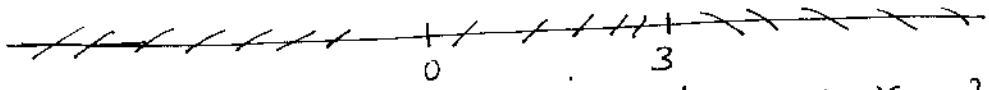
MMI PRÁCTICA-2

Nombre y apellidos.....

1.- Resuelve la ecuación: $||3-x|-|x||=|x|+1$.

DIVIDIMOS LA RECTA REAL EN TRES TRAMOS.



SI $x<0$, TENEMOS $|3-\cancel{x}+\cancel{x}| = 1-x \iff x=-2<0$

SI $x\in[0,3]$, TENEMOS $|3-x-x| = x+1 \iff |3-2x| = x+1$

SI $x\in[0,3/2]$, $3-2x = x+1 \Rightarrow x = 2/3 \in [0,3/2]$

SI $x\in(3/2,3]$, $2x-3 = x+1 \Rightarrow x = 4 \notin (3/2,3]$

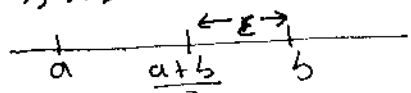
SI $x>3$, TENEMOS $|\cancel{x}-3-\cancel{x}| = x+1 \iff 3 = x+1 \Rightarrow x=2 \notin (3,\infty)$

LUEGO LAS SOLUCIONES DE ESTA ECUACIÓN SON

$\{-2, 2/3\}$

2.- Si $a\le b$ y para todo $\epsilon>0$ se verifica que $b-\epsilon\le a\le b$, prueba que necesariamente $a=b$.

SI $a\le b \Rightarrow$ QUE O BIEN $a=b$ O BIEN $a<b$. ESTA ÚLTIMA DESIGUALDAD NO SE DEBE DAR YA QUE SI $a<b$



PARA $\varepsilon = \frac{b-a}{2} > 0$ SE TIENE QUE $a < \frac{a+b}{2} = b-\varepsilon = b-\frac{b-a}{2}$.

3.- Sea $A\subseteq\mathbb{R}$, no vacío y sea $\alpha\in\mathbb{R}$. Se define el subconjunto de $\mathbb{R}$:

$$\alpha A = \{x\in\mathbb{R} : x=\alpha a \quad \text{donde} \quad a\in A\}.$$

Prueba que: $\inf \alpha A = \alpha \inf A$ y $\sup \alpha A = \alpha \sup A$ siempre que $\alpha>0$.

SEA m COTA INFERIOR DE $A \Rightarrow m\le a \ \forall a\in A$; ASÍ $\alpha m \le \alpha a \ \forall a\in A$. LUEGO αm ES COTA INFERIOR DE αA.

POR TANTO $\alpha \inf A$ ES UNA COTA INFERIOR DE αA.

SI $\bar{m}$ ES COTA INFERIOR DE αA, ASÍ $\bar{m}\le \alpha a \ \forall a\in A$

POR TANTO $\frac{\bar{m}}{\alpha}\le a \ \forall a\in A$, ES COTA INFERIOR DE A

LUEGO $\frac{\bar{m}}{\alpha} \le \inf A \Rightarrow \bar{m} \le \alpha \inf A$; LUEGO $\alpha \inf A$ ES LA MAYOR DE LAS COTAS DE αA.

ES CASO DEL SUPREMO ES SIMILAR; SI $a\le M \ \forall a\in A \Rightarrow \alpha M$ ES COTA DE αA Y ASÍ $\alpha \sup A$ ES COTA DE αA.

SI $\bar{M}$ ES COTA SUPERIOR DE $\alpha A \Rightarrow \frac{\bar{M}}{\alpha} \ge \sup A$; $\bar{M} \ge \alpha \sup A$ Y POR TANTO $\alpha \sup A$ ES LA MENOR DE LAS COTAS DE αA.

4.- Calcula una cota superior, otra inferior, supremo e ínfimo (si existen) del conjunto:

$$A = \{x \in \mathbb{R} : x = 1 - \frac{1}{r}, \text{ con } r > 0\}.$$

SI $r \sim 0$ x ES NEGATIVO Y SE HACE MUY PEQUEÑO.
SI r SE HACE GRANDE x SE ACERCA A UNO.
CON ESTO $A = \{x \in \mathbb{R} : x = 1 - 1/r, \text{ con } r > 0\} = (-\infty, 1)$.
SI $x \in A$ ES CLARO QUE $x = 1 - 1/r < 1$, LUEGO $x \in (-\infty, 1)$
POR OTRO LADO, SI $y \in (-\infty, 1)$ Y ESCOGEMOS $y = 1 - 1/r$
ASÍ $1 - y = \frac{1}{r}$ Y $r = \frac{1}{1-y} > 0$ YA QUE $y < 1$.
LUEGO $y = 1 - \frac{1}{\frac{1}{1-y}} \in A$. HEMOS PROBADO QUE $A = (-\infty, 1)$
AHORA ES CLARO QUE A NO ESTÁ ACOTADO INFERIORMENTE Y QUE $\sup A = 1$.

5.- Sabemos que $\sqrt{2} = 1,4142135623.....$ Si la fórmula $x_n = \frac{x_{n-1}^2+2}{2x_{n-1}}$, $n \geq 1$ y donde $x_0 = 2$, nos da un proceso recurrente para alcanzar $\sqrt{2}$ ¿ cuántas iteraciones (n_0) tenemos que hacer para que $x_{n_0} = 1,41421.....$?

$$x_0 = 2$$

$$x_1 = \frac{2^2+2}{2 \times 2} = 3/2 = 1,5$$

$$x_2 = \frac{(3/2)^2+2}{2 \times 3/2} = \frac{9/4+2}{3} = \frac{17}{12} = 1,41\overline{6}$$

DIVIDIENDO

$$\begin{array}{l|l} 17 & 12 \\ 50 & 1,416 \\ 20 & \\ 80 & \\ 8 & \end{array}$$

$$x_3 = \frac{\left(\frac{17}{12}\right)^2 + 2}{2\,\frac{17}{12}} = \frac{17^2 + (2 \times (12)^2)}{(12)^2} \cdot \frac{6}{17} =$$

$$= \frac{17}{24} + \frac{12}{17} = 0,708\overline{3} + 0,\overline{705882352941176 4} =$$

DIVIDIENDO

$$= 1,4142156.....$$

SOLO HACE FALTA LLEGAR HASTA $n_0 = 3$ TERCERA ITERACIÓN PARA QUE EL TÉRMINO x_3 APROXIME $\sqrt{2}$ HASTA EL 7 DECIMAL.