ÁLGEBRA PRÁCTICA-8

Nombre y apellidos..

1.- Sin calcular el valor de determinante $\begin{vmatrix} 2 & 4 & 1 \\ 7 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & 0 \end{vmatrix}$, prueba que ese valor es multiplo de 5.

$$\begin{vmatrix} 2 & 4 & 1 \\ 7 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & 0 \end{vmatrix} \underset{F_2+F_3}{=} \begin{vmatrix} 2 & 4 & 1 \\ 7+3 & 1+2 & 3 \\ 3 & 2 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & 4 & 1 \\ 10 & 3 & 3 \\ 3 & 2 & 0 \end{vmatrix} \underset{F_1+F_3}{=} \begin{vmatrix} 2+3 & 4+2 & 1 \\ 10 & 3 & 3 \\ 3 & 2 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 5 & 6 & 1 \\ 10 & 3 & 3 \\ 3 & 2 & 0 \end{vmatrix} =$$

$$\underset{C_2-C_3}{=} \begin{vmatrix} 5 & 6-1 & 1 \\ 10 & 3-3 & 3 \\ 3 & 2 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 5 & 5 & 1 \\ 10 & 0 & 3 \\ 3 & 2 & 0 \end{vmatrix} \underset{C_1+C_2}{=} \begin{vmatrix} 5+5 & 5 & 1 \\ 10 & 0 & 3 \\ 3+2 & 2 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 10 & 5 & 1 \\ 10 & 0 & 3 \\ 5 & 2 & 0 \end{vmatrix} =$$

$$= 5 \begin{vmatrix} 2 & 5 & 1 \\ 2 & 0 & 3 \\ 1 & 2 & 0 \end{vmatrix}$$

MULTIPLO DE 5.

2.- Demuestra que son correctas las siguiente tres igualdades:

2_1.- $\begin{vmatrix} x & a & d & f \\ x & x & b & e \\ x & x & x & c \\ x & x & x & x \end{vmatrix} = x(x-a)(x-b)(x-c)$

$$\begin{vmatrix} x & a & d & f \\ x & x & b & e \\ x & x & x & c \\ x & x & x & x \end{vmatrix} \underset{F_4-F_3}{=} \begin{vmatrix} x & a & d & f \\ x & x & b & e \\ x & x & x & c \\ 0 & 0 & 0 & x-c \end{vmatrix} \underset{F_3-F_2}{=}$$

$$= \begin{vmatrix} x & a & d & f \\ x & x & b & e \\ 0 & 0 & x-b & c \\ 0 & 0 & 0 & x-c \end{vmatrix} \underset{F_2-F_1}{=} \begin{vmatrix} x & a & d & f \\ 0 & x-a & b & e \\ 0 & 0 & x-b & c \\ 0 & 0 & 0 & x-c \end{vmatrix} =$$

$$= x(x-a)(x-b)(x-c)$$

DADO QUE LA MATRIZ ES TRIANGULAR SUPERIOR

2_2.- $\begin{vmatrix} a+b & b+c & c+a \\ m+n & n+l & l+m \\ x+y & y+z & z+x \end{vmatrix} = 2 \begin{vmatrix} a & b & c \\ m & n & l \\ x & y & z \end{vmatrix}$

$$\begin{vmatrix} a+b & b+c & c+a \\ m+n & n+l & l+m \\ x+y & y+z & z+x \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a & b+c & c+a \\ m & n+l & l+m \\ x & y+z & z+x \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} b & b+c & c+a \\ n & n+l & l+m \\ y & y+z & z+x \end{vmatrix} =$$

$$= \ldots\ldots = \begin{vmatrix} a & b & c \\ m & n & l \\ x & y & z \end{vmatrix} + \underbrace{\begin{vmatrix} a & b & a \\ m & n & m \\ x & y & x \end{vmatrix}}_{=0} + \underbrace{\begin{vmatrix} a & c & c \\ m & l & l \\ x & z & z \end{vmatrix}}_{=0} + \underbrace{\begin{vmatrix} a & c & a \\ m & l & m \\ x & z & x \end{vmatrix}}_{=0}$$

$$+ \underbrace{\begin{vmatrix} b & b & c \\ n & n & l \\ y & y & z \end{vmatrix}}_{=0} + \underbrace{\begin{vmatrix} b & b & a \\ n & n & m \\ y & y & x \end{vmatrix}}_{=0} + \underbrace{\begin{vmatrix} b & c & c \\ n & l & l \\ y & z & z \end{vmatrix}}_{=0} + \begin{vmatrix} b & c & a \\ n & l & m \\ y & z & x \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} a & b & c \\ m & n & l \\ x & y & z \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} a & c & b \\ m & l & n \\ x & z & y \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a & b & c \\ m & n & l \\ x & y & z \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a & b & c \\ m & n & l \\ x & y & z \end{vmatrix} =$$

$$= 2 \begin{vmatrix} a & b & c \\ m & n & l \\ x & y & z \end{vmatrix}$$

2_3.- $\begin{vmatrix} b & c & b+c \\ a+c & c & a \\ b & a+b & a \end{vmatrix} = 2 \begin{vmatrix} c & b & 0 \\ 0 & a & c \\ a & 0 & b \end{vmatrix}$

$$\begin{vmatrix} b & c & b+c \\ a+c & c & a \\ b & a+b & a \end{vmatrix} \underset{C_3-(C_2+C_1)}{=} \begin{vmatrix} b & c & 0 \\ a+c & c & -2c \\ b & a+b & -2b \end{vmatrix} = -2 \begin{vmatrix} b & c & 0 \\ a+c & c & c \\ b & a+b & b \end{vmatrix} \underset{\substack{C_1-C_3 \\ C_2-C_3}}{=}$$

$$= -2 \begin{vmatrix} b & c & 0 \\ a & 0 & c \\ 0 & a & b \end{vmatrix} \underset{\substack{\text{intercambio} \\ C_1 \text{ y } C_2}}{=} 2 \begin{vmatrix} c & b & 0 \\ 0 & a & c \\ a & 0 & b \end{vmatrix}$$

3.- Tomando filas y columnas de una matriz $n \times m$ ¿cuántos determinante de orden k ($k \leq \text{mín}\{n, m\}$) se pueden formar a partir de la matriz (menores de orden k de las matriz).

SE PUEDEN TOMAR $\binom{n}{k}$, k FILAS DISTINTAS ENTRE n DE ELLAS, Y PARA CADA ELECCIÓN DE k FILAS, SE PUEDE ELEGIR $\binom{m}{k}$, k COLUMNAS ENTRE m DE ELLAS. EN TOTAL $\binom{n}{k}\binom{m}{k}$ MENORES DE ORDEN k QUE SE PUEDEN SACAR DE UNA MATRIZ $n \times m$