MMI PRÁCTICA-6

Nombre y apellidos.....

1.- Encuentra la función f^{-1} y su dominio de la función $f(x) = \frac{1}{x-\sqrt{x}}$. Cálcula sus límites. (**Indicación:** despeja la x en función de la y).

ESCRIBIMOS $y = \dfrac{1}{x-\sqrt{x}}$ CON $x > 0$ Y $x \neq 1$.

TRATAMOS DE DESPEJAR LA "x". ASÍ $yx - y\sqrt{x} - 1 = 0$

COMO $y \neq 0$ $x - \sqrt{x} - \frac{1}{y} = 0$. SI $z = \sqrt{x}$, TENEMOS

$z^2 - z - \frac{1}{y} = 0$ ECUACIÓN DE 2º GRADO, RESOLVIENDO

$\sqrt{x} > 0$ $z = \dfrac{1 + \sqrt{1 + 4/y}}{2}$; ASÍ $x = \left(\dfrac{1 + \sqrt{\frac{y+4}{y}}}{2}\right)^2$

$\text{Dom } f^{-1} = (-\infty, -4] \cup (0, \infty)$ VEAMOS LOS LÍMITES DE f^{-1}.

$\lim_{x \to -\infty} f^{-1}(x) = 1$; $\lim_{x \to 0^+} f^{-1}(x) = \infty$

$\lim_{x \to \infty} f^{-1}(x) = 1$; $f(-4) = 1/2$.

2.- Para la siguiente función, di si está acotada superior o inferiormente y si tiene máximo y/o mínimo. Haz un boceto de su gráfica, incluidas las asíntotas oblicuas si las tiene.

$$f(x) = \frac{1}{1+|x-1|} + |2-x|, \quad \text{en} \quad \mathbb{R}.$$

$\text{Dom } f = \mathbb{R}$; CALCULEMOS SUS LÍMITES

$\lim_{x \to \pm\infty} f(x) = \infty$; f ES CONTINUA EN TODO SU DOMINIO

ARRIBA SI $x > 2$, $f(x) = \frac{1}{x} + x - 2 \xrightarrow[x \to \infty]{} \infty$

PARA $x = 2$ $f(2) = 1/2$; VEAMOS QUE $\frac{1}{x} + x - 2 \geq 1/2$ SI $x > 2$

$\left(\iff x + \frac{1}{x} \geq 5/2 \iff \frac{1}{x} \geq 5/2 - x \iff 1 \geq 5/2\, x - x^2 \right.$

$\iff -x^2 + 5/2\, x - 1 \leq 0 \iff x^2 - 2\frac{5}{4}x + \frac{25}{16} + 1 - \frac{25}{16} \geq 0$

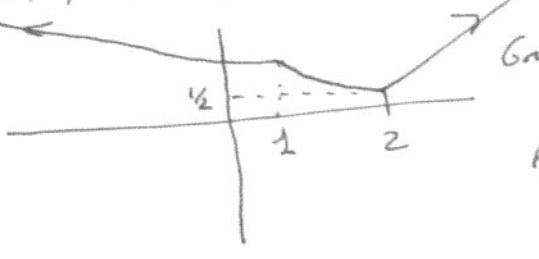
$\iff \left(x - 5/4\right)^2 \geq \frac{9}{16}$ SI $x \geq 2$ LO CUAL ES CIERTO

ARRIBA SI $x \leq 1$, $f(x) = \frac{1}{2-x} + 2 - x$ $f(1) = 2$

COMO ARRIBA $f(x) \geq f(1) = 2$ $\forall\, x \leq 1$

SI $x \in (1,2)$, $f(x) = \frac{1}{x} + 2 - x$ $\left\{ \begin{array}{l} 1/x \text{ DECRECE} \\ 2-x \text{ DECRECE} \end{array} \right.$ EN $x \in (1,2)$

LUEGO



Graf f

f NO ESTÁ ACOTADA SUPERIORMENTE.

EN $x = 2$ f TIENE UN MÍNIMO

continuación problema 2. ASÍNTOTAS

$$\lim_{x\to\infty} \frac{f(x)}{x} = \frac{1}{x^2} + 1 - \frac{2}{x} = 1 \quad y$$

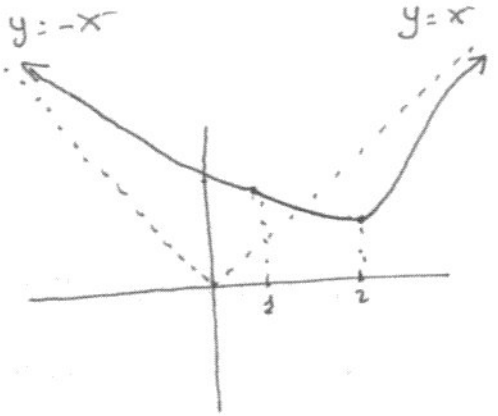
$$\lim_{x\to\infty} f(x) - x = \lim_{x\to\infty} \frac{1}{x} - 2 = 0$$

LUEGO $y = x$ ES UNA ASÍNTOTA OBLICUA

$$\lim_{x\to-\infty} \frac{f(x)}{x} = \frac{1}{(2-x)x} + \frac{2-x}{x} = -1$$

$$\lim_{x\to\infty} f(x) + x = \lim_{x\to\infty} \frac{1}{2-x} + 2 = 0$$

LUEGO $y = -x$ ES ASÍNTOTA OBLICUA



3.-Se considera la ecuación $f(x) = 0$ para la siguiente función ¿ Tiene solución? ¿En que intervalo podemos encontrarla? Justifica tu respuesta.

$$f(x) = |\log|x|| - (3x - 6)$$

(**Indicación:**haz un boceto de la gráfica de la función).

VAMOS CON LA GRÁFICA

$\mathrm{Dom}\, f = \mathbb{R} \setminus \{0\}$. LÍMITES.

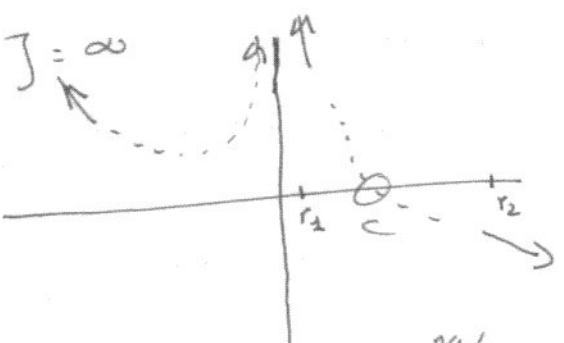
$$\lim_{x\to 0^+} f(x) = \lim_{x\to 0^+} -\log x - (3x-6) = \infty$$

$$\lim_{x\to 0^-} f(x) = \lim_{x\to 0^+} -\log(-x) - (3x-6) = \infty$$

$$\lim_{x\to\infty} f(x) = x\left[\frac{\log x}{x} - 3 - \frac{6}{x}\right] = -\infty$$

YA QUE $\lim_{x\to\infty} \frac{\log x}{x} = 0$ (USAR L'HÔPITAL).

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = x\left[\frac{\log -x}{x} - 3 - \frac{6}{x}\right] = \infty$$



f ES CONTINUA EN SU DOMINIO. EN PARTICULAR EN $(0, \infty)$ COMO

$\exists\, r_1 > 0$ CON $f(r_1) > 0$

Y $\exists\, r_2 > 0$ CON $f(r_2) < 0$ LA TEOREMA DE BOLZANO NOS DICE QUE $\exists\, c \in (r_1, r_2)$ CON $f(c) = 0$.

EN CONCRETO $f(2) = \log 2 > 0$

$f(3) = \log 3 - 3 < 0$

LUEGO $c \in [2, 3]$.