CÁLCULO PRÁCTICA-12

Nombre y apellidos...

1**.-**Calcula las siguientes integrales:

1_1**.-** $\int_0^{2\pi} 1dx.$

1_2**.-** $\int_0^{2\pi} \cos^2 nx dx.$

1_3**.-** $\int_0^{2\pi} \operatorname{sen}^2 nx dx.$

1_4**.-** $\int_0^{2\pi} \cos nx \cos mx dx$, para $n \neq m$.
(**Indicación:**Usa que $\cos A \cos B = 1/2(\cos(A+B) + \cos(A-B))$).

1_5**.-** $\int_0^{2\pi} \cos nx \operatorname{sen} mx dx.$
(**Indicación:**Usa que $\cos A \operatorname{sen} B = 1/2(\operatorname{sen}(A+B) - \operatorname{sen}(A-B))$).

1_6**.-** $\int_0^{2\pi} \operatorname{sen} nx \operatorname{sen} mx dx$, para $n \neq m$.
(**Indicación:**Usa que $\operatorname{sen} A \operatorname{sen} B = 1/2(\cos(A-B) - \cos(A+B))$).

2.- Dada una función f continua en $[0, 2\pi]$, se definen sus **coeficientes de Fourier** por:

$$\frac{a_0}{2} = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} f(x)dx, \quad a_n = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} f(x)\cos(nx)dx, \quad \text{y} \quad b_n = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} f(x)\,\text{sen}(nx)dx, \quad n \in \mathbb{N}.$$

Y se llama **serie de Fourier** de f a la expresión: $\displaystyle\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(nx) + b_n\,\text{sen}(nx)$.

2_1.- Calcula la serie de Fourier de la función $f(x) = x^2$
(**Indicación:** Las integrales se calculan por partes).

2_2.- Supuesto que $x^2 = \displaystyle\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(nx) + b_n\,\text{sen}(nx)$, para todo $x \in (0, 2\pi)$ ¿cuánto suma la serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^2}$?