

CÁLCULO PRÁCTICA-9

Nombre y apellidos.....

1.- Sea la función $f(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \in [0, 2] \setminus \{1\} \\ 2 & \text{si } x = 1. \end{cases}$

1₁.- Dibuja la gráfica de f .

1₂.- Calcula el área del rectángulo $[0, 2] \times [0, 1]$.

1₃.- Para cada $k \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$, se considera la partición del intervalo $[0, 2]$

$$P_k = \left\{0, 1 - \frac{1}{k}, 1 + \frac{1}{k}, 2\right\}.$$

Se define

$$S_k = 1 \times \left(1 - \frac{1}{k} - 0\right) + 2 \times \left(1 + \frac{1}{k} - \left(1 - \frac{1}{k}\right)\right) + 1 \times \left(2 - \left(1 + \frac{1}{k}\right)\right)$$

¿Que área, dibujala, se corresponde al valor de S_k ?

1₄.- Calcula $\lim_{k \rightarrow \infty} S_k$

1₅.- ¿Coinciden los resultados de 1₂.- y 1₄.-

2.- Prueba que $\frac{1}{2} \leq \int_0^1 \sqrt{1-x^2} dx \leq 1$.

(**Indicación:** no intentes calcular la integral; dibuja la gráfica de $f(x) = \sqrt{1-x^2}$.)

3.- Si $[x]$ representa la parte entera del número x , calcula $I_n = \int_1^n x[x] dx$

(**Indicación:** no intentes calcular la integral; dibuja la gráfica de $f(x) = x[x]$. Mide áreas y utiliza el problema 1.2. de la primera hoja de problemas.)