

MMI PRÁCTICA-5

Nombre y apellidos.....

1.- Encuentra $\delta > 0$ de modo que si $0 < |x - x_0| < \delta$, entonces

$$|f(x) - f(x_0)| < \epsilon,$$

donde $f(x) = \frac{x-1}{x^2-1}$, $x_0 = 1$ y $\epsilon = 1/3$.

como $f(x) = \frac{x-1}{x^2-1} = \frac{x-1}{(x+1)(x-1)} = \frac{1}{x+1}$? *Hecho no suficiente que*

$f(1) = 1/2$. Así

$$|f(x) - 1/2| = \left| \frac{1}{x+1} - 1/2 \right| = \left| \frac{2-x-1}{x+1} \right| = \frac{|1-x|}{x+1} \leq x-1$$

si $x > 0$

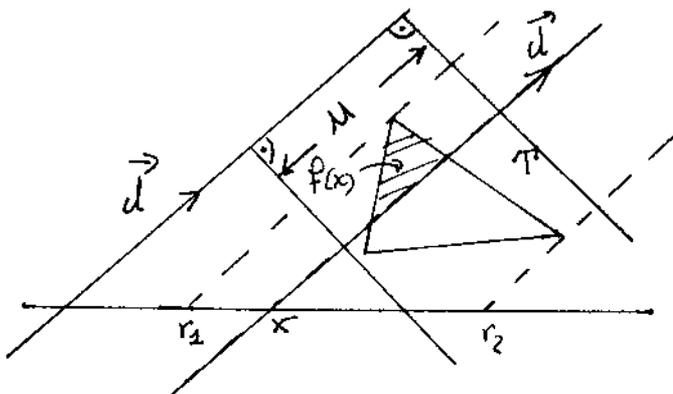
Luego tomamos $\delta = \epsilon = 1/3$, se tiene que

$$\forall x \in (1 - 1/3, 1 + 1/3) = (2/3, 4/3), \quad x > 0 \quad \text{y así}$$

$$|f(x) - f(1)| \leq x-1 < 1/3.$$

2.- Sea \vec{d} una dirección en el plano y T un triángulo. Prueba que existe una recta con dirección \vec{d} de modo que divide al triángulo en dos partes de áreas iguales. (Indicación: Considera la función $f(x)$ igual al área del triángulo a la izquierda de la recta que pasa por $(x, 0)$ y tiene dirección \vec{d} . Prueba, geoméricamente, que es continua, usando la definición. Después aplica el Teorema de Bolzano).

DIBUJAMOS LA SITUACIÓN:



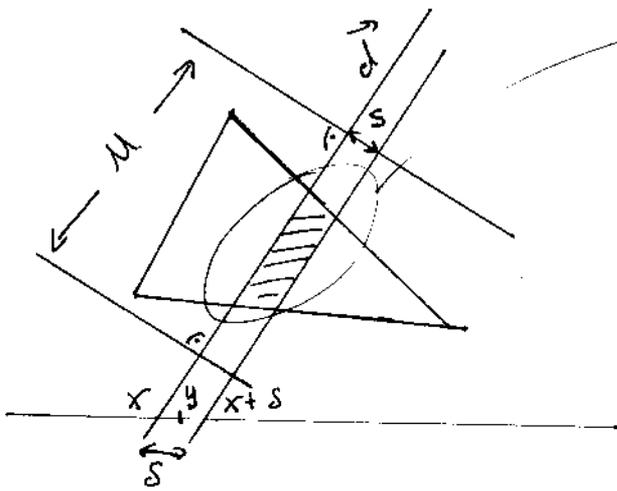
SEA $f: \mathbb{R} \rightarrow [0, A]$
 $x \rightarrow f(x)$ Área del
 triángulo a la izquierda
 de la recta que pasa por
 $(x, 0)$ y tiene dirección \vec{d} .

Geoméricamente $f(x) = 0$ si $x < r_1$
 y " $f(x) = A$ si $x > r_2$

Donde A es el área del
 triángulo

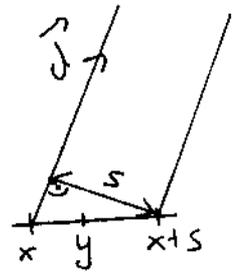
veamos que f es una función continua..

continuacion de 2.



$$|f(x) - f(x+s)| \leq \delta M \leq \epsilon M$$

$$s < \delta$$



LUEGO DADO $\epsilon > 0$, TOMANDO $\delta = \frac{\epsilon}{M}$, SI $y \in (x-\delta, x+\delta)$

$$|f(x) - f(y)| \leq |f(x) - f(x+\delta)| \leq \delta M \leq \frac{\epsilon}{M} M = \epsilon.$$

LUEGO f ES CONTINUA $\forall x \in [r_1, r_2]$; OBTENIENDO ESTE INTERVALO $f=0$ O $f \in \mathbb{R}$.

3.- Sea $f: [0, 2] \rightarrow [0, 2]$ una función continua de modo que $f(0) = f(2)$. Demuestra que existen dos puntos $x, y \in [0, 2]$ a los cuales les pasa que $|x - y| = 1$ y que $f(x) = f(y)$. (Indicación: considera la función $g(x) = f(x+1) - f(x)$, con $x \in [0, 1]$).

SEA $y \in [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$
 $x \rightarrow g(x) = f(x+1) - f(x)$

g ES CONTINUA, YA QUE SI $h(x) = x+1$

$$g(x) = f \circ h(x) - f(x)$$

g ES SUMA DE COMPOSICIÓN DE FUNCIONES CONTINUAS, LUEGO POR TANTO ES CONTINUA.

SI $f(1) = f(0) = f(2)$, ENTONCES $x=0$ Y $y=1$.
 ES O QUE ESTA BIEN BUSCAMOS. SI NO

O BIEN $f(1) < f(0)$ Y ASÍ

$$g(0) < 0 \text{ Y } g(1) > 0$$

O BIEN $f(1) > f(0)$ Y ASÍ

$$g(0) > 0 \text{ Y } g(1) < 0.$$

EN CUALQUIERA CASO, ES TAMBIÉN EN CASOS ESPECIALES DE
 TEOREMA DE BOLZANO Y $\exists x_0 \in (0, 1)$ con $g(x_0) =$
 $= f(x_0+1) - f(x_0) = 0$. ASÍ $x = x_0+1$ Y $y = x_0$
 SON LOS PUNTOS QUE ESTAMOS BUSCANDO.