

ÁLGEBRA LINEAL.

Rangos y Determinantes. Introducción.

Dada una matriz $A \in M_{n \times m}$, el **Rango de la matriz** (el mayor número de filas o columnas linealmente independientes) nos da información esencial en distintos problemas del Álgebra Lineal:

- Compatibilidad de un sistema lineal.
- Dimensión de la solución de un sistema lineal.
- Dimensión de la imagen de una aplicación lineal...etc

La forma que conocemos de hallar el rango de una matriz es el Método de la "Triangulación" de Gauss-Jordan.

La noción de **Determinante** es un intento aritmético de caracterizar la dependencia o independencia de n vectoras en \mathbb{R}^n (en general en cualquier espacio vectorial de dimensión n , cuyos vectores respecto de una base vienen dados por n coordenadas).

La definición de determinante no es sencilla. Al estudiar sus propiedades veremos como se caracteriza la **dependencia lineal** con los **determinantes**. Así veremos dos aplicaciones esenciales de los determinantes. Dada una base de n elementos de un espacio vectorial V y dados

$$v_1, v_2, \dots, v_n$$

n vectores de V , ponemos sus coordenadas como columnas formando una matriz A

$$A = (v_1 \ v_2 \ \dots \ v_n) = (a_{i,j}) \quad \text{donde} \quad v_j = \begin{pmatrix} a_{1,j} \\ \vdots \\ a_{n,j} \end{pmatrix}$$

entonces

- a) $\text{Rang}A = n \iff |A| \neq 0.$
- b) Existe $A^{-1} \iff |A| \neq 0.$

donde

$$\begin{aligned} |\cdot| : M_{n \times n} &\rightarrow \mathbb{R} \\ A &\rightarrow |A| \end{aligned}$$

es una aplicación que llamaremos determinante de A .

Ahora nos proponemos definir esta aplicación **Determinante**. Esto no es fácil y nos llevará en principio a estudiar el Grupo de Permutaciones (algo que en una primera lectura de puede obviar).

DEPARTAMENTO DE ANÁLISIS MATEMÁTICO Y MATEMÁTICA APLICADA, FACULTAD DE MATEMÁTICAS, UNIVERSIDAD COMPLUTENSE, 28040 MADRID, SPAIN
E-mail address: Cesar_Ruiz@mat.ucm.es