la playa cerca de la orilla; en cuanto excavamos por debajo del nivel de arena seca, el agujero se anega de agua, sus paredes se desmoronan y lo que era un simple hoyo se convierte en piscina. Por otro lado, en verano la tierra drena, baja el nivel freático y el suelo, reseco, se desmorona fácilmente. Ambos fenómenos pueden evitarse por métodos muy diversos (canalizando los cursos, colocando de vez en cuando y en lugares estratégicos escalones de piedra, etc.). De todos ellos se encuentran ejemplos en los Jardines de la Granja.

⁵⁰ Energía cinética es la energía que lleva el agua debido a su movimiento.

Noticia circunstanciada de la inundación ocurrida el día 9 de Septiembre de este año en el Real Sitio de San Ildefonso. Este día, del que por largo tiempo tendrán memoria los vecinos del Real Sitio de la Granja, fue el más lastimoso que han conocido sus habitantes. La posición local del sitio de S. Ildefonso es conocida de casi toda la Corte. Está situado a la falda de las altas montañas que vierten hacia Segovia. Entre esta población y los cerros está colocado el hermoso jardín, cuya admirable fontanería se provee de las aguas que allí baxan de los altos inmediatos. Le circunda por todas partes una muralla de mampostería, de unos doce pies de alto sobre tres de grueso. El piso del jardín, y así mismo el del sitio, tienen más declive hacia su parte derecha, o hacia el norte, que al lado opuesto, y así es que por este lado hizo su estrago el agua. Todo el día 8 de este mes se mantuvo lloviendo por intervalos. La noche cerró con agua continuada, y fue aumentando, cada vez más, hasta media noche. A esta hora no pasaba la lluvia de ser abundante, y al parecer temporal. Pero desde las doce hasta después de las tres de la mañana, no solo era abundantísima, sino que los truenos y relámpagos fueron espantosos, y tuvieron como consternados a todos los vecinos.

Amaneció el día 9 lloviendo, también por intervalos, hasta que a cosa de las diez y media de la mañana cayó un golpe grande de agua mezclada con granizo; con lo que se serenó el tiempo. Inmediatamente se advirtió inundado de agua el plantel de la fruta, y acudieron a desaguarle practicando agujeros en la tapia que corresponde al testero de la Calandria. Ocupada la gente en esta maniobra, no hechó de ver que esta agua debía de manar de otra cantidad mayor muy inmediata. En efecto, a cosa de las once y media se oyó un estrépito, semejante al que hace a lo lejos una batería de quatro o seis cañones, motivado de haber reventado una gran copia de agua, revalsada detrás de la muralla y en la parte más declive, dentro del jardín grande, junto a la ría.

Inmediatamente se la vió salir con un ímpetu asombroso, dirigiéndose entre la Calandria y el costado derecho de la iglesia de los Dolores hasta salir al campo por la puerta Nueva y por la del Horno. No solo arrolló la columna de agua un lienzo de tapia que aquí la detenía de más de 40 pies llevándose grupos de ella de cerca de 300 arrobas, sino que arruinó e inutilizó enteramente, aunque mezquinas unas ocho o nueve casas, arrastrando consigo las camas, ropa de todos dos géneros y demás trastos de sus infelices habitantes; pasándose todo esto en menos de un cuarto de hora. Pero la desgracia no paró aquí. Perecieron ocho personas, quatro mayores y quatro criaturas. Dos de estas últimas saqué por mi mano pasado el riesgo, y aún creí que las fumigaciones, friegas y otros estimulantes, las harían volver. Supe que en el Hospital pusieron en uso estos y otros medios, pero todos sin fruto, a causa, según dixeron, del mucho cieno y otras inmundicias que traía el agua; y esto parece lo comprueban dos mugeres robustas, que habiendo vuelto en sí, y administrado las los auxilios conducentes, murieron no obstante, la una en la tarde del mismo día, y la otra a las nueve.

Para formarse una idea de cómo se congregó el agua que ocasionó tantos males, se ha de tener presente la gran cantidad de ella que necesitan las numerosas fuentes de aquellos jardines. Para el servicio de estas hay varios depósitos o estanques, y entre ellos uno muy espacioso que le llaman el Mar. A este le entran particularmente las aguas de dos gargantas o arroyos llamados uno de Carneros, y otro Morete. Este último se desagua en el primero, antes de entrar en el jardín.

Ya se ha dicho como estuvo el temporal el día ocho, y la noche del ocho al nueve. El agua que cayó este día, y la muchísima que llovió por la noche, hizo rebosar al arroyo Morete, depositándose todas estas aguas por fuera de la tapia que cierra el jardín por la parte de la montaña alta, en donde justamente hay un baen de bastante extensión; de suerte que se acumuló tanta, que no pudiendola resistir la muralla reventó en más de 400 pies de extensión, y se esparció por el jardín buscando, como es natural, la parte mas baxa. Esta la halló entre la ría y los planteles de la fruta, de suerte que vino a congregarse aquí una columna de agua de más de 60 pies de extensión, sobre ocho o nueve en su mayor extensión.

El benigno corazón de nuestro augusto Monarca se compadeció al oír un acaecimiento que ha pasado, por decirlo así, a su vista. Y el Exelentísimo Señor Duque de la Alcudia, con su acostumbrada caridad y buen corazón, tomó todos los medios humanos que podían suavizar el desconsuelo de los huérfanos, viudos y viudas, comprendidos en esta desgracia. Queda de Vms. su atento servidor⁵².

⁵² *Memorial literario, instructivo y curioso de la corte de Madrid*, septiembre de 17933, pp. 429-433. Revista de caracter ilustrado y una de las de mayor empaque de la prensa dieciochesca española, calificada por Menéndez Pelayo como la verdadera revista crítica de la época.

Tras leer sobre el triste suceso, quise entender qué había pasado exactamente, y qué ocurriría hoy si se repitiese el fenómeno. Para empezar, y sabiendo que Eduardo Casanova había estudiado con detenimiento el accidente, le pedí que me lo explicase. El trasvase del agua del arroyo Morete al Carneros tiene lugar mediante un caz reforzado por un muro que cursa paralelo a la tapia. Entre uno y otra el terreno forma una artesa cóncava—una vallonada, se le llama—. Cuando baja mucha agua de las cumbres, la tapia del jardín se convierte en una presa y, si no se le da salida, el agua acaba trepando los muros y los desmorona. A fin de aliviar tal presión, entre las entradas del Morete (el antiguo cauce) y el Carneros, originalmente se construyeron tres desagües o aliviaderos (que aparecen dibujados como caceras en el plano de Méndez de Rao: dos cercanos a dicho trastrillo y el tercero junto a la entrada del Carneros). El 9 de septiembre de 1793, la lluvia, que había estado cayendo ininterrumpidamente, hizo rebosar el caudal de agua del muro que redirige las aguas del Morete al Carneros. La corriente se desbordó y el Morete acabó por recuperar su antiguo cauce⁵³. Según se deduce de los tajamares que aún pueden verse en el lado interior de la tapia, en aquella época la entrada a los Jardines del curso original del Morete estaba protegida (como las del arroyo Carneros y la cacera de Peñalara) por un rastrillo de verja basculante y eje horizontal. La tasa de evacuación del rastrillo probablemente había sido calculada para caudales y desbordes promedios. Debido al exceso de materiales arrastrados por el agua desbordada, el rastrillo fue obturándose hasta que dejó de evacuar agua. Algo parecido les ocurrió a los aliviaderos anexos y el agua se fue acumulando en la vallonada del otro lado de la tapia, hasta que el agua se desbordó por la tapia, cayendo con mucha fuerza del otro lado y horadando su base. La cerca, cada vez más debilitada, no pudo aguantar la presión del agua y acabó desmoronándose. Una vez dentro del recinto, las aguas bajaron por los jardines acumulándose, debido a la pendiente, en la zona de la Ría. Escalonada en planos para ralentizar la velocidad del agua y con un muro de contención en su cabecera (el Estanque de la Media Luna), la Ría había sido construida con capacidad suficiente para contener una embestida grande. Las voces expertas ofrecen dos posibles causas de la tragedia ocurrida. O bien la fuerza del agua superó los pronósticos, o bien en época de Carlos III alguien decidió sustituir el sistema de desagüe original por una estrecha cañería sin antes haber hecho los cálculos necesarios.

Sea como fuere, el detonante de la tragedia había sido un desmorone de la zona Este de la tapia SE debido a la fuerza cinética del agua. El sábado 29 de febrero de 2020 decidimos dar un paseo por la zona intramuros del accidente e investigar el estado de mantenimiento actual de las medidas de precaución tomadas en la tapia. Nos acompañaba María José Peset, nieta del doctor Peset Alexandre⁵⁴, hija y hermana de Ingenieros de Caminos y entrenada también en observar el mundo con mirada científica. Iniciamos nuestro recorrido en el rastrillo de entrada del Morete/Carneros y fuimos siguiendo la cerca en dirección Este hasta la entrada del antiguo cauce del Morete. Pese a que sabíamos exactamente donde estaban por haberlos identificado con antelación en el mapa de Méndez de Rao, no nos fue fácil encontrar los tres aliviaderos horadados en la tapia entre ambos lugares. Escondidas detrás de matorrales y malas hierbas y convertidas en zorreras, las tres aberturas estaban completamente obturadas y fuera de servicio.

⁵³ Cuando se desvía un río, el único caudal que se reconduce es el superficial. Las aguas subterráneas mantienen su curso original, y es fácil que bajo lluvias abundantes el cauce del río sobre la superficie se recupere.

⁵⁴ Catedrático de Medicina Legal en la Universidad de Valencia, de la que fue Rector durante la Segunda República. Pionero en Europa en la lucha contra las Pandemias, fue fusilado por Franco en 1941.

Como ya hemos mencionado, dos tajamares dan testimonio del rastrillo por el que en 1793 penetraba el Morete en los Jardines. En algún momento alguien decidió quitar la verja entre los tajamares y cegar el arco de entrada. Hoy, como único aliviadero del agua, existe un pequeño agujero a casi un metro del suelo, no mucho más grande que un pomelo. Recorrimos la zona monte abajo, y pronto encontramos rastros del curso de los tres aliviaderos y del antiguo cauce del arroyo. El incendio que en agosto de 2019 tuvo lugar en la Sierra de Guadarrama afectó la cuenca del Morete, dejando el suelo de la zona cubierto de cenizas que las primeras lluvias fuertes del otoño arrastraron hasta los Jardines y que en Febrero de 2020 eran aún visibles. Eso hizo posible identificar, bajo hierbas y matorrales, el curso seguido por las aguas una vez dentro del recinto. Pasado el mirador del Gurugú, el cauce del aliviadero que nace junto al rastrillo del Carneros cruza el camino de circunvalación; la tubería por la que el agua hubiese debido atravesar bajo el camino estaba completamente obturada: matojos, lodo, piedras,... Las marcas de ceniza del lado derecho de la cuneta indicaban el curso alternativo, no controlado y por ello inseguro, que habían seguido las aguas hasta retomar su lecho. El descuidado estado de las caceras y antiguo cauce del Morete nos hizo concluir que, en caso de que las aguas se desbordasen de nuevo por la cerca, bajarían descontroladas monte abajo llevándose por delante todo lo que encontrasen en su camino. Quedaba por saber si podría volver a darse el caso de que las aguas sobrepasasen la altura de la tapia, para lo que necesitábamos recorrer el terreno por la zona de extramuros y estudiar su geometría actual. Llevamos a cabo esta exploración el sábado 2 de mayo; aunque los Jardines permanecían cerrados, ya se podía pasear por el monte y recorrer su contorno. Una vez identificamos el antiguo cauce del Morete, nos fué fácil encontrar el pequeño agujero de su entrada en los Jardines y las tres aberturas para aliviaderos entre él y el rastrillo del Carneros. Completamente taponados, los cuatro orificios resultan a día de hoy inútiles como desagües. Además, al recorrer la vallonada que se forma junto a la tapia entre el primer orificio y el último, observamos que a menos de medio metro del borde superior de la cerca se percibían aún las líneas que las cenizas habían dibujado sobre el muro tras las primeras tormentas fuertes después del incendio de agosto de 2019. Esas marcas (de las que más tarde comprobamos que existen muchas fotografías hechas por paseantes) son prueba irrefutable de que las aguas que en días de tormenta se acumulan tras la tapia SE de los Jardines cerca del Esquinazo, alcanzan alturas preocupantes. El, a todas luces insuficiente y mal mantenido, orificio de entrada del antiguo curso del Morete, junto al mal estado en que se encuentran los aliviaderos existentes en la zona, hicieron saltar todas nuestras alarmas. Sabiendo sobre las fuertes y continuadas tormentas que, debido al cambio climático que nuestro mal hacer está produciendo en el planeta, pueden tener lugar cualquier día, comprobar que los Jardines no están preparados para afrontarlas nos llenó de preocupación.

La tercera corriente que desde las cumbres nutre los Jardines es la cacera de Peñalara. Construida en 1730, es lo que se llama un trasvase de cuenca y se hizo para reconducir el agua que descendía por el valle de Valsaín. Nace monte arriba, en el arroyo Peñalara, y al bajar recoge parte del caudal del arroyo de la Chorrancia y todo el caudal del arroyo de los Neveros. La mañana de 22 de febrero me acerqué con una de mis guías hasta su rastrillo de entrada. El monte junto a la cerca estaba prácticamente cubierto de narcisos y no pudimos resistirnos a pasear entre las flores recorriendo el perímetro. Unos metros al Sur de la Puerta del Cebo, una pequeña abertura en la tapia y el rastro de un antiguo cauce, ambos desconocidos para nosotras, despertaron mi curiosidad.

Volví varias veces para estudiar la forma del terreno a ambos lados de la cerca y concluí que en algún momento tuvo que pasar por allí algún cauce principal. Una vez convencida de ello, busqué en planos y documentos antiguos hasta encontrar lo que buscaba: el mapa de Méndez de Rao (1734-1737) describía, claramente, un curso de agua a la derecha intramuros de la Puerta del Cebo, exactamente donde yo había deducido que debía estar.



Fig 31: Detalle del mapa de Méndez de Rao (1734-1737)

Consulté con Eduardo Casanova que, tras investigar el tema y recorrer él mismo la zona, se puso muy contento y me felicitó por haber encontrado a qué exactamente se denominaba antaño *arroyo del Asno*, cuestión que según le había explicado su amigo Julio de Toledo estaba aún por resolver. Lo que nos dice el terreno es que, como casi todas las obras de ingeniería de este tipo, la cacera Peñalara fue llevada a cabo en fases. El primer tramo que se construyó recogía tan sólo el agua del arroyo de los Neveros, entraba en el recinto por el hueco que había llamado mi atención cerca de la Puerta el Cebo, y recibió en nombre de arroyo del Asno. Cuando en la segunda fase de su construcción se añadieron a la caz las aguas del arroyo de la Chorranca, la pendiente del terreno donde estaba ubicado dicho hueco resultaba excesiva para tanta agua y se trasladó la entrada de la cacera a su ubicación actual, en una superficie bastante más plana próxima a la esquina Sur de la tapia⁵⁵. Años después el orificio de entrada a los Jardines de lo que fuese el arroyo del Asno se recicló para captar también las aguas sobrantes del cauce con que se regaba el jardín extramuros de la Casa del Cebo.

Unos cientos de metros más allá de su entrada en los Jardines, la cacera Peñalara vierte en el arroyo Morete/Carneros y las tres corrientes que nutren los Jardines se convierten en un caudal único cuyas aguas se distribuyen en la presa conocida como *el Partidor del Pino*, ubicada a escasos metros del punto de encuentro de ambos cauces.

⁵⁵ La entrada de la cacera Peñalara aparece por primera vez en su ubicación actual en el plano de Ribelles (1850) y no aparece en el de Herrero, por lo que sabemos que fue construida entre 1800 y 1850.



Fig 32: Las aguas que entran en los Jardines por la tapia SE.

3. Distribución de las aguas.

En el Partidor del Pino, el agua se reconduce a dos caceras; una dedicada a la alimentación del gran depósito llamado *el Mar* y la otra a los estanques Cuadrado, las Ranas y el Chato. El agua sobrante (a veces denominado desagüe del arroyo Rastrillo) cursa asalvajada monte abajo por un cauce natural y, tras unos trescientos metros, sale del recinto por un boquete en la tapia SO conocido como *el Rastrillo*. Aquella mañana seguí mi camino favorito para llegar hasta el Partidor: una pequeña trocha que nace detrás de la Gruta ubicada en la esquina Sur del Mar, y sube por la ladera paralela a una de las caceras que nacen allí.



Fig 33: Entorno del Partidor del Pino

Tras subir la empinada cuesta decidí beber un trago de la Fuente del Pino, una de las doce fuentes de agua potable (sin tratar) de los Jardines, y la más fría de todas. Está situada en una plazuela pequeña a la que se accede por una veredita que desciende, en dirección Este, desde el Partidor. Me acerqué al mirador frente a la fuente. No hizo falta que nadie me dijese que en un momento dado por allí pasó un arroyo: pude deducirlo haciendo geometría, esto es, prestando atención a la forma el terreno. Más tarde comprobé en el mapa de Méndez de Rao que, efectivamente, por allí pasaba el cauce original del Carneros. Al aumentar su caudal con el del Morete, una vez más para esquivar la potencialmente peligrosa pendiente y aminorar la velocidad del agua, se le recondujo haciendo que siguiese su recorrido actual.



Fig 34: Detalles del Partidor del Pino.

Tras refrescarme un poquito me encaramé al puente del partidor del Pino. De un lado, el agua descendía del monte en un cauce único. Del otro, un juego de compuertas bifurcaba el agua en dos cursos: frente a mí, tras verear ligeramente a la izquierda, las aguas sobrantes bajaban asalvajadas hasta desaguar en la tapia SO por encima de la puerta de la Última Línea de Arriba; en ángulo recto hacia mi derecha, un canal encauzaba el agua hacia el Mar y otros depósitos. Antes de entrar en un túnel bajo el camino, una compuerta desvía parte de este canal hasta una cacera que baja, casi paralela al camino, hasta el Tranvía (en la esquina SO del Mar) y desde allí se dirige hacia los distintos lugares que alimenta. Del otro lado del túnel, la cauce se bifurcaba, una vez más, en dos acequias, la una directamente hacia el Mar, la otra hacia su Gruta.

No se sabe cuándo exactamente se construyó el Mar, un proyecto de René Carlier, primer jefe de obras de los Jardines que murió antes de que en 1723 Felipe V se hiciese con los terrenos en que está ubicado. Sí se sabe que para llegar hasta allí había que atravesar tierras que no fueron de propiedad real hasta 1735 y que las obras finalizaron, muerto ya Felipe V, hacia 1750. También se sabe, gracias a Valentín Quevedo, que el origen de su nombre es el término francés *la mare*, que significa literalmente el estanque. En 2000 y con motivo de la celebración del tercer centenario de la llegada al trono de Felipe V, el mapa francés de los Jardines que fechado 1740-1760 guarda la Biblioteca de Francia en París fué expuesto en la Granja. Era la primera —y por ahora única— vez que el mapa podía verse en España, y en su leyenda el gran depósito aparece descrito como *la mare*. Quevedo cayó en la cuenta que 'la mare' en francés se pronuncia como 'la mar' y correctamente dedujo que, de la misma manera que en boca local *potager* derivó en 'potosí' y *bowling-green* en 'bolandrín', *la mare* se convirtió en 'el mar'.



Fig 35: Plano de los Jardines de la Granja, Biblioteca de Francia, 1740-60.

Si se quiere entender las estrategias seguidas por los ingenieros para domesticar las aguas que embellecen las partes más elegantes de los Jardines, basta bajar por el camino que lleva hasta el Tranvía e ir fijándose en las intervenciones que se hicieron en la cadera que cursa a nuestra izquierda. En tamaño más reducido y utilizando materiales menos nobles, las brillantes estrategias implementadas en esta humilde caz son exactamente las mismas que las seguidas en la Ría y otros juegos de agua. Y se pueden disfrutar sin otra compañía que el sonido del agua y los árboles y el canto de los pájaros.

Aquella mañana opté por atravesar el puente, caminar en línea recta a través del bosque de robles por una trocha casi invisible hasta llegar al camino de circunvalación y seguirlo cuesta abajo hasta el Mirador del Recodo. Cuando llegué, me senté a descansar apoyada contra un árbol al borde de la ladera y contemplé el agua a mis pies, mientras reflexionaba sobre lo que había observado en mis distintos recorridos por los caminos de las aguas.

El cosmos produce el caos, mientras que el hombre causa el desorden... El cosmos lo hace porque carece de contrincante y el hombre porque obedece a las razones sociales⁵⁶.

Dicen los expertos que para poder entender y proteger el fenómeno de la vida, hemos de entender la diferencia y relación entre desorden y caos. Caí en la cuenta de que el comportamiento del arroyo de desagüe a mis pies a lo largo del otoño e invierno, suponía un ejemplo muy claro de lo que en matemáticas denominamos geometría del caos: la geometría de un sistema dinámico (en movimiento) cuando pasa de un comportamiento ordenado a otro impredecible. Hilé una tras otra en mi cabeza las imágenes que me venían a la memoria.

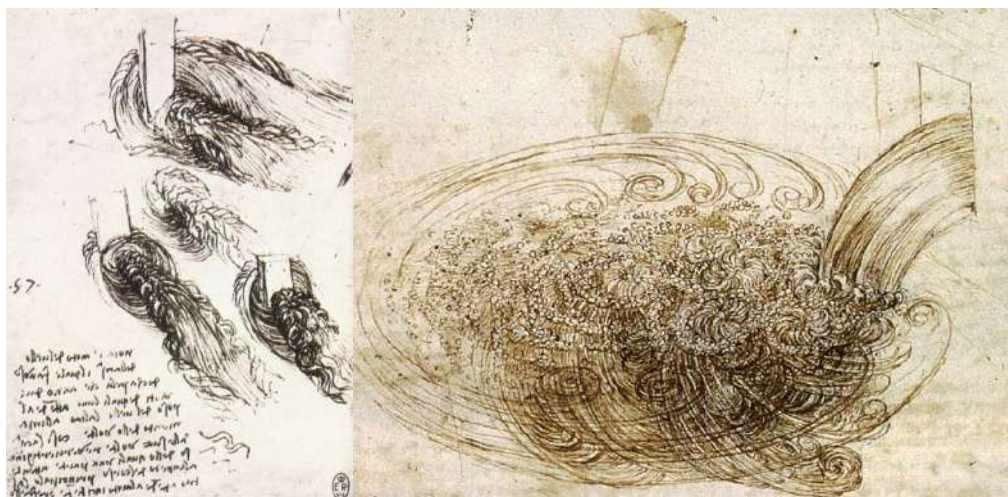
⁵⁶ Isidoro Valcárcel Medina, *Rendición del tiempo*, Fundació Antoni Tapies, Barcelona; Comunidad Autónoma de la Región de Murcia; Centro José Guerrero de la Diputación de Granada, octubre de 2002.

Escena primera. Acaba de terminar el verano, el caudal que baja es pequeño y la corriente fluye tranquilamente. Una roca grande sobresale sobre la superficie. El agua, al llegar a ella, se bifurca suavemente en dos caudales que vuelven a juntarse del otro lado de la roca. La corriente arrastra río abajo algunas hojas que han caído de los árboles, y las trayectorias de las hojas siguen las líneas de flujo impuestas por la presencia de la roca.

Escena segunda. Estamos ya en pleno otoño. Ha llovido en Peñalara y el Puerto del Reventón, y el flujo del agua es mayor. Unos cuantos remolinos han surgido tras la roca y se han quedado atrapados allí. Algunas hojas secas dan vueltas sin parar en ellos, como si estuviesen sobre un tiovivo. Pasan las semanas, continúa lloviendo, el flujo y la velocidad de la corriente siguen aumentando. Ininterrumpidamente se forman remolinos tras la roca, pero ahora no se quedan atrapados; apenas surgen, el agua, que lleva mucha fuerza, les arrastra consigo. Unos metros más allá se disuelven con el resto de la corriente. También las hojas atrapadas en ellos se pierden río abajo, girando en espiral mientras dura el remolino que las atrapó; pero ya no parece que estén sobre un tiovivo, sino sobre El Látigo del Parque de Atracciones de la Casa de Campo de Madrid. Según avanza el otoño, el flujo del río se va haciendo cada vez más grande y el espacio tras la roca donde se forman los remolinos se va haciendo cada vez más pequeño. También va disminuyendo el tiempo que pasa entre el surgir de un nuevo remolino y su desaparición. Para cuando llega el invierno, los remolinos se disuelven nada más formarse.

Escena tercera. Es pleno invierno; la corriente en el río es muy fuerte y, tras la roca, donde ya no se forman remolinos, toda apariencia de orden ha desaparecido. El agua, aselvajada, cursa por doquier.

El comportamiento del agua bajo el Mirador del Recodo a lo largo de las distintas épocas ilustra las dos características fundamentales del paso de un comportamiento ordenado a un comportamiento caótico en un sistema en movimiento. La primera de ellas es que *algo cambia* en las condiciones del sistema. La segunda es que, como consecuencia de este cambio, se forma una *región compleja* en el sistema, que es la que acabará pasando del orden al caos (matemático). En nuestro ejemplo, lo que cambia es la velocidad con que se mueve la corriente del agua, y la región compleja es la pequeña zona tras la roca donde se forman remolinos sobre la superficie del agua. Estos remolinos ilustran lo que técnicamente se llama “la compleja frontera entre lo ordenado y lo caótico”. Una de las primeras personas en documentar la existencia de esta frontera entre orden y caos en que se forman remolinos sobre la superficie de un río, fue Leonardo da Vinci, en 1480.



Figs 36: Remolinos de Leonardo Da Vinci, 1480.

Cuando un remolino se separa de la piedra, no se disuelve sin más en el flujo de la corriente, sino que se rompe en remolinos más pequeños, cada uno de los cuales, a su vez, se rompe en remolinos aún más pequeños, cada uno de los cuales de nuevo vuelve a romperse. Se trata de un proceso interminable y difícilmente comprobable a ojo y sin el equipo técnico adecuado, pero que da Vinci intuyó hace más de quinientos años.

Ese espacio/tiempo (lugar/momento) frontera entre lo ordenado y lo caótico en que aparecen los remolinos en la superficie de una corriente de agua, ya sea la del río dibujado por da Vinci, ya sea la del arroyo de desagüe del rastrillo de los Jardines de la Granja, ilustra lo que en ciencia llamamos *complejidad*. Se trata de una zona crítica y de equilibrio inestable: menos velocidad de la corriente y el agua se abre ordenadamente alrededor de la roca y luego se vuelve a cerrar sin más; más velocidad y el agua, asalvajada, es imposible de controlar. En la frontera entre una y otra fase, tiene lugar lo complejo; en este caso, los remolinos.

Como cualquier otro sistema dinámico, la vida incluida, el sistema de domesticación de las aguas de los Jardines tiene su zona compleja en equilibrio inestable. Un equilibrio que debemos conservar adecuadamente mantenido por todos los medios a nuestra disposición, para evitar situaciones de caótico peligro.

Este trabajo lento y pesado de preparación es indispensable. Efectivamente, si en los jardines no se cavase primero y en el momento adecuado, pronto se echarían a perder. ¿No necesitamos en cada estación del año limpiar la tierra primero, y cultivar después⁵⁷?

⁵⁷ Henri Matisse, carta a Henry Clifford el 4 de febrero de 1948. Recogida en *Henri Matisse: Retrospective*. Philadelphia Museum of Art 1948, págs. 33-34.



Capítulo 4

El arte del cultivo

¿Qué enseñanzas podemos recibir de la biología? ¿Y de la ciencia? ¿Qué nuevas enseñanzas surgen del estudio de los organismos subvisibles del microcosmos? [...] Sabemos que hay límites naturales al crecimiento de cualquier población. Esto no puede enseñarse porque nuestra cultura nos dice que los humanos dominan la Tierra. Y la cultura sólo ve dinero. Sabemos que el hacinamiento produce destrucción. Sabemos que produce luchas y otros extremos de comportamiento. Cuando los mamíferos viven amontonados, se produce un comportamiento agresivo: incluso los herbívoros se vuelven caníbales si están muy amontonados y pasan hambre. Sabemos todo esto. ¿Por qué no hacemos algo para remediar todo eso? Porque nuestras presunciones culturales contradicen ese conocimiento⁵⁸.

CULTURE. I: Action de cultiver la terre; ensemble des opérations propres à tirer su solles végétaux utiles à l'homme et aux animaux domestiques. II: Méthode consistant à faire croître des micro-organismes en milieu approprié; les micro-organismes ainsi obtenus. III: Développement de certaines facultés de l'esprit par des exercices intellectuels appropriés. Par extension, ensemble des connaissances acquises qui permettent de développer le sens critique, le goût, le jugement (*Dictionnaire de la Langue Française Petit Robert*, 1990).

Mientras Descartes meditaba, Europa permanecía bajo el yugo del absolutismo monárquico. El rey y la nobleza, representantes de la autoridad y el orden divinos, imponían sus leyes. Pero la ciencia pronto penetró en el reino prohibido de lo humano, el único terreno donde se suponía que no debía meterse. La revelación mecanicista, junto con la nueva audacia investigadora, contribuyeron a la desestabilización de la monarquía europea. Si el universo creado por Dios era un inmenso autómatas que funcionaba por sí solo, ¿por qué tenía el pueblo que obedecer a un rey o a un noble, cuya autoridad, que en el sistema feudal o la cristiandad medieval venía de Dios, ya no derivaba de un decreto celestial? [...] Entra en escena Charles Darwin. En 1859 se publicó su libro *El origen de las especies*, anunciando al mundo la inferencia científica de que el hombre no había sido creado por Dios, sino que había evolucionado a partir de simples animales por selección natural. Los siguientes libros de Darwin, *La ascendencia del hombre* (1871) y *La expresión de las emociones* (1872) exploraban la entonces chocante tesis de que humanos y antropoides evolucionaron a partir de antepasados comunes. [...] La conexión entre el hombre y la naturaleza ya no podía eludirse⁵⁹.

Durante más de siete semanas, mi único contacto con la naturaleza fue a través de los Jardines: leyendo sobre ellos, pensando sobre ellos y mirándolos, escuchándolos y oliéndolos desde un balcón. Según avanzaba la primavera, las copas de los árboles se iban cubriendo de hojas, los zumbidos de los abejorros aumentaban y el olor de los tilos era más penetrante. Me atrajeron especialmente las ramas de un árbol de hoja perenne que dibujé varias veces. Una tarde comprobé con sorpresa que de un boceto a otro una de las ramas parecía haberse movido. Podría ser mi trazo, a fin y al cabo se trataba de apuntes a lápiz, no fotografías. También podría ser a causa del viento o del peso de algún animal posado en la rama. Se me ocurrieron varias razones plausibles para que de una imagen a otra la rama cambiase de posición. El que de hecho se hubiese movido quizás no fuese la más probable, pero sí la más interesante. En 1985 había escuchado al músico John Cage comentar su interés por el movimiento en la quietud. Estábamos con una amiga común practicante de Tai Chi que le preguntó si quería decir el movimiento *desde* la quietud. No, contestó Cage. El movimiento *en* la quietud; *motion in stillness*, fueron sus palabras. ¿Qué es el movimiento en la quietud?, pensé intrigada. Más de treinta años después, había encontrado una posible respuesta: un movimiento, como el de un árbol, sin desplazarte de tu raíz. Que aquello fuese o no a lo que se refería Cage resultaba irrelevante. Lo importante era haber caído en la cuenta de que los árboles podrían enseñarme a moverme de una manera compatible con las restricciones a que la pandemia me forzaba.

⁵⁸ Lynn Margulis, "Una enfermedad llamada hombre", en *Una revolución en la evolución*, Col·lecció Honoris Causa, Universitat de Valencia 2002, pág. 244.

⁵⁹ Lynn Margulis, Dorion Sagan *¿Qué es la vida?* (1995), Libros para pensar la ciencia, Tusquets Editores 1996, pág. 39.

Busqué en los trabajos del maestro Charles Darwin (1802-1889). Encontré fácilmente una lista de todas sus publicaciones, las repasé y ahí estaba: *El poder del movimiento en las plantas*, librito escrito en 1898.

Creemos que no existe en la planta estructura más fascinante, en lo tocante a sus funciones, que el ápice radical. No es exagerado decir que la punta de la raíz, así dotada de sensibilidad y siendo capaz de dirigir el movimiento de las regiones adyacentes, actúa como el cerebro de un animal inferior; el cerebro, situado en la parte anterior del cuerpo, recibe las impresiones de los órganos sensitivos y dirige los distintos movimientos⁶⁰.

Efectivamente, en las plantas hay movimiento a pesar de su raíz o quizás, de hecho, gracias a su raíz. ¿Qué otras capacidades tienen los árboles de las que yo pudiese aprender? Según el diccionario de la RAE un árbol es una "planta perenne, de tronco leñoso y elevado, que se ramifica a cierta altura del suelo" y una planta es un "ser vivo autótrofo y fotosintético, cuyas células poseen pared compuesta principalmente de celulosa y carecen de capacidad locomotora".

Las plantas son los únicos seres del universo capaces de generar azúcar a partir de una materia inorgánica sin vida, y de esta tarea depende la humanidad entera. Todo el azúcar que han ingerido los seres humanos, se elaboró originalmente en el interior de una hoja. Es una sustancia fundamental porque si nuestro cerebro no recibe continuamente glucosa nos morimos. Así de sencillo⁶¹.

Antes de seguir adelante, dediqué varias semanas a aprender sobre la estructura de los árboles. Hace más de cuatrocientos millones de años que las plantas compiten unas con otras por alcanzar los rayos del Sol, su fuente de energía. Los árboles, que han podido llegar más alto que otras plantas desarrollando unos tallos especialmente duros, son y siempre han sido los organismos vivos más altos de la Tierra y extraen de la atmósfera y del suelo todo lo que hay en sus hojas. De la atmósfera obtienen dióxido de carbono y lo convierten en azúcares, fundamentalmente glucosa; del líquido que fluye entre los diminutos granos minerales del suelo obtienen el magnesio para la clorofila, el fósforo, el hierro y los otros muchos nutrientes que necesitan. Por eso necesitan ser muy altos y fuertes y, tan importante como ser altos y fuertes, mantener buenos sistemas de absorción y de conducción.

El tejido del que están hechas las raíces de las plantas funciona como una esponja que pasivamente absorbe agua durante el día y pasivamente la desprende durante la noche. Un árbol tiene que absorber a través de sus raíces cada año, como mínimo, unos 30.000 litros, la misma cantidad de agua que cabe en un camión cisterna. Las hojas de un árbol están conectadas con las raíces mediante dos sistemas de redes de vasos conductores (caceras) que recorren el tronco, las ramas y las hojas. Uno de ellos lleva el agua y los nutrientes disueltos en ella desde el suelo hasta la hoja, donde la planta los mezcla con lo que obtiene de la atmósfera y elabora la savia y los azúcares. El otro lleva la savia azucarada desde las hojas hasta las raíces. Parte es procesada para su uso inmediato y parte es almacenada para su uso futuro.

⁶⁰ Charles Darwin, *The Power of Movement in Plants*, 1898, capítulo XI, traducido por S. Mancuso y A. Viola en *Sensibilidad e inteligencia en el mundo vegetal*, Galaxia Gutenberg 2015, p. 115. El movimiento en las plantas fue uno de los temas de investigación de Francis Darwin (1848-1925), hijo de Charles Darwin, como él mismo explica en «The Address of the President of the British Association for the Advancement of Science», *Science*, 18 de sept. de 1908, págs. 353-362.

⁶¹ Hope Jahren, *La memoria secreta de las hojas*, Paidós 2017, p. 86.

Las células de los troncos de los árboles son cajitas rectangulares con las esquinas romas y muy fuertes. Cuando están vivas, sus paredes son muy porosas y flexibles. Una vez que las células vivas se han reproducido (dividiéndose en dos), el árbol las cubre con una especie de pegamento llamado *lignina*. Con la lignina, las células mueren y sus paredes se endurecen formando la madera. Gracias a la madera de su tronco, el árbol aguanta vertical, echa hacia arriba y toma la energía solar, que absorbe gracias a la *clorofila* de las hojas. La clorofila es un pigmento (materia colorante) verde formado por partículas (moléculas) grandes con forma de cuchara que llevan un átomo de magnesio dentro. Hay, además, dos compuestos formados ambos por largas cadenas de glucosas enlazadas unas con otras que juegan un papel muy importante en la vida de los árboles y en su capacidad para crecer tan alto: el almidón y la celulosa. El almidón y la celulosa, que se diferencian entre sí solo por el tipo de enlaces entre las glucosas, están situadas en lugares muy distintos de las células y cumplen funciones muy distintas. El almidón se almacena en grandes gránulos dentro de la célula y funciona como reserva energética del árbol. Actúa como una despensa que cambia de tamaño según las necesidades: si sobra energía crece y si falta disminuye. La celulosa, que representa la mitad del carbono disponible en la Tierra, está localizada fuera de la célula y funciona como pared. Tiene una estructura fibrosa y resistente, y forma un estuche que rodea por fuera la membrana de la célula, dando protección, forma y soporte a células, tejidos y órganos. Los árboles centenarios pueden soportar grandes pesos debido a la acumulación, a lo largo de los años, de capas concéntricas de celulosa. Es el componente principal de la madera, el papel y el algodón.

Hice una lista con las propiedades que caracterizan a los árboles y tres me resultaron especialmente sugerentes desde una situación vital que implicaba contacto social sin tacto y muchas horas entre paredes y tapias: la altura que alcanzan, su longevidad y cómo se reproducen. A continuación, busqué tres especies que representasen los tres relatos que conviven en los Jardines (el monte autóctono de la época Trastámara, el jardín ilustrado del siglo XVIII y el jardín parque de recreo del siglo XIX) en los que resultase adecuado estudiar estos aspectos.

Hasta que Felipe II (nieto de Juana, última monarca Trastámara, y bisnieto de Isabel I) declaró Madrid capital de su reino, la corte de Castilla había seguido un modelo itinerante⁶². Los monarcas y sus séquitos se desplazaban por sus dominios en enormes caravanas, como explicó el historiador Karl Rudolf⁶³ en una conferencia que impartió en la sede de la Asociación de Vecinos de Encinillas el 14 de agosto de 2004, con motivo del 500 aniversario de la muerte de Isabel I. Un amigo me procuró el resumen que de su intervención, con título “Isabel la Católica pasó no muy lejos de Encinillas”, escribió el ponente.

Isabel la Católica, no teniendo una sola residencia, viajó durante todo su reinado, atravesando por lo tanto las distintas partes de su reino, viendo de esta forma no solo palacios y castillos —como el suntuoso Alcázar de Segovia—, sino que pasó con su numerosa comitiva también por los grandes y pequeños pueblos castellanos, dejando recuerdos en su población, y a veces destinando regalos a sus iglesias parroquiales, como vestuarios o custodias. En el caso del precioso cáliz que posee la iglesia parroquial de Encinillas, no sabemos si tiene este origen. Sin embargo, es un magnífico ejemplo del arte de la platería de la época de la Reina Católica, una pieza muy destacada, obra quizás de un platero segoviano o vallisoletano. (Karl Rudolf, Encinillas 2004).

⁶² Ana Isabel Carrasco Manchado, *Desplazamientos e intentos de estabilización: la corte de los Trastámara*, e-Spania, Revue interdisciplinaire d'études hispaniques médiévales et modernes, diciembre 2009.

⁶³ Karl Rudolf era director del Instituto Histórico Austríaco de Madrid.

La descripción que nos dio Rudolf del lujo con que a la reina gustaba rodearse despertó mi curiosidad.

Tenía la Reina Isabel gran cuidado de que su presencia estuviese siempre rodeada de esa majestad que ha de aureolar ante los ojos de los ciudadanos a la Realeza para sumar todos los respetos y admiraciones en la persona de quien ha de ejercer la autoridad, obedecida de grado y no por fuerza. "Era mujer ceremoniosa en sus vestidos e arreos y en el servicio de su persona -dice el historiador Fernando Pulgar- e quería servirse de homes grandes e nobles e con grande acatamiento e humillación. No sé de ningún Rey del pasado que tan grandes hombres tuviese por oficiales como ella tuvo; y como quiera que por esta condición le era imputado algún vicio diciendo tener pompa demasiada, pero entendemos que ninguna ceremonia en esta vida se puede facer tan por estima a los Reyes, que mucho más no requiera el estado real." Porque a presencia del Rey todo debe inducir a olvidar la pequeñez humana para tener presente tan sólo la superior condición del poder público que encarna. Como ella lucían sus galas las damas de su séquito, pertenecientes a las más encumbradas familias⁶⁴.

Mantener semejante despliegue por la terrible estepa castellana —polvo, sudor y hierro— en pleno siglo XV no debía ser fácil. Intenté imaginar las durísimas codiciones en que viajaría la gente, y lo que supondría, tras varios días de viaje a través de la árida, ocre y seca llanura de Castilla, ver emerger en el horizonte, como un espejismo, la Sierra de Guadarrama. Parece lógico suponer que los bosques en sus faldas supondrían, como aún suponen hoy, un oasis. Según los especialistas, las dos especies más abundantes de árboles autóctonos en época Trastámara eran el pino y el roble y ningún ejemplar de pino aún en pie iguala en longevidad a los ancianos robles que crecen a orillas del Eresma. Así pues, el roble sería mi árbol autóctono.

Desde al menos el siglo VIII⁶⁵, el roble y el tilo juntos simbolizan el amor eterno. Además, más de una vez durante el confinamiento el aroma del tilo había evitado que sucumbiera a la tristeza. Si había elegido el roble como representante del jardín Trastámara, no había duda, el tilo simbolizaría los Jardines de Felipe V e Isabel de Farnesio.

La elección del tercer árbol me vino dada: más de la mitad de mis guías de los Jardines incluyeron en su paseo la visita a una secuoya, el árbol del que con más admiración me hablaba de niña Eduardo Rodríguez.

⁶⁴ José M. Doussinague, *La corte de Isabel la Católica*, Real Academia de Ciencias Morales y Políticas, Madrid 1963.

⁶⁵ Ovidio, *Filemon y Baucis. La Metamorfosis*, libro VIII, versos 611-724. Escrito en el siglo VIII.

1. La secuoya: altura.

Mientras navegamos por el mundo no podemos evitar poner en orden (y encontrar orden: patrones, ritmos simetrías) nuestros pensamientos sobre los objetos, o ideas, con que nos cruzamos. Eso, todavía, no es matemáticas. Para que lo sea hemos de dar ese pequeño salto y pensar en ese orden, patrón, ritmo o simetrías como algo en sí mismo, una propiedad sin más, independiente del objeto o idea que inicialmente nos hizo pensar en ella⁶⁶.

Uno de los árboles más altos y más hermosos de los Jardines es la secuoya erguida del Parterre de Andrómeda (la primera a mano derecha según se baja desde el Cenador), plantada hacia 1870, en pleno Sexenio Democrático⁶⁷. La mañana del domingo 15 de diciembre de 2019, aprovechando que lucía un sol espléndido, me acerqué con Marta Carral y Eduardo Casanova a medir su altura. Decidimos hacerlo utilizando dos métodos distintos para ilustrar el poder de la geometría. El primero, *a ojo de buen cubero*, sólo requiere una cinta métrica, papel, lápiz y llevar a cabo una sencilla regla de tres (usando la calculadora del móvil si es necesario). El segundo, matemático, además de cinta métrica, papel y lápiz, requiere que haga sol y usar uno de los teoremas más bonitos de la geometría clásica: el teorema de Tales.

Método primero (sin sol). Marta, que mide 1'74 m, se coloca al lado del árbol. Eduardo y yo nos alejamos, y desde lejos medimos poniéndonos la cinta métrica justo delante de un ojo mientras guiñamos el otro: la altura de la figura de Marta es 1 cm., y la del árbol 17 cm. Una simple regla de tres nos da una altura aproximada de la secuoya: si la altura de la secuoya es S , tenemos $S/17=1'74/1$, por lo que $S=1'74 \times 17=29,59$ m. Concluimos que la secuoya mide unos 30 metros.

Método segundo (con sol). La estrategia que vamos a seguir es exactamente la misma seguida por Tales en el siglo VI a.C. para medir la altura de las pirámides. Lo único que se sabe sobre el matemático Tales⁶⁸ de Mileto, es que vivió en Grecia en el siglo VI a.C. Según recoge Proclo (comentario a Euclides I-26⁶⁹), Tales había descubierto un método para medir pirámides que describe Plutarco (45-120) en su relato *El banquete de los siete sabios*. Antes de que la cena empiece, Neixoleno, uno de los personajes secundarios, le dice a Tales lo siguiente.

Pues a tí también te admira mi señor por muchos motivos y especialmente por el modo en que has conseguido medir la pirámide sin ninguna clase de instrumentos, utilizando exclusivamente un bastón colocado en el límite de la sombra proyectada por la pirámide, de forma que los rayos del Sol originaban dos triángulos, y demostrando que la relación entre la altura de la pirámide y la del bastón era la misma que la existente entre la longitud de la sombra proyectada por la primera y la producida por el segundo⁷⁰.

Al estar el Sol tan lejos de la Tierra, los rayos que inciden sobre nuestro planeta se pueden suponer paralelos y, por lo tanto, los triángulos rectángulos formados por el bastón, la pirámide y sus sombras, son triángulos semejantes, esto es, triángulos con todos sus ángulos iguales.

⁶⁶ Barry Mazur, *Math in the time of plague*, mayo 2020, p. 6.

⁶⁷ Sexenio Democrático o Sexenio Revolucionario es el nombre que se da en Historia Contemporánea al periodo de transición entre la revolución de 1868 (que, conocida como *La Gloriosa*, supuso el fin del reinado de Isabel II) y la Restauración Borbónica en 1874. Esta secuoya, enferma debido al hongo de la Armillaria, fue talada en diciembre de 2020.

⁶⁸ Sir Thomas Heath, *A History of Greek Mathematics* (1921), Ediciones Dover.

⁶⁹ Euclides, *Elementos*, Libro I, proposición 26.

⁷⁰ Plutarco, *El banquete de los siete sabios*, Ed. Aguilar 1968.

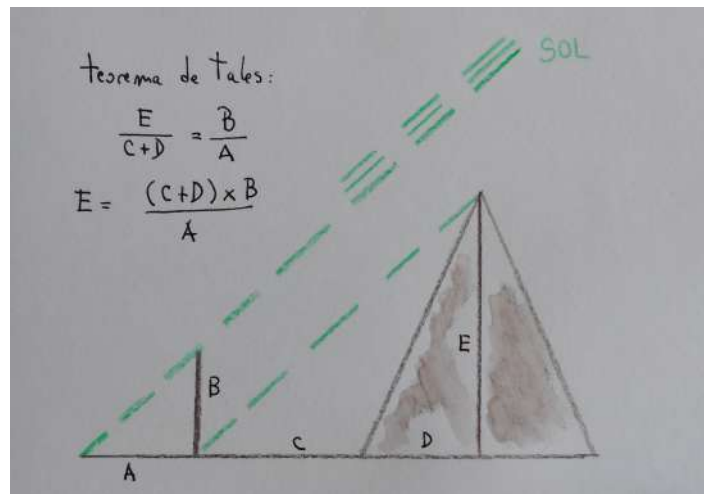


Fig 38: El teorema de Tales

Tales hizo el siguiente descubrimiento sobre estos triángulos, conocido hoy como el teorema de Tales: "Si la altura de la pirámide es E, la del palo es B, y la longitud de la sombra del palo es A, el número que se obtiene al dividir B por A, siempre coincide con el que se obtiene al dividir E por la distancia C+D desde el centro de la pirámide hasta el extremo de su sombra". Tales midió las longitudes de A, B, C y D, y eso le permitió calcular la altura E de la pirámide. Además de la altura de una pirámide, el Teorema de Tales sirve para calcular la altura de cualquier árbol en un día de sol con poco más que medir sombras. Y eso es lo que aquella mañana hicimos con la secuoya erguida del Parterre de Andrómeda. Primero Eduardo, que mide 1'80 m, se colocó al lado de la secuoya y nosotras medimos la longitud de su sombra, 3'80 m.

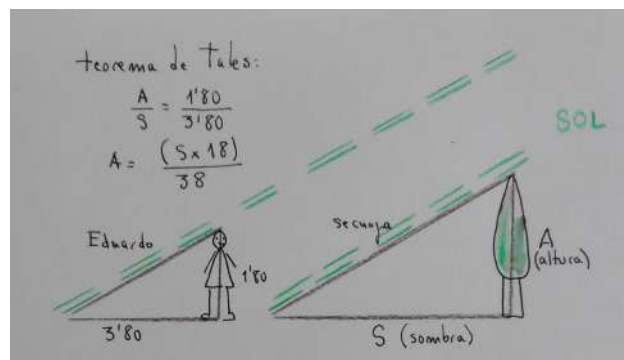


Fig 39: Uso del teorema de Tales para calcular la altura de la secuoya del parterre.

A continuación, medimos la longitud S de la sombra de la secuoya. Como excedía los 10 m de nuestra cinta métrica, la medimos a pasos: la sombra medía 93 pasos y cada uno de mis pasos mide 82 cm, luego la sombra de la secuoya medía $93 \times 82 = 7626 \text{ cm} = 76,26 \text{ metros}$. Al dibujar la situación en el cuaderno, caímos en la cuenta de que nos falta un dato para poder utilizar el Teorema de Tales. Habíamos medido la distancia entre la punta de la sombra del árbol y la corteza de su tronco. Necesitábamos conocer también la distancia desde la corteza del tronco del árbol, hasta su centro.

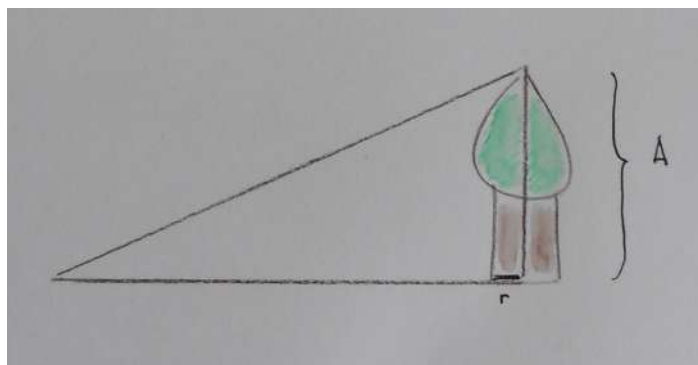


Fig 40: la sombra de la secuoya erguida del Parterre de Andrómeda.

Nos paramos a reflexionar. Podríamos ser chapuzas y pensar alguna manera de medir lo que sería aproximadamente el ancho del tronco (por ejemplo, poniendo dos palitos más o menos rectos y más o menos paralelos, uno a cada lado del tronco, y midiendo la distancia entre ellos) y partirlo por la mitad. Eso nos daría una medida aproximada de longitud del radio del tronco. Pero si de lo que se trataba era de sacar una medida lo más precisa posible del árbol a base de pensar (que es de lo que va el juego mental que son las matemáticas), había que hilar más fino. Así pues, seguimos pensando. El tronco de una secuoya tiene forma cilíndrica, por lo que su contorno forma una circunferencia. La distancia que necesitábamos era el radio de esta circunferencia. Ahora bien, los troncos de árboles no son cilindros perfectos y cambian de grosor según la altura. ¿Cómo decidir a qué altura del tronco medir su contorno? Hace unas décadas, la comunidad científica pensó que lo mejor sería establecer una distancia fija desde el suelo que resultase cómoda a todas las personas, altas y bajas, Y se optó por la distancia de 1'30 m. desde el suelo, una altura que cae a todo el mundo más o menos mitad del torso. El diámetro de un árbol tomado a una distancia de 1'30 m. del suelo se llama *diámetro normal* del árbol. Es un ejemplo de lo que en ciencia se conoce como *un convenio*: un criterio que se pacta para que todo el mundo lo conozca y lo haga de la misma manera, sin que haya que explicarlo cada vez.

Nos acercamos a la secuoya y medimos la circunferencia de su tronco a la altura de 1'30 metros: media 11 metros. Ahora teníamos que resolver otro problema, ¿cómo deducir el radio de un círculo a partir de su circunferencia? ¡Pues usando el número π ! Cuando una figura aparece con mucha frecuencia en la naturaleza, primero se le pone un nombre (cuadrado, rectángulo, círculo, etc.), y luego buscamos aquellas propiedades que nos permitan saber lo más posible sobre ella (su perímetro, su área, su volumen, etc.) haciendo el menor número posible de cálculos. Por ejemplo, en un cuadrado sólo necesitamos conocer la longitud de un lado para saber cuánto miden su contorno, su área o (usando el teorema de Pitágoras) cualquiera de sus diagonales, y en un rectángulo la longitud de dos lados consecutivos nos darán estos mismos datos. En un círculo, como en un cuadrado, una sola medida, en este caso el radio, basta para saber todo lo que se puede saber sobre él: diámetro, circunferencia y área. El diámetro de un círculo es dos veces su radio, por lo que si el radio de un círculo tiene longitud r , su diámetro mide claramente $2r$. Nada que pensar aquí. Calcular la circunferencia y el área de un círculo a partir de su radio es, sin embargo, harina de otro costal, y se tardó varios siglos en averiguar cómo hacerlo exactamente.

Desde al menos el siglo V a.C., en Oriente se conocían dos propiedades de los círculos: la primera, que el número que se obtiene al dividir la longitud de su circunferencia por la longitud de su diámetro es siempre el mismo número, sea el círculo que sea; la segunda, que este número coincide siempre con el que se obtiene al dividir el valor del área del círculo por el de su radio al cuadrado. Durante cientos de años, la humanidad buscó el valor exacto de este número sin encontrarlo.

En el siglo diecisiete, el matemático galés William Jones (1675-1749) sugirió que en vez de escribir cada vez "número que mide la proporción entre la circunferencia de un círculo y su diámetro", se le diese un nombre, y propuso que se usase π , la primera letra de la palabra *perímetro* en griego. Así, pues, usando este nuevo nombre, si un círculo tiene radio r , su circunferencia tiene longitud $2\pi r$, y su área es πr^2 . La primera estimación del número π la dió Arquímedes en su libro *Sobre la medida del círculo*.

Luego el perímetro del círculo es algo menos que triple del diámetro y una séptima parte, pero más de $10/71$ ⁷¹.

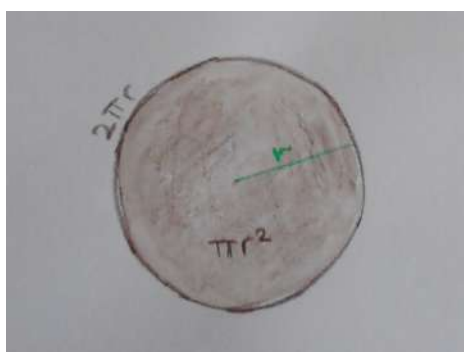


Fig 41: Perímetro y área de un círculo.

Según calculó Arquímedes, la circunferencia de radio r mide entre $2r(3+10/71)$ y $2r(3+1/7)$, y el número π está entre $3+10/71$ y $3+1/7$. Hoy sabemos que el número π tiene una infinidad de decimales⁷², empieza por 3'14159265358979323846... y usualmente aproximamos su valor con 3'14. Puesto que el contorno del tronco circular de la secuoya medía 11 metros, pudimos deducir que su radio era de $11 / 6'28 = 1,75$ metros. Contábamos ya con todos los datos necesarios para poder calcular su altura utilizando el teorema de Tales.

$$A = [(76'26 + 1'75) \times 18] / 38 = 78 \times 18 / 38 = 36,94 \text{ metros,}$$

que son prácticamente los 36'8 metros que, según los datos oficiales de la Junta de Castilla y León, mide la secuoya erguida del Parterre de Andrómeda.

⁷¹ Arquímedes, *Sobre la medida del círculo* en "Arquímedes. Tratados", Vol. I, Biblioteca Clásica Gredos 333, pág. 247.

⁷² Lo demostró el matemático francés Johann Heinrich Lambert (1728 - 1777) en 1768.

2. El roble: longevidad.

Los árboles autóctonos más ancianos de la zona de la Granja son los robles de la época de Felipe II (1527-1598), que crecen cerca del Eresma. Me acerqué hasta Valsaín a verlos, conmovida al pensar que llevaban más de cuatrocientos años allí. No pude evitar preguntarme cómo es que los árboles duran tanto —de hecho, son los organismos vivos más altos y longevos de la Tierra— si no pueden huir de sus agresores. ¿Cómo, por ejemplo, sobreviven a los ataques de los microorganismos? La búsqueda de respuesta a esta pregunta ha motivado mucha de la investigación científica de las últimas décadas.

Los animales se curan, los árboles se compartimentalizan. Resisten una vida entera de heridas e infecciones estableciendo fronteras que se oponen a la expansión de los microorganismos invasores. [...] En cierto modo, un árbol herido o infectado se parece bastante a un buque muy compartimentalizado o a un submarino antiguo. Cuando un submarino alcanza un buque, la tripulación se apresura a aislar el área dañada. Cuanto más rápida sea la acción de la tripulación, y más fuertes las paredes que circunscriben el compartimento dañado, menor será la extensión del daño. Sin embargo, una vez contenido el daño, el compartimento o compartimentos dañados ya no son accesibles. Aquí termina la analogía. El árbol sobrevive creciendo sobre sí mismo, lo que se traduce en un nuevo árbol (con un nuevo juego de compartimentos) en la siguiente estación de crecimiento⁷³.

En los trabajos del grupo de investigación dirigido por el científico Alex Shigo, encontré explicación a las muchas oquedades y cicatrices que pude ver en los troncos de los ancianos robles. Según se ha descubierto en las últimas décadas, los árboles sobreviven a sus agresores aislando las heridas e infecciones y creciendo en torno a las zonas aisladas. Tras décadas de investigación, el equipo de Shigo desarrolló el llamado CODIT (acrónimo inglés de 'compartimentalización de la podredumbre en árboles'), un modelo que ilustra la manera en que los árboles aíslan las zonas infectadas. Para entenderlo tenemos que entender antes cómo están organizadas las células en el leño de un árbol. El leño de un árbol vivo tiene dos partes. Una exterior de madera clara, y un cilindro central más oscuro de células muertas que tiene en su centro la 'médula' del árbol.

La madera es un libro en el que el árbol escribe sobre su vida. Nos cuenta, entre otras cosas, la edad que tiene, el frío o calor que ha pasado y los traumas y accidentes que ha sufrido. Aunque los sustos no dejan cicatrices en la madera de un árbol, con una lente —una lupa, por ejemplo— podemos mirar en detalle sus tejidos, e identificar los que han sufrido algún tipo de estrés. Las células sanas aparecen bajo la lente ordenadas en hileras, mientras que cuando han estado estresadas, las células aparecen hechas un barullo. Aprender a leer en su madera los sustos que se ha llevado un árbol puede ayudarnos a prevenir daños. Por ejemplo, un roble que crezca a orillas del arroyo Morete podrá decirnos cada cuánto sus aguas producen inundaciones en los terrenos cercanos a la tapia de los Jardines. Si no podemos describir algo con precisión difícilmente lograremos entenderlo. Con tres palabras nuevas, *cambium*, *floema* y *xilema*, podemos describir con toda precisión, y consecuentemente entender, cómo leer la edad de un árbol y cómo se defiende de las enfermedades y también el sistema de 'conducción de aguas' de su tronco.

⁷³ Alex L. Shigo "Compartimentalización de la podredumbre en los árboles", *Investigación y Ciencia* n° 155, Junio 1985, págs. 58-66.

La edad de un árbol y la historia de sus heridas pueden leerse a ojo desnudo. Entre la corteza y el leño de un árbol hay una capa muy fina de células vivas llamada 'cambium'. Cada año, las células del cambium se dividen en dos y producen dos capas nuevas, muy delgadas también, de células, el 'floema' y el 'xilema'. El floema, es el tejido cercano a la corteza por el que se transporta la savia producida en las hojas. Por el xilema, la capa pegada al leño, se transportan el agua y sustancias solubles absorbidas por las raíces.



Fig 42: Dirección del transporte de líquidos por el floema y el xilema.

La manera más fácil de entender cómo tiene lugar el transporte de agua por el xilema y el floema es dibujar en un papel un tronco de árbol con una rama que cae hacia abajo, un sauce por ejemplo, e imaginar una hilera de hormigas que caminan por el tronco desde el suelo hasta el extremo último de la rama. Mientras recorre el tronco, la trayectoria de la hilera de hormigas sube hacia arriba, pero al llegar a la rama comienza a bajar. Al ser tan pequeñas en comparación con la rama del árbol, las hormigas no se dan cuenta de que están bajando y pensarán que están caminando siempre en la misma dirección: una línea recta. Este tipo de situaciones se estudian en geometría de superficies y astronomía. Exactamente lo mismo que con las hormigas, ocurre con la dirección en que fluyen los vasos (caceras) que recorren el floema y el xilema. La savia producida en las hojas baja por el floema, excepto en las ramas que caen; en ellas ha de subir hasta alcanzar el tronco antes de empezar a bajar. En el xilema ocurre lo contrario: el agua y nutrientes absorbidos por las raíces suben por el tronco y también por las ramas que se elevan al cielo; pero bajan por las ramas que caen hacia el suelo para poder llegar hasta sus hojas y brotes.

El xilema es la primera capa del leño, el primero de los anillos concéntricos que se ve cuando miramos una rodaja de árbol, y dará lugar a un 'anillo de crecimiento'. Se les llama así porque al estar producidos anualmente, contando el número de anillos de crecimiento podemos conocer la edad de un árbol. Hay que tener cuidado al contarlos. El cambium produce una capa de xilema (futuro anillo) al año a lo largo de dos temporadas distintas: la primavera, rica en agua y nutrientes, y el verano, seco⁷⁴; En el primer período la madera que produce es clara, en el segundo más oscura. Por eso, al contar los anillos de crecimiento hay que asegurarse de contar cada uno sólo una sola vez, eligiendo o bien las líneas claras o bien las oscuras.

⁷⁴ En la primera fase de crecimiento de la primavera, se producen vasos con mayor diámetro que reciben más luz. Por eso la madera es más clara. Poco a poco el diámetro de los vasos se reduce, tienen menos luz y la madera es más oscura. La diferencia de tonos en la madera es, pues, una cuestión de densidad.

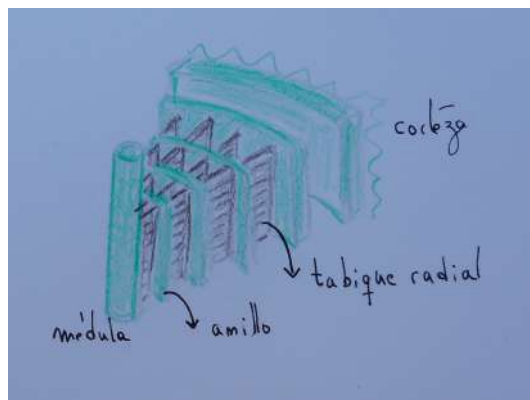


Fig 43: Rodaja de tronco de árbol.

Si miramos atentamente con una lupa una rodaja de tronco de árbol, además de los anillos de crecimiento, podemos distinguir en la madera líneas radiales. Ya hemos comentado que las células de los árboles tienen la forma de cajitas rectangulares, y las producidas por el cambium cada año son de dos tipos. Unas tienen su eje más largo perpendicular al eje del tronco y otras lo tienen paralelo a los anillos de crecimiento. Las que tienen su eje mayor perpendicular al eje del tronco forman tabiques radiales en la madera, y las que tienen su eje mayor paralelo a los anillos circulares rellenan los compartimentos entre los radios. El modelo CODIT está basado en esta estructura de la madera y explica cómo se enfrenta un árbol a las agresiones. Una herida o corte en el tronco, por ejemplo, proporciona espacio y nutrientes para muchos organismos, entre ellos insectos, hongos y bacterias. Mientras los organismos compiten entre sí por el nuevo espacio y los nuevos nutrientes, las células vivas del árbol que están en contacto con la herida reaccionan, sufren una serie de cambios bioquímicos y dan lugar a tres formas de defensa del árbol. La primera es química, y consiste en fortalecer las paredes de los compartimentos en torno a la herida endureciéndolas mediante un procedimiento muy parecido al curtido del cuero, y protegiéndolas con sustancias que resisten a los patógenos. La segunda forma de defensa del árbol es levantar barreras laterales, hacia el interior y verticales, que impidan que la infección se extienda. La tercera forma es crecer en torno a la herida, produciendo nuevas células más rápidamente que la infección. La defensa de las paredes verticales no es muy extrema, porque si el árbol obstruyese todas sus cañerías verticales moriría. Además, la expansión vertical de una infección es de las menos graves. Un árbol puede tener toda su médula infectada y, sin embargo, mantenerse vivo gracias a los nuevos anillos formados por el cambium en años sucesivos. En el monte en torno al Partidor del Pino, podemos encontrar ejemplos de robles que muestran grandes heridas en su corteza e interiores casi vacíos, y sin embargo se mantienen vivos, fuertes y sanos.

Fortalecer paredes (arterias y venas) con comida sana y estiramientos, levantar barreras ante influencias tóxicas y crecer. El sistema de los árboles para enfrentarse a las agresiones del exterior es un muy buen trípode sobre el que asentar la salud, especialmente en momentos en que, como ellos, hemos de vivir plantados en un sitio.

3. El tilo: polinización.

Cuando llegaban las primeras noches de julio, las flores de los tilos de los jardines de la fachada de levante del palacio se abrían y esparcían su perfume denso y empalagoso por el pueblo. Abríamos entonces los balcones de la antigua casa de oficios, y es posible que también antes las ventanas de la casa de canónigos, y el perfume inundaba todos los rincones y penetraba también en nosotros.[...] Hoy creo que los jardineros ya no se agrupan en cofradías y claramente han perdido esa sabiduría profunda de los jardineros de antaño, que hacía relacionarse al hombre con las plantas de una forma distinta. Pero los tilos delante del palacio, ya muy viejos, dañados, cansados y enfermos, siguen floreciendo al inicio del verano, y el aroma de sus flores sigue penetrando por las ventanas de las casas del pueblo, jugando con los hombres y las mujeres que en el calor de la noche, inocentemente, vuelven a abrir sus ventanas al silencio y a la luz de las estrellas⁷⁵.

Los órganos sexuales de las plantas están en las flores, protegidos por una corola de pétalos. En el centro, al fondo de un conducto estrecho y pegajoso que se llama estigma, están los ovarios o células femeninas, que se corresponden con los huevos en los animales; alrededor están los órganos masculinos, unos filamentos con bolsas de polen en sus extremos que se corresponden con el semen en los animales. De la misma manera que en un huevo de gallina no se desarrolla un pollito si antes no lo fertiliza el semen de un gallo, en el ovario de una flor no se desarrolla una simiente si antes no es fecundado por polen, con frecuencia de otra planta de la misma especie. Muchas plantas necesitan ayuda para llevar su polen de unas a otras. Olmos, robles o pinos, por ejemplo, liberan su polen al viento. Magnolios, cerezos o manzanos utilizan cualquier tipo de mosca o escarabajo para intercambiar su polen. Las higueras lo esparcen con avispas, y pequeños roedores transportan en sus patas y hocicos el polen de muchos cactus.

Como los humanos, los insectos se alimentan fundamentalmente de azúcares y proteínas. La diferencia con nuestra especie es que, en su caso, ambos ingredientes están separados en las dos sustancias que forman su dieta, el néctar y el polen. El néctar, rico en azúcar, no contiene prácticamente proteínas y es, por así decirlo, la gasolina que mantiene a los insectos en movimiento. El polen por otro lado, es pura proteína, y con él construyen las distintas partes de sus cuerpos. Ambas sustancias provienen de las flores, y encontrarlas y transportarlas al nido —donde parte se consume y parte se almacena— es la actividad fundamental de la mayor parte de los insectos durante la primavera y el verano. Los insectos no sólo no dañan a las plantas en flor cuando recolectan su néctar y polen sino que de hecho las ayudan; se trata de un intercambio perfecto. En su vuelo de flor en flor, inevitablemente dejar caer algunas partículas del polen de una flor en la siguiente que visitan, haciendo posible su fertilización. Para proteger la vida de las plantas y, con la de ellas, la de nuestra especie, tenemos que garantizar que los insectos responsables de su polinización (y también de acabar con muchas de las plagas que les atacan) no desaparezcan. Sabemos que los insectos polinizadores mueren, fundamentalmente, por dos razones: a causa de los insecticidas y porque destruimos los lugares en que les gusta vivir. Por eso es necesario, por un lado, dejar que las plantas silvestres florezcan en las zonas no cultivadas, porque contribuyen a la alimentación de los insectos polinizadores y ayudan a volver el hábitat más aceptable para la construcción sus nidos. Por otro lado, hoy por hoy y hasta que se recupere el equilibrio, hay que hacerles casas: se construyen en madera, y se les meten dentro palos, cañas, hojas, barro, etc. para favorecer que los insectos aniden en ellos.

⁷⁵ Carlos de Iracheta, *El olor de los tilos en flor en La Granja de San Ildefonso*, Blog personal, entrada del 22 de julio de 2013.

El viernes 23 de febrero de 2018, tuve la suerte de poder asistir a una clase que impartió Miguel Ángel Moreno en el CEO de Educación Infantil y Primaria "La Sierra", en el pueblo segoviano de Navafría. Miguel Ángel es carpintero, tiene su taller en el mismo Navafría, y construye, entre otras muchas cosas, hoteles para insectos. Su especialidad son los hoteles para abejas solitarias. Gracias a Miguel Ángel y a las profesoras y alumnado del colegio "La Sierra", aquella mañana disfruté mucho aprendiendo sobre madera y hoteles de insectos, tanto naturales como artesanales. Los insectos construyen sus casas entre la corteza y el leño de un árbol y, al hacerlo, trazan redes de canales sobre la madera del tronco que, cuando se desprende la corteza, parecen dibujos en relieve. Las líneas más gruesas las construyen las hembras y ponen en ella los huevos, y las más finas las hacen las larvas. Esto explica que los insectos tiendan a construir sus nidos en los árboles cuando estos están enfermos: así la madera es fácil de taladrar. Usamos el verbo 'taladrar' porque los insectos verdaderamente taladran la madera, como hace un broca. Algunos insectos pueden taladrar madera dura, pero es poco frecuente. A menudo los nidos llevan barro dentro: los insectos son muy buenos albañiles. Levantan tabiques de separación formando una celdilla para cada huevo y, para alimentar a la larva cuando nazca, ponen en ella un poco del polen y néctar que han extraído de las flores de los árboles.

Las abejas tienen la enorme ventaja sobre otros insectos de que, además de polinizar plantas, producen miel y cera, dos productos de uso doméstico que en Europa han sido esenciales hasta bien entrado el siglo diecinueve. Tanto para garantizar su suministro, como para favorecer la polinización, en los Jardines de la Granja se construyó un Colmenar, en la esquina Norte del cruce entre la calle del Infante y la tapia NE, en una parcela rodeada de tilos. La floración del tilo es espléndida, y las abejas adoran el néctar y polen de sus flores.

A la entrada de las colmenas revoloteaban nubes de abejas y de zánganos, mientras las obreras volaban hacia el bosque atraídas por los tilos en flor y regresaban cargadas del dulce néctar. Y todo el ejambre, obreras diligentes, zánganos ociosos, guardianas despiertas dispuestas a lanzarse sobre cualquier extraño al colmenar que tratara de acercarse allí, dejaban oír las notas más diversas en el aire encalmado que se confundían en un continuo y bronco zumbido⁷⁶.

De pronto tuvo la visión viva y clara de los dominios de Vikingevaag y de Høvdinggaard..., de todo lo que faltaba en su memoria desde que había abandonado el país para ir a reunirse con el *jarl*. Y, al mismo tiempo, recordó qué perfume le había llamado la atención; el de los tilos, sutil y delicado como una mezcla de miel, de polen de flores y de hidromiel. Debía de haber en las cercanías árboles en flor. El perfume fue haciéndose más fuerte a medida que subían la cuesta. Olav no lo comprendía pues no había visto ningún tilo en Hestviken. Sin embargo, al llegar al patio, vio que crecía uno sobre el flanco de la montaña escarpada, detrás de los establos. Se asía a las grietas de la roca y se pegaba aplastado contra la piedra, dejando su follaje pender en el vacío. Las hojas verde oscuro, en forma de corazón, formaban capas superpuestas como las tejas de una iglesia y recubrían los racimos de flores de un amarillo céreo. Olav las veía desde abajo. Estaban un poco oscuras y marchitas y el perfume era también un poco evaporado y viejo, pero enjambres de moscas, de abejas y de zánganos revoloteaban por allá arriba con un zumbido sostenido y discreto⁷⁷.

⁷⁶ Tolstoi, *Anna Karenina*, Editorial Verbum, 2018, p. 798.

⁷⁷ Sigrid Undset *Olav Audunssøn*, Ediciones Encuentro, p. 442-443, premio Nobel de Literatura 1928.

Al principio solo puedes volar tramos pequeños y tienes que fijarte bien en todos los objetos por los que pases, para que puedas encontrar siempre el camino de vuelta. Tu acompañante te enseñará los cientos de flores y tallos que tienen la mejor miel, tienes que aprendértelos de memoria, de eso no se libra ninguna abeja. El primer renglón puedes aprendértelo ya: «Brezo y flor de tilo». Repítelo. —No puedo —dijo la pequeña Maya—, es terriblemente difícil. Ya lo intentaré más adelante. La anciana Casandra abrió mucho los ojos y meneó la cabeza. —Tú acabarás mal —suspiró—, lo veo venir. [...] El suave viento le llevaba los dulces aromas. ¿Acaso no había aún tilos que en aquella época del año estaban llenos de flores? Y Maya pensó dichosa en los tilos, altos y serios, en cuyas copas se quedaba hasta el último momento el rojizo ardor del sol del atardecer⁷⁸.

Los expertos jardineros a cargo de organizar el cultivo en los Jardines sabían esto y, para asegurarse la colaboración de esas jardineras anónimas que son las abejas, marcaron el Colmenar, el Potosí (el huerto; la palabra francesa para huerto es *potager*, que el habla local transformó en *potosí*) y la calle que separa a ambos con estos árboles. Repasé el Plan Director para Restaurar y Mantener los Jardines de la Granja publicado por Patrimonio Nacional en 2001. Salvo una referencia a los dos estanques que contiene⁷⁹, nada se dice en él sobre el Colmenar. Deduje que ni su restauración, ni tener abejas en los jardines polinizando las flores de sus plantas y ayudándolas a reproducirse había formado parte hasta el momento de los planes de Patrimonio con respecto a los Jardines. Dí bastantes vueltas la tema. Por un lado, la conveniencia de restaurar, volver a repoblar de abejas y mantener activas las colmenas de los Jardines. Por otro, la dificultad para encontrar recursos y mano de obra dadas la muchas necesidades básicas que tendríamos que atender una vez superada la pandemia. Se me ocurrió un idea: convocar en los Centros de Educación Infantil, Primaria y Secundaria de la provincia de Segovia, un concurso de proyectos de hoteles para insectos polinizadores (no sólo abejas) con que poblar el Colmenar de los Jardines de la Granja. Un comité de expertos valorarían las propuestas, y cada equipo ganador elaboraría su proyecto. En cuanto se me ocurrió la idea no pude evitar ponerme a jugar con ella. ¿Para qué familia de insectos me gustaría diseñar un proyecto de vivienda? No tuve que pensarlo mucho. Los hexágonos más estudiados en la historia de las matemáticas han sido, sin duda, los de las celdillas de los panales de las abejas.

El primer texto matemático sobre los panales de abejas lo escribió el matemático egipcio Papus de Alejandría, que vivió entre los siglos III y IV. Hacia el año 340, Papus escribió *Colección matemática*, ocho volúmenes en los que, además de su trabajo, recogió prácticamente toda la matemática griega desarrollada hasta el momento (Alejandría era en aquel entonces una colonia griega). Papus comienza así el prefacio al Volumen V de su libro.

Habiendo tres figuras con las que es posible recubrir exactamente el plano alrededor de un mismo punto, las abejas, debido a su astucia instintiva, eligen para la construcción del panal de miel la figura con el mayor número de ángulos, porque saben que contendrá más miel que cualquiera de las otras dos. Las abejas, pues, conocen este hecho que les resulta muy útil, que el hexágono es mayor que el cuadrado y el triángulo y dará cabida a más miel por el mismo coste de material utilizado en construir las distintas figuras. Nosotros, sin embargo, afirmando como afirmamos tener más inteligencia que las abejas, investigaremos un problema aún más profundo, el de que entre todas las figuras planas equiláteras y equiangulares de igual perímetro, la más extensa es la que tiene mayor número de ángulos, y la mayor figura plana entre todas las de igual perímetro es el círculo⁸⁰.

⁷⁸ Waldemar Bonsels, *Las aventuras de la abeja Maya*, Nórdica Infantil 2019, págs. 11, 90.

⁷⁹ María Medina Muro, Plan Director para Restaurar y Mantener los Jardines de la Granja, Patrimonio Nacional 2001, pág. 139.

⁸⁰ Papus, *Sobre la Astucia de las abejas*, Prefacio al Libro V de "La Collection Mathématique", Blanchard, 1982, Tomo primero, págs. 237-239.

Más de mil años después e inspirado por la lectura del libro de Papus, el matemático alemán Johannes Kepler (1571-1630) retomó el estudio de las colmenas y de la geometría de las celdillas.

Si se les preguntase a los geómetras por el patrón seguido en la construcción de las celdillas de abejas, contestarán que un patrón hexagonal. La respuesta resulta evidente tras echar un simple vistazo a las aberturas o entradas, y a los lados que forman las celdillas. Cada celdilla está rodeada por otras seis, y separada de la contigua por un pared compartida. Pero si observamos el fondo de cada celdilla, notaremos que descende en un ángulo [diedro] obtuso formado por tres planos. Este fondo (que podríamos llamar la quilla) se une a los seis lados de la celdilla por otros seis ángulos, tres superiores de tres lados intercalados con tres inferiores, de cuatro lados. Hay que añadir que las celdillas están distribuidas en dos capas, con las aberturas mirando direcciones opuestas, los fondos tocándose en un empaquetamiento cerrado y la punta de cada quilla de una capa encajada en las puntas de tres de las quillas de la otra capa.

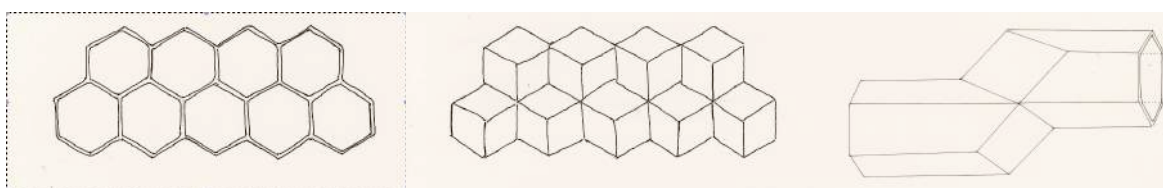


Fig 44: las celdillas de una colmena

Mediante este diseño, cada celdilla no sólo comparte seis paredes con las que le rodean en su misma capa, sino también tres planos al fondo con otras tres celdillas de la capa contraria. Así, cada abeja tiene nueve vecinas, con cada una de las cuales comparte una pared divisoria. Los tres planos de la quilla son idénticos entre sí y su forma es lo que los geómetras llaman un rombo. Intrigado por estos rombos, empecé a investigar en geometría a ver si se podía construir, utilizando exclusivamente rombos, un sólido como los cinco sólidos regulares y los catorce sólidos de Arquímedes⁸¹.

Si quería construir alojamientos adecuados para abejas, necesitaba aprender sobre ellas, entender a qué se dedican y cómo viven. Era la ocasión perfecta para el libro en que Karl von Frisch describió en 1927 para un público no especializado, las investigaciones sobre las abejas que le valieron el Premio Nobel de Medicina y Fisiología en 1973. Llevaba años queriendo hacerlo y nunca había encontrado el momento. Tuve suerte; en dos días, un amigo consiguió hacerme llegar un ejemplar en inglés⁸².

Aprendí que las abejas viven en panales de celdillas hexagonales que construyen ellas mismas en el tronco vacío de un árbol muerto, en una colmena construida por un apicultor, etc. Cada panal tiene miles de celdillas; parte se usan para criar larvas, y parte como almacén de polen o miel. La población, generalmente de más de treinta mil individuos, consiste en una abeja reina (cuya única tarea es poner huevos), un montón de zánganos (que viven sólo en primavera y verano, y cuya única tarea es matar el tiempo indolentemente hasta que la reina elige a uno de ellos y se deja fecundar por él una única vez; este zángano muere tras depositar su semen en la reina y el resto son aniquilados) y las abejas obreras, que conforman el resto de la población del panal y se encargan de todo el trabajo.

⁸¹ Johannes Kepler, *The Six Cornered Snow Flake. A New Year's Gift* (1611), ed. bilingüe latín/inglés, Paul Dry Books 1910.

⁸² Karl von Frisch, *The Dancing Bees. An account of the Life and Senses of the Honey Bee* (1927; Premio Nobel de Fisiología y Medicina 1973), Harcourt 1961.

Según la edad (y con ella experiencia) que tenga, cada obrera, se dedica a un único trabajo: construir y mantener limpio y a la temperatura adecuada las celdillas, dar de comer a las larvas, defender el panal, recolectar polen o recolectar néctar. Todas ellas pasan por todos los trabajos. Las constructoras segregan la cera en los pliegues entre los anillos de su abdomen; luego la amasan con sus patas en bolitas que utilizan para construir las celdillas del panal. La abeja reina, que llega a vivir unos cuatro o cinco años, una vez fecundada guarda el semen del zángano en un saquito de su abdomen y ya no hace otra cosa que poner un huevo por minuto día y noche, parando de vez en cuando a descansar. Cada vez que pone un huevo lo moja con el semen y lo deposita en una celdilla. A los tres días sale una larva, que inmediatamente las cuidadoras empiezan a alimentar con néctar y polen.

El néctar es un líquido azucarado que casi todas las flores producen en la base de sus pétalos. Las abejas recolectoras de néctar meten su trompa entre los pétalos de la flor hasta alcanzar el fondo del cáliz, absorben las gotas de líquido y lo guardan en un compartimento en forma de bolsa de la compra que tienen cerca del estómago, donde lo convierten en miel. De vuelta en la colmena, regurgitan la miel en las celdillas de almacenamiento para compartirla con el resto de la comunidad. Los árboles producen néctar tanto en sus flores, para atraer a los insectos polinizadores, como en sus raíces, para atraer a las hormigas, de las que se sirven, como si se tratase de un ejército, para defenderse de los depredadores herbívoros⁸³. El polen son unas bolitas que están en los estambres de las flores. Las abejas no necesitan tragárselo, porque al estar en los estambres se adhiere fácilmente a sus patas, donde tienen una especie de cestita que utilizan para transportarlo.

Alimentada constantemente de polen y néctar, en sólo seis días una larva aumenta quinientas veces de peso y alcanza su tamaño adulto. Las obreras taponan entonces la entrada de su celdilla donde, como las orugas de mariposas, la larva teje un denso capullo dentro del cual se convertirá en pupa. A los doce días, capullo y tapa de celdilla rompen y una nueva abeja despliega sus alas.

Los insectos no tienen huesos en su cuerpo, sino una coraza externa. En el caso de las larvas esta coraza es relativamente frágil, pero cualquiera que haya sostenido un escarabajo en su mano ha sentido su dureza. Durante el proceso de crecimiento, el insecto pierde la piel y, en unas cuantas horas, crece un poquito y se construye una cáscara nueva. Perder la piel no es trivial para un insecto, porque cada vez que lo hace su cuerpo tiene que conseguir salir sin dañarse de una dura armadura. Contar con unas alas planas y anchas como las de una abeja o una mariposa supondría un grave problema. Por eso los insectos mientras crecen o no tienen alas, o sólo tienen pequeños muñoncitos de alas⁸⁴.

Cuando leí este párrafo pensé: ¡Qué suerte que este *intermezzo*⁸⁵ me haya sobrevenido cuando he alcanzado ya mi tamaño adulto, cuando no necesito romper viejas armaduras ni crearme nuevas; cuando puedo, por fin, desplegar mis alas y echar a volar... ¡Volar! Mas de una tarde, estudiar cómo lo hacen las abejas⁸⁶ me ayudó a superar la angustia de sentirme atrapada en un piso.

⁸³ En su trabajo seminal *Pensieri sulla Biologia Vegetale* (1867), Federico Delpino describió por primera vez el trabajo en colaboración de hormigas y árboles.

⁸⁴ Karl von Frisch, *The Dancing Bees. An account of the Life and Senses of the Honey Bee*, capítulos 10 y 11.

⁸⁵ Nombre por el que Albert Espinosa se refirió al período de confinamiento provocado por el coronavirus durante su intervención en el programa educativo "Aprendemos Juntos", subido a youtube por BBVA-El País, el 8 de abril de 2020.

⁸⁶ Karl von Frisch, *The Dancing Bees. An account of the Life and Senses of the Honey Bee* (1927; Premio Nobel de Fisiología y Medicina 1973), Harcourt 1961.

Imaginemos que queremos pasear libremente por los Jardines de la Granja. Tendremos al menos tres maneras de poder volver a la salida sin depender del GPS de un móvil que probablemente no tenga cobertura. Mientras nos mantengamos en la parte del recinto con el nombre de calles y plazoletas indicado en carteles, un mapa será una muy buena herramienta. Pero si decidimos meternos por bosquetes o por la zona de monte en torno al Mar, por ejemplo, no nos será posible ubicar nuestra posición en él. Resultará mucho más útil utilizar una brújula y, o bien caminar en dirección NO, que es donde sabemos está la puerta de salida, o bien seguir una dirección fija en ella, la que sea, hasta alcanzar la tapia que sabemos circunda el terreno y seguirla en la dirección Oeste o Norte hasta que volvamos a ver el edificio de palacio.



Mi segunda máxima consistía en ser lo más firme y resuelto que pudiese en mis acciones, imitando en esto a los viajeros que, habiéndose extraviado en un bosque no deben errar dando vueltas ahora por un sitio, ahora por otro, ni menos todavía detenerse en algún lugar, sino caminar siempre lo más derechamente que puedan en una misma dirección, sin cambiar ésta por débiles razones, aún cuando en un principio haya sido quizás sólo el azar el que los resolvió a elegirla; pues de esta manera, si no van justamente donde estaban, al menos llegarán a alguna parte, donde verosíblemente estarán mejor que en medio de la selva⁸⁷.

Fig 45: Paseando por el bosque de los Jardines de la Granja.

Si mientras paseamos vamos fijándonos en las distintas cosas a nuestro alrededor, es fácil que, en caso de perdernos, al seguir con la brújula una dirección fija camino a la tapia reconozcamos algo que hayamos visto antes que nos permita ubicarnos sin necesidad de llegar hasta la cerca. Es esta combinación del sentido de la orientación (seguir una dirección fija) y el sentido de la vista, junto con el sentido del olfato, que permite a las abejas regresar al panal tras sus vuelos exploratorios. Además, una vez han aprendido a volar sin perderse —un aprendizaje que comienzan a los diez días de dejar de ser larva—, cuando identifican una buena fuente de polen y néctar también pueden comunicar a sus compañeras cómo llegar hasta allí.

⁸⁷ René Descartes, *Discurso del Método* (1637), Ediciones Aguilar 1980, pág. 64.

Cuando se trata de vuelos cortos, las abejas seleccionan unos cuantos puntos de referencia en torno a su colmena por su olor y su color —árboles y flores por lo general—, y memorizan a qué distancia están. Cuando las expediciones son largas, las abejas, como los vikingos, se guían por el sol: vuelan siempre manteniendo un ángulo constante respecto a él, y se aseguran así de viajar en línea recta. En el vuelo de vuelta, siguen el camino inverso. Puesto que el sol cambia de posición en el cielo a lo largo del día, salvo que se tenga en cuenta la hora del día en que se está, este método sólo sirve, una vez más, para distancias cortas. Lo sorprendente es que las abejas tienen percepción del tiempo y pueden reconocer en qué momento del día están, y también saben cómo variar su trayectoria con respecto al sol según la hora del día que sea (algo que la especie humana, desde la invención del GPS, ha dejado de aprender cómo hacer; la mayor parte de las personas tampoco saben hoy cómo leer un mapa o utilizar una brújula). Las abejas tampoco tienen problemas para ver el sol en días nublados, porque pueden percibir los rayos de luz polarizada a través de las nubes. Una vez que una abeja exploradora ha encontrado una buena fuente de polen y néctar, recoge en sus extremidades partículas olorosas de las flores y regresa a la colmena. Allí, mediante un baile, transmite a sus compañeras la dirección en la que están las flores indicadas y a qué distancia, y también les pasa las partículas olorosas para que puedan identificarlas por su aroma. ¡El baile es el lenguaje por el que las abejas se comunican unas con otras! La noticia me llenó de esperanza. Si hay insectos que se comunican bailando, y árboles que se comunican emitiendo partículas, seguro que la especie humana podríamos encontrar rápida y fácilmente maneras de comunicarnos mientras durase la pandemia sin necesidad de contacto físico ni de quitarnos las mascarillas.



Precisamente la semana que dediqué a observar el vuelo de las abejas en torno a los tilos que rodean el Colmenar, dos de mis guías eligieron llevarme a visitar las troneras en que habitan varias especies protegidas de murciélagos. Las noticias que por aquellos días invadían radio, periódicos y televisión sobre los murciélagos como especie origen de la pandemia que estábamos viviendo me llenaron de preocupación. ¿Serían los murciélagos de los Jardines contagiosos? Ese fue el último tema sobre el que estudié para preparar este texto.

Fig 46: Cómo llegar al Colmenar y a la Senda de los Murciélagos

Epílogo

Entre los años 2009 y 2010 se llevó a cabo un estudio sobre los quirópteros de los jardines del Palacio Real de La Granja de San Ildefonso, en Segovia. Estos jardines, de 146 Ha. de superficie, se encuentran situados a una altitud media de unos 1.200 m.snm y cuentan con una importante cobertura forestal, numerosas fuentes y estanques. Se combinaron tres metodologías utilizadas habitualmente en el muestreo de murciélagos. La búsqueda de refugios permitió la localización de 8 lugares ocupados por murciélagos de 9 especies, uno de ellos por una de las mayores agrupaciones conocidas de *Myotis escalerae*. Las sesiones de captura con redes de niebla aportaron 14 especies, 10 de ellas con evidencias de reproducción. Y el análisis de las secuencias de ultrasonidos obtenidas en estaciones de escucha permitieron identificar 11 especies, de las cuales cuatro (*Pipistrellus pygmaeus*, *P. kuhlii*, *Eptesicus serotinus* y *Tadarida teniotis*) no habían sido capturadas u observadas con otros métodos de muestreo. El resultado final fue la identificación de 22 de las 31 especies de quirópteros actualmente conocidas en la península ibérica, algunas consideradas raras o especialmente amenazadas (8 de las 12 especies incluidas en el Catálogo Español de Especies Amenazadas).

Murciélago grande de Herradura, *Rhinolophus ferrumequinum*. Murciélago pequeño de Herradura, *Rhinolophus hipposideros*. Murciélago mediterráneo de Herradura, *Rhinolophus euryale*. Murciélago ratonero grande, *Myotis myotis*. Murciélago ratonero mediano, *Myotis blythii*. Murciélago ratonero forestal, *Myotis bechsteinii*. Murciélago ratonero bigotudo, *Myotis mystacinus*. Murciélago ratonero gris mediterráneo, *Myotis escalerae*. Murciélago ratonero de Natterer, *Myotis cf. nattereri*. Murciélago ratonero ribereño, *Myotis daubentonii*. Murciélago ratonero pardo, *Myotis emarginatus*. Murciélago enano, *Pipistrellus pipistrellus*. Murciélago de Cabrera, *Pipistrellus pygmaeus*. Murciélago de borde claro, *Pipistrellus kuhlii*. Murciélago montañero, *Hypsugo savii*. Murciélago hortelano, *Eptesicus serotinus*. Nóctulo pequeño, *Nyctalus leisleri*. Nóctulo gigante, *Nyctalus lasiopterus*. Murciélago de bosque, *Barbastella barbastellus*. Orejudo dorado, *Plecotus auritus*. Murciélago de cueva, *Miniopterus schreibersii*. Murciélago rabudo, *Tadarida teniotis*

Esta elevada concentración de especies en una zona tan local parece que no ha sido documentada en otros lugares estudiados en España y destaca el interés que puede tener este enclave, en las faldas del Parque Nacional de la Sierra del Guadarrama⁸⁸.

El murciélago es el único mamífero que puede volar. De adolescente estudiaba su vuelo con algunos amigos en las cuevas de la isla de Ons, en Galicia. Uno de los amigos que solía venir, Moncho Lastra, sabía mucho de la dinámica del viento (era un gran navegante), y nos explicaba cómo los murciélagos controlan su vuelo con los dedos, muy finos, de las patas delanteras. Estos dedos se extienden por toda la membrana que les sale desde las patas delanteras hasta las traseras. Los murciélagos, ni son ciegos, ni chupan sangre, ni atacan a los humanos. Es más, son muy beneficiosos y debemos facilitar su reproducción. Por ejemplo, algunas especies de murciélagos pueden consumir casi catorce mil mosquitos en una sola noche. En sus desplazamientos, los murciélagos distribuyen todo tipo de semillas y se sabe que contribuyen de manera muy importante a la extensión de los bosques en las latitudes medias y tropicales y a la polinización de muchas especies de plantas, especialmente árboles frutales; pueden dispersar más de treinta mil semillas pequeñas en una noche. Una de las habilidades más impresionante de los murciélagos es la *ecolocación*, ver por el eco, la misma técnica que se usa en las sondas de los barcos. Nosotros vemos a través de los ojos; los murciélagos a través de los oídos. El murciélago emite *ultrasonidos*, sonidos de alta frecuencia que rellenan el espacio que le rodea, chocan con las distintas cosas y rebotan, devolviendo al animal información sobre lo que hay a su alrededor. Además, tienen en nariz y frente una estructura que modifica y amplía la resonancia.

⁸⁸ F. González, M^aJ. Moreno, O. de Paz, *Los jardines del Palacio de La Granja (Segovia) ¿el lugar con mayor biodiversidad de quirópteros en la Península Ibérica?*, VI Jornadas SECEMU, 3-4 diciembre, 2016, Vairao, Portugal

Cuando la onda constante que emite el murciélago choca contra algo y rebota, el animal acelera el pulso emitido aumentando la frecuencia. Ilumina más, por así decirlo, y obtiene más información de la masa que tiene delante, más detalles de la imagen acústica. Algunas especies pueden, incluso, analizar el *efecto doppler*, y saber si el objeto se acerca o se aleja (cada especie emite una frecuencia distinta que le caracteriza). De esta manera hacen un dibujo con toda precisión y sin líneas de lo que están oyendo, gracias al cual pueden ir y venir en sus vuelos lo mismo que nosotros en nuestros paseos. Ver donde estamos hace posible que tomemos atajos y avenidas paralelas, exactamente lo mismo que hacen los murciélagos. La ecolocación les permite, además, vivir en cuevas oscuras y cazar y encontrar fruta de noche. Equipos de científicos de todo el mundo estudian en la actualidad la ecolocación de los murciélagos, con el objetivo de construir, por ejemplo, implantes más sensibles para personas sordas.

Consulté en las más prestigiosas revistas científicas como *Nature*, *Science*, *Investigación y Ciencia*, etc., que, a su vez, me llevaron a otras fuentes más especializada, sobre la relación entre la pandemia que vivíamos y los murciélagos en los Jardines. Pronto me tranquilicé: el tipo de virus que dió lugar a esta *zoonosis* (enfermedad humana de origen animal), no se había encontrado en ningún murciélago de la Península Ibérica o del resto de Europa. Además, la enfermedad no la contagiaban animales, se transmitía exclusivamente de persona a persona. Aprendí que los humanos, como los murciélagos y muchos otros animales, están asociados a un montón de virus que no son dañinos. También aprendí que los coronavirus son una familia muy grande de virus (los *Coronaviridae*) que incluyen un número pequeño de virus que producen problemas respiratorios muy serios (por ejemplo el SARS-CoV-2, el virus causa de la pandemia COVID-19), y también incluyen muchísimos virus inofensivos. Entre los coronavirus específicamente humanos está por ejemplo, el que causa el resfriado común. En esos días no se conocía aún el origen exacto de la pandemia. Las investigaciones que se estaban llevando a cabo indicaban que, quizás, el virus que dió lugar a la enfermedad se originó en una especie concreta de murciélago y llegó hasta los humanos a través de alguna segunda especie intermediaria, ¿el pangolín? Tampoco se sabía con seguridad. Pero aunque no se conociesen aún los orígenes últimos (conocimiento que en ese momento no era una prioridad, al ser la transmisión exclusivamente humana), si se entendía bastante bien el proceso que había tenido lugar. Una propagación zoonótica es la transmisión de un patógeno de un animal a un humano, frecuentemente a través de un intermediario (animal también). Para que esto ocurra, los patógenos zoonóticos deben superar una serie de barreras que provee la naturaleza que previenen, precisamente, la propagación de infecciones a los humanos. Las alteraciones humanas del medio ambiente han dañado, e incluso eliminado, muchas de estas barreras. Ese era el proceso que había tenido lugar.

La mejor protección es la naturaleza. Es la mejor vacuna, y nos la hemos cargado. No me cansaré de repetirlo: la naturaleza hace una protección integrada. Igual no es perfecta, pero su protección es de amplio espectro, no te cuesta dinero, es sostenida y cumple muchas otras funciones. La naturaleza está de guardia las veinticuatro horas del día. Los servicios que está haciendo para mantener las condiciones físicas, químicas y biológicas que reducen la carga vírica, para que los riesgos de la zoonosis tengan unas dimensiones pequeñas, son impagables. Vamos rescatando de la biobibliografía y el conocimiento científico piezas que nos permitan saber con precisión cómo funciona esta protección, pero ya sabemos que es real⁸⁹.

⁸⁹ Fernando Valladares, Profesor de Investigación en el Departamento de Biodiversidad y Biología Evolutiva del Museo de Ciencias Naturales del CSIC, entrevistado en *El Confidencial* el 28 de abril de 2020.

Saber que la mejor protección contra enfermedades infecciosas como las que no dejan de surgir en los últimos años está en la naturaleza, me llevó, una vez más, a agradecer a la librería Farinelli haberme dado la oportunidad de pasar la primera pandemia de mi vida reflexionando sobre un jardín fruto de una de las más sugerentes colaboraciones entre naturaleza y hacer humano que yo haya conocido. ¡Hay tanto en ellos que nos enseña cómo vivir de otra manera!

Ahora mismo estoy convencido de que las vías de solución se van estrechando, no cabe duda, pero que todavía no están taponadas. Por lo tanto, lo que hay que predicar no es la desesperación, sino la urgencia. Decir que es tarde, pero no demasiado. Decir que aún podemos actuar, que podemos aún darle la vuelta a muchas cosas, pero que para ello tenemos que hacer gala de audacia y de imaginación, y no de titubeos, de encogimiento ni de convencionalismo. Que tenemos que atrevernos a remover la forma de pensar rutinaria y las conductas consuetudinarias, a remover las certidumbres imaginarias y volver a edificar nuestra escala de prioridades. [...] Si nos estaba haciendo falta un «estado de emergencia» para espabilarnos, para movilizar lo mejor que llevamos dentro, ya lo tenemos aquí. [...] Porque no se trata únicamente de organizar una nueva forma de funcionamiento económico y financiero, un nuevo sistema de relaciones internacionales, ni únicamente corregir unos cuantos desajustes manifiestos. Se trata también de idear sin demora, y aposentar en las mentes, una visión diferente por completo de la política, la economía, el trabajo, el consumo, la ciencia, la tecnología, el progreso, la identidad, la cultura, la religión, la Historia; una visión adulta por fin de lo que somos, de lo que son los demás y del destino de este planeta que compartimos. En pocas palabras, tenemos que «inventar» una concepción del mundo que no sea sólo la traducción moderna de nuestros prejuicios ancestrales y que nos permita conjurar el retroceso que se anuncia⁹⁰.

⁹⁰ Amin Maalouf, *El desajuste del mundo. Cuando nuestras civilizaciones se agotan*. Alianza Editorial 2009, págs. 281, 308, 314.

<i>Nombre científico</i>	<i>Nombre común</i>	<i>Nombre científico</i>	<i>Fecha de introducción</i>	<i>Procedencia</i>
<i>Acer campestre</i>	Arce moscón	Érable	1734	Francia
<i>Aesculus hippocastanum</i>	Castaño de Indias	Castaño de Indias	1723	Francia
<i>Betula pendula</i>	Abedul	Boileau	1762	Jardín
<i>Carpinus betulus</i>	Carpe	Sarmilla, sermilla, charmilla	1723	Francia
<i>Castanea sativa</i>	Castaña	Castaña de comer	1779	Jardín
<i>Corylus avellana</i>	Avellano	Avellano	1775	Jardín
<i>Fagus sylvatica</i>	Haya	Aia, aya, haya	1723	Francia, Jardín
<i>Fraxinus angustifolia</i>	Fresno	Fresno	1736	Jardín
<i>Fraxinus ornus</i>	Fresno de flor	Frêne de flor doble	1786	Francia
<i>Juglans regia</i>	Nogal	Nogal	1779	Jardín
<i>Populus alba</i>	Álamo blanco	Álamo blanco	1736	Jardín
<i>Quercus faginea</i>	Quejigo	Quejigo, quejío	1775	Jardín
<i>Quercus pyrenaica</i>	Roble melojo	Roble	1743	Jardín
<i>Salix fragilis</i>	Mimbrera	Árbol de la mimbrera	1774	Jardín
<i>Sorbus aria</i>	Mostajo	Alissier	1762	Jardín
<i>Tilia platyphyllos</i>	Tilo	Tilo de Holanda, tillón, tiol	1723	Francia, Pirineo, León
<i>Ulmus minor</i>	Álamo negro	Álamo negro	1725	Francia, Segovia, Valladolid, Palencia

91

Anexo

⁹¹ Antonio López Lillo, "Jardines de la Granja de San Ildefonso", en *Los árboles de la Ilustración*, Ediciones Bancaixa, Valencia 2002, págs. 571, 572, 574.

JARDINES BAJOS Y RESERVADOS. En la parte baja de los Jardines, al oriente, se hallan amurallados los cuadros de las frutas y flores, llamados Potaseros, Planteles, Colmenar y Huerta grande: a su frente la Cestería ó laboratorio de mimbre fino y ordinario, la estufa para invierno y casa de las flores, en que se guardan del rigor de aquella estación los arbolitos de naranjos y limones puestos en cajones movibles, y finalmente la Carpintería. Los indicados cuadros ofrecen muchas y esquisitas flores casi todo el año, legumbres sabrosas de estraordinaria magnitud y, sobre todo, frutas del más excelente y delicado gusto, así de pipa como de hueso.

Las siguientes listas de las flores, legumbres y frutas que se cultivan en estos cuadros y jardines, llamados *reservados*, por no permitirse la entrada general en ellos sino con papeleta del Administrador del Patrimonio Real, darán una idea sorprendente, tanto de su abundancia, como de la prodigalidad de la naturaleza en un clima tan frío y en una tierra tan montañesa.

FLORES DE PRIMAVERA Lirio morado. Lirio azul. Lirio anaranjado. Azucena blanca. Azucena abigarrada. Azucena dorada ó anaranjada. Pajarilla. Violetas dobles. Alelí amarillo. Alelí zacón encarnado. Alelí morado. Alelí imperial. Alelí de Provenza. Alelí piramidal. Botón de oro. Valeriana. Primavera. Oreja de Oso. Clavellina coronilla. Copos de nieve ó mundos. Árbol de Santa Lucía. Peonías. Madreselva. Lilas blancas. Lilas de Persia. Lilas moradas. Chiringuilla. Flor de Brezo.

CEBOLLAS DE FLOR. Tulipán común. Tulipán viuda. Tulipán dragón. Jacinto. Narciso. Junquillo doble y sencillo. Campánulas. Ranúnculo. Arremonte. Francesitas.

FLORES DE VERANO. Clavelon alto. Clavelon enano. Clavelinas. Claveles. Claveles de China. Cuarentena. Escabiosa. Carraspique. Verónica. Jasé. Coronilla de varios olores. Maratisa encarnada. Maratisa blanca. Maratisa jaspeada. Malva real. Malva egipciaca. Damasquina. Carmín. Romana, hoja verde. Boton de plata. Mirasol. Albahaca. Amaranto. Micaragua, Tricolor. Clavel velludo. Moco de pavo. Perpetuas encarnadas. Araña. Capuchina. Misípula. Espuela. Adormidera. Farolillo. Perbans. Rubequia. Perpetuas blancas. Perpetuas moradas. Trompa de elefante. Labatera. Ornito o galón de Nápoles. Pasatute real. Noble espina. Tejo. Boj. Trébol. Ofianve azul y amarillo. Rosa del conde de Priego. Rosa muscat. Rosa princesa. Rosa de cien hojas. Rosa de Holanda. Rosa de Alejandría. Iris de Florencia. Noble espin.

FLORES DE OTOÑO. Margarita ó estraña. Brebarias. Crisantemo de la China. Ester alta. Ester baja. Maravilla.

FRUTAS.

Peras de verano que empiezan a madurar en julio hasta fin de septiembre. Azúcar verde de verano. Naranja de verano. Cermeña. Suprema. Ñoco. Manteca de Holanda. Manteca de Inglaterra. Real de verano. Gallego. Donguindo. Moscatel de verano. Cebolla. Parne. Verdal. Bordon. Arenosa. Rulete mayor. Rulete menor. Ancolica. Lisabona de verano. Escusa madama. Castañuela. Naranja de otoño. Pera larga.

Peras de invierno que empiezan a madurar en octubre y de las que algunas se conservan hasta últimos de febrero. Manteca de oro. Manteca blanca. Betalonga rayada. Espadona del Rey. Betalonga lisa. Manteca de oro, gris. Virgulosa. Marquesa. Martin Seco. Bergamota Suiza. Bergamota Betri. Angélica. Florencio. Donguindo de invierno. Salseri. Lambreta. Naranja de invierno. Buen cristiano. Lisabona de invierno. Doble flor: está dura hasta últimos de febrero. Pera gorda: también dura hasta últimos de febrero. Maestro Juan. Verdosa. Espina. Real de invierno. Pera dudosa. Embustera.

MANZANAS. Manzana panolla: dura hasta Abril. Manzana gorda. Manzana encarnada. Manzana de olor. Manzana temprana. Manzana común. Manzana lapin. Manzana pardilla.

ALBARICOQUES. Albaricoque de Nanci. Albaricoque rosado. Albaricoque común.

ABRIDORES. Abridor grande. Abridor violeto. Abridor mediano.

CIRUELAS. Reina Claudia. San Migueleña. Larga morada. Redonda morada. Damasco blanco. Larga encarnada. Damasco encarnado. Yema de huevo. Ciruela de pré. Cascabelillo blanco. Cascabelillo morado. Papaboa.

GUINDOS. Guindo garrafal. Guindo de S. Carlos.

OTRAS FRUTAS. Níssoles comunes. Membrillos gordos y medianos. Grosella, fresa y frambuesas.

VERDURAS Y LEGUMBRES. Lombarda blanca. Lombarda morada. Lombarda de la casa de campo. Lombarda verde manzana. Brocol de Milán. Brocol de Pella. Brocol negro. Brocol de nabo. Coliflor de primera suerte. Idem de segunda y tercera para invernáculo. Puerro. Cebollas de varias clases. Lechuga perezosa. Lechuga galasa. Lechuga morada. Lechuga riza. Lechuga castellana. Guisante común. Guisante flamenco. Guisante pardo. Apio. Alcachofas. Berengenas. Rábanos de varias clases. Berza de asa de cántaro. Berza común. Repollo de Murcia. Acelga. Remolacha encarnada. Idem amarilla. Zanahoria. Chirivía. Escarola riza. Escarola común. Judías sin hebra. Judías blancas de Pravia. Judías enanas. Judi6n amarillo. Judi6n blanco. Judi6n de Mah6n. Judi6n jaspeado. Pimientos de varias clases. Tomates. Pepinos. Calabazas de varias clases.

ENSALADA ITALIANA. Mastuerzo. Estrag6n. Pimpinela. Perifollo. Lechuguino. Acederas. Cebollino. Achicoria. Borrales.

Es ciertamente sorprendente y admirable que en un terreno 6spero, desmonte de una sierra y en un clima tan húmedo vejeten tantas y tan variadas clases de 6rboles, arbustos y flores, e igualmente se produzcan tantas y tan esquisitas frutas. Este delicioso vergel, encanto de los espa6oles y envidia de los franceses y dem6s extranjeros, y solaz de nuestros Reyes, ha sido siempre y es a6n un plantel abundoso de donde se propagan a todo el reino, especialmente a Castilla, semillas, injertos, pies de renuevo y numerosas producciones hortenses. Dejamos pues a la consideraci6n de los viajeros las reflexiones que por s6 mismos se ver6n en precisi6n de hacer al contemplar de cer-ca las embalsamadas estancias y producciones que acabamos de describir. Advertimos tambi6n a los lectores, que las frutas, lo mismo que las flores, se producen indistintamente en Plantel, Partida de la Reina y Colmenar; y las legumbres en el departamento que por su extension se denomina la Huerta grande, y est6 inmediato al Colmenar⁹².

⁹² Santos Mart6n Sede6o, *Compendio Hist6rico, Topogr6fico y Mitol6gico de los jardines y fuentes del Real Sitio de San Ildefonso*, sexta edici6n, Segovia 1851, p6gs. 89-97.

mutacion en el Barómetro, manteniéndose este entre 25. 10. y 26. 1., y el temperamento entre los 15. al 18. del Termómetro por la mañana. Desde el día 20. reynaron un poco los N. y NE. con poca lluvia ó nubes; y el mismo estado de la atmosfera; siguió con la misma igualdad hasta el fin, aunque se cambiaron los vientos al SO, y al O.

Fue notable en el día 8. al 9. la riada del Real Sitio de S. Ildefonso.

Noticia circunstanciada de la inundacion ocurrida el día 9. de Septiembre de este año, en el Real Sitio de San Ildefonso.

Este día, del que por largo tiempo tendrán memoria los vecinos del Real Sitio de la Granja, fue el mas lastimoso que han conocido sus habitantes.

La posicion local del sitio de S. Ildefonso es conocida de casi toda la Corte. Está situado á la falda de las altas montañas que vierten hácia Segovia. Entre esta poblacion y los cerros está colocado el hermoso jardin, cuya admirable fontanería se provee de las aguas que allí baxan de los altos inmediatos. Le circunda por todas partes una muralla de mampostería, de unos doce pies de al-

- [Arquímedes, S.II a.C.]
- *Sobre la medida del círculo* en "Arquímedes. Tratados", Vol. I, Biblioteca Clásica Gredos 333.
 - *Cuadratura de la parábola*, en "Arquímedes. Tratados", Vol. I, Biblioteca Clásica Gredos 378.
 - *The Sand-Reckoner*, en "The Works of Archimedes", editado por Sir Thomas L. Heath en 1897, Ediciones Dover 2003, págs. 221-239
- [Breñosa-Castellarnau, 1884]
- Rafael Breñosa, Joaquín M^a de Castellarnau, Guía y descripción del Real Sitio de San Ildefonso, Tipografía de los Sucesores de Rivadeneyra, 1884.
- [Boyer, 1969]
- Carl B. Boyer, *Historia de la matemática*, Alianza Editorial, traducción Mariano Martínez Pérez.
- [Carrascal, 2012]
- Juan Fernando Carrascal Vázquez, "La restauración integral del laberinto del Real Sitio de la Granja de San Ildefonso", *Reales Sitios. Revista del Patrimonio Nacional* nº 120 (1994).
- [Carrasco, 2009]
- Ana Isabel Carrasco Manchado, "Desplazamientos e intentos de estabilización: la corte de los Trastámara", *e-Spania, Revue interdisciplinaire d'études hispaniques médiévales et modernes*, diciembre 2009.
- [Corrales, 2000]
- Capi Corrales Rodrigáñez, *Contando el espacio*, mob-coop ediciones 2000.
- [Darwin, 1898]
- Charles Darwin, *The Power of Movement in Plants*, 1898.
- [Descartes, 1637]
- René Descartes, *Discurso del Método* (1637), Ediciones Aguilar 1980.
- [Dousinague, 1963]
- José M. Doussinague, "La corte de Isabel la Católica", *Anales de la Real Academia de Ciencias Morales y Políticas*, Madrid 1963.
- [Domínguez, 2017]
- José María Domínguez, *Farinelli en España*, Ensayos de Teatro Musical Español, Fundación March 2017.
- [Euclides, 300 a.C.]
- Euclides, "Elementos, Libros I-XIII", en *The thirteen books of The Elements*, traducidos y anotados por Sir Thomas L. Heath (1908), Ediciones Dover 2000.
- [Friello, 2018]
- Francisco Friello, *La arquitectura de los jardines: De la Antigüedad al siglo XX*, Editorial Reverte 2018.
- [Frisch, 1961]
- Karl von Frisch, *The Dancing Bees. An account of the Life and Senses of the Honey Bee*, Harcourt 1961.
- [González-Moreno-Paz, 2016]
- F. González, M^aJ. Moreno, O. de Paz, *Los jardines del Palacio de La Granja (Segovia) ¿el lugar con mayor biodiversidad de quirópteros en la Península Ibérica?*, VI Jornadas SECEMU, 3-4 diciembre, 2016, Vairao, Portugal.

- [Guzmán, 2001]
Carlos L. Guzmán Azcárate, "Estudio Sobre La Recirculación Del Agua De Las Fuentes Del Palacio De La Granja De San Ildefonso (Segovia)." *Revista Digital del Cedex* nº 122, 2001.
- [Heath, 1921]
Sir Thomas L. Heath, *A History of Greek mathematics* (1921), Ediciones Dover 1981.
- [Heras-Quevedo, 2002]
Pedro Heras, Valentín Quevedo, *El juego del mallo*, Sociedad Castellarnau de amigos de Valsaín, La Granja y su entorno 2002.
- [Heródoto, s. V a.C.]
Heródoto, *Historia*, Libro II, Biblioteca Clásica Gredos 3.
- [Herrero, 2012]
María Jesús Herrero Sanz, "Los jardines de la Granja de San Ildefonso: Felipe V entre Marly y Versailles", *Bulletin du Centre de recherche du château de Versailles*, 2012.
- [Iranzo, 2015]
Rita Iranzo Fernández, *Color y arquitecturas revocadas de la Granja de San Ildefonso*, tesis doctoral, ESTAM 2015.
- [Jahren, 2016]
Hope Jahren, *La memoria secreta de las hojas*, Paidós 2017.
- [Kepler, 1611]
Johannes Kepler, *The Six Cornered Snow Flake. A New Year's Gift*, edición bilingüe latín/inglés, Paul Dry Books 1910.
- [López Lillo, 2002]
Antonio López Lillo, "Jardines de la Granja de San Ildefonso", en *Los árboles de la Ilustración: en los espacios ajardinados*, Ediciones Bancaixa, Valencia 2002, págs. 560-585.
- [Maalouf, 2009]
Amin Maalouf, *El desajuste del mundo. Cuando nuestras civilizaciones se agotan*. Alianza Editorial 2009.
- [Mancuso-Viola, 2015]
Stefano Mancuso, Alessandra Viola, *Sensibilidad e inteligencia en el mundo vegetal*, Galaxia Gutenberg 2015.
- [Margulis, 2002]
Lynn Margulis, *Planeta simbiótico. Un nuevo punto de vista sobre la evolución*, Editorial Debate 2002.
- "Una enfermedad llamada hombre", en *Una revolución en la evolución*, Col·lecció Honoris Causa, Universitat de Valencia 2002, págs. 239-256.
- [Margulis-Sagan, 1996]
Lynn Margulis, Dorion Sagan *¿Qué es la vida?* (1995), Libros para pensar la ciencia, Tusquets Editores 1996.
- [Martín Sedeño, 1825]
Santos Martín Sedeño, *Compendio Histórico, Topográfico y Mitológico de los jardines y fuentes del Real Sitio de San Ildefonso*, Sexta edición, tercera vez aumentada por Andrés Gómez de Somorrostro, Segovia 1851. Biblioteca Digital de Castilla y León.

- [Martínez Caballero, 2012]
Santiago Martínez Caballero, *El Acueducto de Segovia. De Trajano al siglo XXI*, Ayuntamiento de Segovia 2012.
- [Medino, 2001]
DomMaría Medino Muro, *Plan Director para restaurar y mantener los Jardines de la Granja, Real Sitio de San Ildefonso*. Patrimonio Nacional en 2001
- [Municio, 2002]
José A. Gómez Municio, *El universo en el jardín. Paisaje y arte en la obra de Leandro Silva*, Junta de Castilla y León, 2002, p. 15.
- [Ovidio, S. VIII]
Ovidio, *La Metamorfosis*, Libro VIII, Biblioteca Clásica Gredos 15.
- [Plutarco, s. I d.C]
Plutarco, *El banquete de los siete sabios*, Ed. Aguilar 1968.
- [Powers, 2018]
Richard Powers, *El clamor de los bosques* (2018), Alianza 2019, Premio Pulitzer 2019.
- [Précy, 1912]
Jorn de Précy, *El jardín perdido*, Editorial Elba 2018.
- [Rodrigáñez, 1888]
Celedonio Rodrigáñez, "El arbolado de otros tiempos", en *El arbolado de Madrid*, Imprenta Municipal 1888.
- [Rodríguez, 2006]
Juan Antonio Rodríguez Llano, *Sierra de Guadarrama. Fauna y Flora*, Editorial Rueda 2006.
- [Sancho, 2012]
José Luis Sancho, "El Gabinete Dorado o Cenador de Mármoles de la Granja de San Ildefonso", *Reales Sitios. Revista del Patrimonio Nacional* nº 192 (2012), 4-27.
- [Shigo, 1985]
Alex L. Shigo "Compartimentalización de la podredumbre en los árboles", *Investigación y Ciencia* nº 155, Junio 1985, págs. 58-66.
- [Thom, 1980]
René Thom, *Parábolas y catástrofes* (1980), Tusquets Editores 1985.
- [Toledo, 2017]
Julio de Toledo Jaúdenes, *Toponimia de Valsaín*, Farinelli, Real Sitio de San Ildefonso 2017.
— *San Ildefonso antes de La Granja. La Granja antes de Palacio y los Jardines, 1350*. Miradas sobre la Granja, Asociación Castellarnau.
- [Undset, 1925-28]
Sigrid Undset (Premio Nobel de Literatura 1928), *Olav Audunssøn*, Ediciones Encuentro, 1984.
- [Valcárcel, 2002]
Isidoro Valcárcel Medina, *Rendición del tiempo*, Fundació Antoni Tapies, Barcelona 2002.
- [von Frisch, 1927]
Karl von Frisch (Premio Nobel de Fisiología y Medicina 1973), *The dancing bees*, Methuen London 1966.