

PRIMER CONCURSO DE INTEGRACIÓN RÁPIDA DEL IMI-COMETAS

Reglamento del concurso

1. La participación en el concurso es individual y está restringida a alumnos de grado o doble grado de la Universidad Complutense de Madrid nacidos después del 9 de abril de 1999, independientemente de la facultad en la que estudien.
2. Para participar será necesario inscribirse y rellenar el formulario habilitado en la página web del concurso: <https://blogs.mat.ucm.es/cir-imi/>
3. El concurso consta de dos fases:
 - La primera fase será un test de opción múltiple del que se seleccionará un máximo de 16 concursantes.
 - En la segunda fase se formará un cuadro de eliminatorias en el que los concursantes competirán en duelos por parejas. El ganador de cada enfrentamiento avanzará a la siguiente ronda. La competición incluirá octavos de final, cuartos de final, semifinales y la gran final.
4. La prueba de la primera fase se realizará el 7 de abril de 2025 en la Facultad de Matemáticas en dos horarios distintos:
 - En horario de mañana de 10:00 a 12:00 en el laboratorio 3.
 - En horario de tarde 19:00 a 21:00 en el Laboratorio 1.
5. Para la segunda fase se crearán 2 ramas del cuadro de eliminatorias en las que los dos primeros clasificados en la primera fase actuarán de cabezas de serie.
6. Los concursantes de la primera rama serán los clasificados en la primera fase en los puestos 1, 4, 6, 8, 10, 12, 14 y 16. Los participantes en la segunda rama del cuadro serán los clasificados en la primera fase en los puestos 2, 3, 5, 7, 9, 11, 13 y 15.
7. La primera rama disputará sus encuentros de octavos y cuartos en el aula S106 el 9 de abril a partir de las 14:00 mientras que la segunda rama tendrá sus eliminatorias de octavos y cuartos en el aula B15 a la misma hora.
8. Los cuatro semifinalistas se enfrentarán en la Miguel de Guzmán el 9 de abril a partir de las 18:00.
9. En cada ronda, los mejores clasificados en la primera fase se enfrentarán a los peores, emparejándose en orden descendente hasta completar todos los encuentros.
10. Los encuentros de la segunda fase consistirán en la resolución pública de una integral que se dará a los contendientes a la vez. Dispondrán de 5 minutos para resolverla. Se declarará vencedor al primer concursante en obtener un resultado correcto dentro del tiempo.
11. El ganador/a del torneo recibirá el título de primer **integrápido/a** de la UCM.

? Consideraciones generales sobre la primera fase

1. El test de la primera fase se realizará **a través del Campus Virtual**. Se plantearán **15 cuestiones** de distinta dificultad a realizar en un tiempo de **30 minutos**. No se espera que los concursantes puedan responder a todas las cuestiones.
2. Las preguntas tendrán tres niveles de dificultad que se indicará con asteriscos.
3. A modo orientativo, se describen a continuación los tres niveles de dificultad del test de la primera fase:
 - (*) Cuestiones que se puedan resolver con integrales inmediatas, directamente derivando las posibles soluciones o con argumentos elementales.
 - (**) Cuestiones que se puedan resolver con la aplicación de algún método de integración estándar como integración por partes, integración de funciones racionales que se descompongan como suma de a lo sumo dos fracciones irreducibles, posiblemente con el grado del numerador mayor o igual que el del denominador. Las cuestiones estarán formuladas de tal forma que sea necesario integrar.
 - (***) Integrales de funciones trigonométricas racionales, con raíces de polinomios cuadráticos, que requieran el método alemán o algún cambio de variable no estándar. Puede haber integrales impropias. Estos problemas son más difíciles, pero no han de conllevar largos cálculos. Siempre será necesario integrar.
4. Las respuestas a cada pregunta incluirán:
 - Al menos tres posibles soluciones.
 - Ninguna de las demás respuestas es correcta.
 - Contesto en blanco.
5. Solo puede haber una respuesta correcta a cada cuestión.
6. Cada test se valorará siguiendo estos criterios:
 - Las preguntas acertadas valdrán 4 puntos si son de un asterisco, 6 si son de dos asteriscos y 8 si son de tres asteriscos.
 - Las preguntas dejadas en blanco sumarán un punto.
 - Las preguntas falladas o no contestadas ni sumarán ni restarán.



Consideraciones generales sobre la segunda fase

1. La dificultad de las cuestiones planteadas en la segunda fase será similar a la del bloque de preguntas del test de dos asteriscos.
2. Errores como la omisión de paréntesis, cambios de signo u omisión del valor absoluto en las integrales con logaritmos darán lugar a soluciones incorrectas.
3. En los encuentros se agotará el tiempo de **5 minutos** aunque un concursante declare haber conseguido el resultado. Al final del tiempo se compararán las soluciones y se declarará ganador al que haya dado una respuesta correcta. Si las dos respuestas son correctas, el ganador será el que haya dado su respuesta antes.

◆ **Ejemplo de cuestiones de un asterisco:** 4 puntos.

1. Se considera una primitiva $F(x)$ de $f(x) = \frac{1}{4+x^2}$ y una primitiva $G(x)$ de $g(x) = \frac{1}{1+4x^2}$. Entonces el producto $F(x)G(x)$ puede estar dado por:
 - a) $\frac{1}{4} \arctan \frac{x}{2} \arctan(2x)$.
 - b) $4 \arctan \frac{x}{2} \arctan(2x)$.
 - c) $\arctan \frac{x}{2} \arctan(2x)$.
 - d) Ninguna de las demás respuestas es correcta.
 - e) Respondo en blanco.
2. Una primitiva de $\frac{1}{x^2+4x+5}$ está dada por:
 - a) $\arctan(x+2)$.
 - b) $\frac{1}{x+2} + x$.
 - c) $\arctan\left(\frac{x+2}{\sqrt{5}}\right)$.
 - d) Ninguna de las demás respuestas es correcta.
 - e) Respondo en blanco.
3. Una primitiva de $\cos^2 x$ es:
 - a) $\frac{x}{2} + \frac{\cos x}{4}$.
 - b) $\frac{x}{2} - \frac{\cos(2x)}{4}$.
 - c) $\frac{x}{2} + \frac{\operatorname{sen}(2x)}{4} + 2$.
 - d) Ninguna de las demás respuestas es correcta.
 - e) Respondo en blanco.
4. Una primitiva de $\operatorname{sen}^2 x$ es:
 - a) $\frac{x}{2} + \frac{\cos(2x)}{4}$.
 - b) $\frac{x}{2} - \frac{\cos(2x)}{4}$.
 - c) $\frac{x}{2} - \frac{\operatorname{sen}(2x)}{4}$.
 - d) Ninguna de las demás respuestas es correcta.
 - e) Respondo en blanco.
5. Sea $F(x)$ una primitiva de $f(x) = \frac{\cos x}{2+\operatorname{sen} x}$ y $G(x)$ una primitiva de $g(x) = \operatorname{tg} x$. Entonces la suma $F(x) + G(x)$ puede ser:
 - a) $\ln |2 \sec x + \operatorname{tg} x|$.
 - b) $\ln |2 \cos x + \operatorname{sen} x \cos x|$.
 - c) $\ln |1 + 2 \operatorname{cosec} x|$.
 - d) Ninguna de las demás respuestas es correcta.
 - e) Respondo en blanco.

Ejemplos de cuestiones de dos asteriscos: 6 puntos.

Cuestiones que se puedan resolver con la aplicación de algún método de integración estándar como integración por partes, integración de funciones racionales que se descompongan como suma de a lo sumo dos fracciones irreducibles, posiblemente con el grado del numerador mayor o igual que el del denominador. Habrá que hacer integrales definidas o usar cualquier otra técnica para que sea necesario integrar.

1. El valor de la integral definida $\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \frac{1}{x^2+x+1} dx$ es:
 - a) $\frac{2}{\sqrt{3}} \arctan \frac{2}{\sqrt{3}}$.
 - b) $\frac{\sqrt{3}}{3} \arctan \frac{2}{\sqrt{3}}$.
 - c) $2\sqrt{3} \arctan \frac{2}{\sqrt{3}}$.
 - d) Ninguna de las demás respuestas es correcta.
 - e) Respondo en blanco.
2. El valor de la integral definida $\int_0^\pi \sin(2x)e^{3x} dx$ es:
 - a) $\frac{2}{13}(1 - e^{3\pi})$.
 - b) $\frac{2}{13}(1 + e^{3\pi})$.
 - c) $\frac{1}{13}(1 - e^{3\pi})$.
 - d) Ninguna de las demás respuestas es correcta.
 - e) Respondo en blanco.
3. El valor de la integral definida $\int_0^1 (x^2 + x + 1)e^x dx$ es:
 - a) $2e - 2$.
 - b) $e - 2$.
 - c) $3e - 1$.
 - d) Ninguna de las demás respuestas es correcta.
 - e) Respondo en blanco.
4. El valor de la integral definida $\int_{-1}^1 \frac{x^2}{x^2-5x+6} dx$ es:
 - a) $\ln \frac{81}{512} + 2$.
 - b) $\ln \frac{81}{512}$.
 - c) $\ln \frac{27}{512} + \frac{1}{2}$.
 - d) Ninguna de las demás respuestas es correcta.
 - e) Respondo en blanco.
5. El valor de la integral definida $\int_{-4}^0 \frac{x}{x^2+4x+8} dx$ es:
 - a) $-\frac{\pi}{4}$.
 - b) $\ln(\sqrt{2}) - \frac{\pi}{4}$.
 - c) $-\ln(\sqrt{2}) + \frac{\pi}{4}$.
 - d) Ninguna de las demás respuestas es correcta.
 - e) Respondo en blanco.

Ejemplos de cuestiones de tres asteriscos: 8 puntos.

1. La integral definida $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\sin x + \cos x} dx$ tiene este valor:

- a) $\frac{2}{\sqrt{2}} \log(1 + \sqrt{2})$.
- b) $\sqrt{2} \log \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}$.
- c) $\frac{\sqrt{2}}{2} \log \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}$.
- d) Ninguna de las demás respuestas es correcta.
- e) Respondo en blanco.

2. El valor de la integral definida $\int_2^3 \sqrt{-x^2 + 5x - 6} dx$ es:

- a) $\frac{\pi}{8}$.
- b) $\frac{\pi}{16}$.
- c) $\frac{\pi}{12} + \frac{\sqrt{3}}{32}$.
- d) Ninguna de las demás respuestas es correcta.
- e) Respondo en blanco.

3. El valor de la integral definida $\int_{\frac{1}{2}}^1 \frac{x^2+1}{\sqrt{1-x^2}} dx$ es:

- a) $\frac{\pi}{2} + \frac{\sqrt{3}}{8}$.
- b) $\frac{\pi}{2} - \frac{\sqrt{3}}{8}$.
- c) $+\infty$.
- d) Ninguna de las demás respuestas es correcta.
- e) Respondo en blanco.

4. El valor de la integral definida $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x(\sqrt[4]{x}+1)^4}} dx$ es:

- a) $\frac{1}{3}$.
- b) $\frac{\sqrt{3}}{8}$.
- c) $\frac{\sqrt[4]{2}}{8}$.
- d) Ninguna de las demás respuestas es correcta.
- e) Respondo en blanco.

5. El valor de la integral definida $\int_{-1}^0 \frac{x}{\sqrt{x^2+x+1}} dx$ es:

- a) $-\ln \sqrt{3}$.
- b) $\ln(2 - \sqrt{3})$.
- c) $\ln(4 - 2\sqrt{3})$.
- d) Ninguna de las demás respuestas es correcta.
- e) Respondo en blanco.