EXAMEN PARCIAL MMI

9 de FEBRERO de 2015

1.- Demuestra por inducción que: $1+\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{3}+...+\dfrac{1}{2^n}\geq 1+\dfrac{n}{2}$.

2.- Definimos $x_1=\sqrt{2}$ y $x_{n+1}=\sqrt{2+x_n}$ $\forall n\in\mathbb{N}$. Prueba que $(x_n)_{n=1}^{\infty}$ es creciente y acotada. Calcula su límite.

3.- Estudia la convergencia de la serie: $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n n!}{n^n}$.

4.- Para la función siguiente di si está acotada superior y/o inferiormente y señala los extremos locales y absolutos si los tiene. Justifica tu respuesta.

$$g(x)=\frac{3}{2+x},\quad \text{en}\quad [-3,2].$$

5.- Un rectángulo tiene dimensiones a y b. ¿Cuál es el área del mayor rectángulo circunscrito a éste? (Es decir, los vértices del rectángulo dado están sobre los lados del rectángulo pedido).

6.- Estudia la continuidad y la derivabilidad de la función:

$$f(x)=\begin{cases}\operatorname{sen}\pi x & si \quad x<-1\\ 2+x^2 & si \quad -1\leq x\leq 0\\ 1+e^{-x} & si \quad x>0\end{cases}$$

Dibuja aproximadamente la gráfica de la función.

7.- Deriva F, definida sobre $[0,1]$ del modo siguiente:

1) $F(x)=\displaystyle\int_0^x \operatorname{sen} t^2 dt$ 2)$F(x)=\displaystyle\int_0^{x^2}(1+t^3)^{-1}dt$ 3) $F(x)=\displaystyle\int_{x^2}^{x}\sqrt{1-t^2}dt$

8.- Halla el área del recinto limitado por:

$$f(x)=x(x-2)\quad \text{y}\quad g(x)=x/2,\quad x\in[0,2].$$

9.- Calcula el volumen del cuerpo engendrado por la rotación en torno al eje OX de la gráfica de la función: $f(x)=x\sqrt{1-x^2}$, $x\in[0,1]$.

10.- Halla el polinomio de Taylor de la función $f(x)=\log x$, de grado grado 4 y centrado en el punto 2.

La revisión del examen se efectuará el día 19 de Febrero a las 12h30' horas en el aula 13. No es obligatorio asistir a la revisión.

Observaciones: Para realizar el examen solo se emplearán papel y bolígrafo. Cada pregunta se resolverá en una cara de un folio y todas las preguntas se contestarán por orden. **Es obligatorio entregar el examen.**

El examen dura 3 horas. Una vez comenzado, no se podrá salir del aula antes de 45 minutos.