

ANÁLISIS MATEMÁTICO BÁSICO.

INTRODUCCIÓN AL CONCEPTO DE DERIVADA.

Dada una ecuación de la forma $ax + by = d$, sabemos que sus soluciones son todos los puntos de una recta, la cuál es la gráfica de la función

$$y = -\frac{a}{b}x + \frac{d}{b} \quad \text{siempre que } b \neq 0,$$

(en el caso de esta ecuación lineal, se puede despejar fácilmente una variable respecto de la otra).

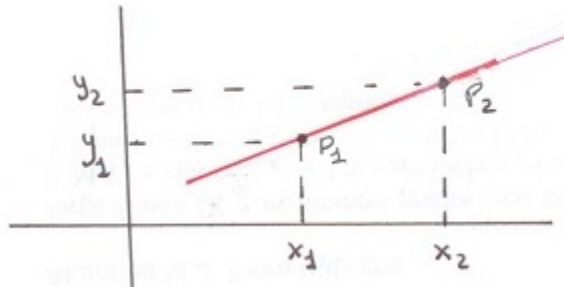


FIGURA 1. Recta que pasa por dos puntos.

La línea recta es fácil de tratar, es lo que queremos decir. Pero no siempre las cosas son rectas. Pensemos en una circunferencia.

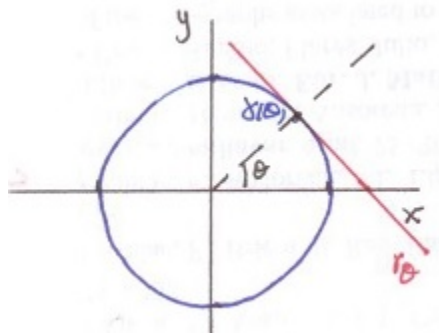


FIGURA 2. Parametrización de la circunferencia respecto del ángulo.

En un espejo curvo.



FIGURA 3. Espejo Curva.

En la trayectoria de un móvil. Puede ser plana o a través del espacio.

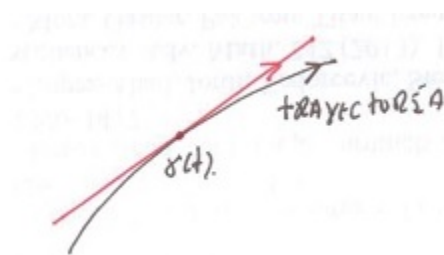


FIGURA 4. Trayectoria de un móvil.

O de una vela empujada por el viento.



FIGURA 5. Vela empujada por el viento.

En todos estos casos necesitamos de funciones, cuyas gráficas son líneas curvas, para representar matemáticamente la situación. En el caso de rectas sabemos como se comportan estos sistemas "físicos". Como se comporta un rayo de luz que incide en un espejo. Como el viento empuja a una vela rígida "recta". ¿Qué ocurre en el caso curvo? Supongamos que sobre cada punto de nuestras curvas podemos apoyar rectas, ver los dibujos, de modo que cada

una de estas rectas esté muy próxima a su correspondiente curva en el punto fijado (después explicaremos que queremos decir con "muy próxima"). La Física nos dirá que localmente (puntualmente) la curva se comporta como la recta. Así un móvil en un punto de sus trayectoria lleva la dirección de la recta próxima por dicho punto. El espejo curvo refleja la luz que le incide en un punto como lo haría uno recto igual a su recta próxima por el punto.

Esta recta "próxima" a una curva por un punto es lo que llamaremos recta **tangente**. Su cálculo matemático se hace a través del concepto de **derivada**, que vamos a desarrollar a continuación. El concepto de **derivada** es uno de los más potentes de todas las matemáticas. Junto con la **integral** su compañera inseparable (por el **Teorema Fundamental del Cálculo**) forman el núcleo de lo que llamamos Análisis Matemático (Cálculo).

La derivada además de permitir calcular rectas tangentes, con todas sus aplicaciones físicas, resulta que es una herramienta que permite conocer propiedades de las funciones: descubrir máximos y mínimos; propiedades de crecimiento, cálculo de límites (**Regla de L'Hôpital**)..etc

REFERENCIAS

DEPARTAMENTO DE ANÁLISIS MATEMÁTICO, FACULTAD DE MATEMÁTICAS, UNIVERSIDAD COMPLUTENSE, 28040 MADRID, SPAIN
E-mail address: Cesar.Ruiz@mat.ucm.es