

ÁLGEBRA PRÁCTICA-2

Nombre y apellidos.....

1.- Se considera el sistema 2×4 : (*)
$$\begin{cases} x + y + z + t = 1 \\ x + 2z - t = 0 \end{cases}$$

1₁.- Añade una ecuación para que el sistema resultante sea **incompatible**.

$$\begin{cases} x + y + z + t = 1 \\ x + 2z - t = 0 \\ 2x + 2y + 2z + 2t = 1 \end{cases}$$

Así x, y, z, t variables con $x+y+z+t=1$, también
 $1 = 2x + 2y + 2z + 2t = 2(x+y+z+t) = 2 \cdot 1 = 2 \quad !! \quad \text{no}$
 puede haber solución

1₂.- Añade dos ecuaciones al sistema (*) para que el sistema resultante sea **compatible determinado**.

$$\begin{cases} x + y + z + t = 1 \\ x + 2z - t = 0 \\ z = 0 \\ t = 0 \end{cases}$$

Así $x=0, y=1, z=0, t=0$
 ES LA ÚNICA SOLUCIÓN.

1₃.- Resuelve el sistema original (*).

$$\begin{cases} x + y + z + t = 1 \\ x + 2z - t = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y + x + z + t = 1 \\ x + 2z - t = 0 \end{cases}$$

SISTEMA ESCALONADO

COMO TENIAMOS 2 VARIABLES Y 3 INCÓGNITAS, SE CONSIDERA EL SISTEMA TRIANGULAR

$$\begin{aligned} y + x &= 1 - z - t \\ x &= -2z + t \\ z &= z \\ t &= t \end{aligned}$$

y así

$$\begin{aligned} y &= (-2z + t) + 1 - z - t = 1 + z - 2t \\ x &= -2z + t \\ z &= z \\ t &= t \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + z \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad z, t \in \mathbb{R}$$

SALEN POR TANTO INFINITAS SOLUCIONES

2.- Discute y resuelve, en los casos en que se posible, el sistema:

$$\begin{aligned} mx + y - z &= 1 \\ x - 2y + z &= 1 \\ 3x + 4y - 2z &= -3 \end{aligned}$$

(Aquí m es un parámetro. Usa Gauss para discutir y resolver el sistema).

$$mx + y - z = 1 \quad E_1$$

$$x - 2y + z = 1 \quad E_2$$

$$3x + 4y - 2z = -3 \quad E_3$$

SI MACTM/ $E_2 + E_1$

Y MACTM/ $E_3 - 2E_1$

LLEGAMOS AL SISTEMA EQUIVALENTE:

$$mx + y - z = 1 \quad E_1$$

$$(1+m)x - y = 2 \quad E_2$$

$$(3-2m)x + 2y = -5 \quad E_3$$

SI MACTM/ $E_3 + 2E_2$

LLEGAMOS AL SISTEMA EQUIVALENTE:

$$mx + y - z = 1$$

$$(1+m)x - y = 2$$

$$(\cancel{3-2m} + 2 + \cancel{2m})x = -1$$

$$mx + y - z = 1$$

$$\Leftrightarrow (1+m)x - y = 2$$

$$5x = -1$$

SISTEMA
TRISANGULAR

Así

$$x = -\frac{1}{5}$$

$$y = -2 + (1+m)x = -2 + (1+m)\left(-\frac{1}{5}\right) = -2 - \frac{1}{5} - \frac{1}{5}m = -\frac{11}{5} - \frac{m}{5}$$

y por último

$$z = -1 + mx + y = -1 - \frac{m}{5} - \frac{11}{5} - \frac{m}{5} =$$

$$= -\frac{16}{5} - \frac{2m}{5}$$

EL SISTEMA ES COMPATIBLE DETERMINADO, ES DECIR
TIENE SOLUCIÓN ÚNICA, PARA TODO $m \in \mathbb{R}$.