

Elem. de E.D.O. PRÁCTICA-9

Nombre y apellidos.....

1.- Dadas $y_1, y_2, \dots, y_{n-1}$ funciones $n - 1$ -veces derivables sobre el intervalo (a, b) (**notación:** se escribe $y_i \in C^{n-1}[a, b]$ para $i = 1, 2, \dots, n$) llamamos Wroskiano de las mismas a la función:

$$W(x) = W[y_1, y_2, \dots, y_n](x) = \begin{vmatrix} y_1(x) & y_2(x) & \cdots & y_n(x) \\ y_1'(x) & y_2'(x) & \cdots & y_n'(x) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y_1^{(n-1)}(x) & y_2^{(n-1)}(x) & \cdots & y_n^{(n-1)}(x) \end{vmatrix}.$$

Prueba que si $y_i \in C^{n-1}[a, b]$, para $i = 1, 2, \dots, n$, son linealmente dependientes (como vectores del espacio vectorial $C^{n-1}[a, b]$), entonces $W \equiv 0$ es la función constantemente igual a cero.

1₂.- Sean y_1 e y_2 dos soluciones linealmente independientes de la E.D.O. lineal homogénea:

$$y''(x) + p_1(x)y'(x) + p_2(x)y(x) = 0,$$

con coeficientes p_1 y p_2 continuos sobre (a, b) . Prueba que $W[y_1, y_2](x) \neq 0$ para todo $x \in (a, b)$. (**Indicación:** usa el Teorema de Existencia y **Unicidad**).

2.- Encuentra la solución general de la E.D.O.: $x^2y'' - xy' - 3y = 5x^4$,
sabiendo que $y_1(x) = \frac{1}{x}$ es una solución de la ecuación homogénea asociada. (**Indicación:** haz el cambio de variable $y(x) = y_1(x)z(x)$ y llega a una E.D.O. lineal de primer orden).