

Elem. de E.D.O. PRÁCTICA-8

Nombre y apellidos.....

- 1.- Resuelve el problema de Cauchy: $x' + 2tx = t^3$, $x(0) = 1$.

$$\begin{cases} x'(t) = -2tx(t) + t^3 \\ x(0) = 1 \end{cases}$$

$$x'(t) = -\frac{1}{t} x(t)$$

$$A_{15} \quad x(t) = k e^{-t^2} \quad t \in \mathbb{R}$$

Ass $x(t) = x_0$ \rightarrow $x(t)$ vs t \rightarrow $x(t) = x_0$

$$\text{y}(t) = x(t) e^{-t^2} \quad y'(t) = x'(t) e^{-t^2} + x(t)(-2t) e^{-t^2} =$$

$$= (-2t)x(t) e^{-t^2} + t^3$$

FONTE ALM
SIGURANZA

$$\text{Así } x'(t) = e^{t^2} t^3 \quad y \quad x(t) = \int e^{t^2} t^3 dt =$$

$$= \frac{e^{-t^2}}{2} t^2 - \int e^{-t^2} t dt = \frac{e^{-t^2}}{2} t^2 - \frac{e^{-t^2}}{2}$$

$$\text{A.s } y(t) = e^{t^2} \left[\frac{t^2}{2} - \frac{1}{2} \right] e^{-t^2} = \frac{t^2}{2} - \frac{1}{2} \quad \text{FS LVA SOKUCUAN
BASISLAR}$$

$$y(t) = e^{\frac{t}{2}} \left[\frac{1}{2} - \frac{1}{2} + k e^{-\frac{t}{2}} \right] \quad k \in \mathbb{R}$$

Solvevin Granola
nr 1a funktion

$x(0) = 1$, ASZ

$$1 \stackrel{x(u)=\frac{1}{2}}{=} \frac{0}{2} - \frac{1}{2} + k \Rightarrow k = \frac{3}{2}$$

$$x(t) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}e^{-t^2}$$

21.- (**Modelo lineal**) Se sabe que la población de una ciudad crece a tasa constante (el crecimiento es proporcional a la población). Si la población se ha doblado en 3 años, y en 5 años ha alcanzado la cifra de 40.000 habitantes ¿cuántas personas vivían en la ciudad al comienzo de ese periodo de cinco años?

pon H_2O en F_2SS $x'(t) = a x(t)$ nunca $x(t)$ es la población.

for the numbers t (strengths) of the publications is given by
 $x(t) = 2t + y$

$$\text{And finally } x(u) = x_0,$$

$$x(5) = 40.000$$

$$x(t) = x_0 e^{at} \quad \text{with } a = \frac{\ln(2)}{T}$$

continuación 2.-

$$\text{AHORA } x(3) = x_0 e^{3a} = 2x_0 \Rightarrow e^{3a} = 2 \Rightarrow a = \frac{1}{3} \ln 2$$

$$y \quad x(5) = x_0 e^{5a} = 40.000.$$

$$\text{Así } x_0 = e^{-5a} 40.000 = e^{-\frac{5}{3} \ln 2} \times 40.000 =$$

$$= 2^{-\frac{5}{3}} \times 40.000 = \frac{1}{\sqrt[3]{2^5}} \times 40.000 =$$

$$\approx \frac{1}{3} \times 40.000 \approx 13.333 \quad \text{MAIS TANTO}$$

$$3 \leq \sqrt[3]{2} \leq 4$$

2.- (Ecuación logística) Con los datos anteriores, si el desarrollo máximo de la ciudad es de 1,000,000 de personas y aplicamos el modelo de la ecuación logística ¿cuándo se alcanzará el medio millón de habitantes?

Si el crecimiento viene dado por la
ecuación logística, entonces la

$$x'(t) = a x(t) (10^6 - x(t))$$

$$\left. \begin{array}{l} x(0) = x_0, \quad x(3) = 2x_0 \quad y \quad x(5) = 40.000 \end{array} \right\}$$

$$\text{LUGO} \quad \frac{x'(t)}{a x(t)(10^6 - x(t))} = 1 \quad \text{SOLVANDO QLIC} \quad x \neq 0 \quad x \neq 10^6.$$

$$\text{INTEGRANDO} \quad t + k = \int \frac{x'(t)}{a x(t)(10^6 - x(t))} dt = \frac{1}{a} \int \frac{1}{u(10^6 - u)} du =$$

$\downarrow \quad u = x(t)$
 $du = x'(t) dt$

$$= \frac{1}{a} \int \frac{A}{u} + \frac{B}{10^6 - u} du = \frac{1}{a} \int \frac{10^{-6}}{u} + \frac{10^{-6}}{10^6 - u} du =$$

$$A \cdot 10^6 = 1$$

$$= \frac{10^{-6}}{a} \left\{ \ln u - \ln 10^6 - u \right\} = \frac{10^{-6}}{a} \ln \frac{x(t)}{10^6 - x(t)}$$

$\downarrow \quad u = x(t)$

$$\text{ASÍ} \quad \frac{x(t)}{10^6 - x(t)} = e^{a(10^6)[t+k]} = M e^{a(10^6)t} \quad \text{M E 112.}$$

$$x(t) = 10^6 M e^{a(10^6)t} - x(t) M e^{a(10^6)t}$$

$$\Rightarrow x(t) = \frac{10^6 M e^{a(10^6)t}}{1 + M e^{a(10^6)t}}$$

M E 112

$$x(0) = x_0 = \frac{10^6 M}{1 + M}$$

$$x(3) = 2x_0 = \frac{10^6 M e^{3a}}{1 + M e^{10^6 3a}} \quad a = \frac{10^{-6}}{3} \ln 2$$

$$x(5) = 40.000 = \frac{10^6 M e^{5a}}{1 + M e^{10^6 5a}} = \frac{10^6 M \sqrt[3]{32}}{1 + M \sqrt[3]{32}}$$

$$M = \frac{40.000}{\sqrt[3]{32}(10^6 - 10^6 \sqrt[3]{32})} = \frac{1}{24 \sqrt[3]{32}} \quad \text{SI PUEDE IR A} \quad 5 \times 10^5 = \frac{10^6 M e^{-\frac{10}{3} \ln 2}}{1 + M e^{-\frac{10}{3} \ln 2}} \quad \text{IST DURHAT}$$