

Nombre y apellidos.....

1.- Se consideran la E.D.O. lineal de orden n y coeficientes constantes:

$$y^n(t) + a_1 y^{n-1}(t) + \dots + a_{n-1} y'(t) + a_n y(t) = 0 \quad (1)$$

y el sistema de E.D.O. de primer orden asociado:

$$y'(t) = \begin{pmatrix} y_1'(t) \\ y_2'(t) \\ \vdots \\ y_n'(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \vdots & & & \\ 0 & & & 0 & 1 \\ -a_n & -a_{n-1} & \cdots & -a_2 & -a_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \\ \vdots \\ y_n(t) \end{pmatrix} = Ay(t) \quad (2)$$

(Observa el abuso de notación que hemos cometido).

Prueba que las soluciones de la ecuación característica de (1) coinciden con los **autovalores** de la matriz A con la misma multiplicidad. (**Indicación:** procede por inducción).

2.- Consideramos el problema $x'(t) = A(t)x(t) + b(t)$ donde $A \in M_{n \times n}(C(\alpha, \beta))$ y $b \in C(\alpha, \beta)^n$ (es decir $A = (a_{i,j}(t))_{\substack{i=1,2,\dots,n \\ j=1,2,\dots,n}}$ y $b = (b_i(t))_{i=1,2,\dots,n}$ donde $a_{i,j}, b_i : (\alpha, \beta) \rightarrow \mathbb{R}$ son continuas.

2₁.- Sea $S = \{x \in C(\alpha, \beta)^n : x \text{ solución de } x' = Ax\}$. Prueba que S es un subespacio vectorial de dimensión n de $C(\alpha, \beta)^n$. (**Indicación:** usa el Teorema de Unicidad de Soluciones).

2₂.- Sea $S' = \{x \in C(\alpha, \beta)^n : x \text{ solución de } x' = Ax + b\}$. Sea $y_0 \in S'$. Prueba que

$$S' = \{y_0 + x : x \in S\}.$$