CALCULO DE PRIMITIVAS II.

1.- $\int_2^3 \frac{\operatorname{sen} x^2}{x} dx =$

a) $\int_4^9 \operatorname{sen} y dy$ b) $\int_2^3 \frac{\operatorname{sen} y}{2y} dy$ c) $\int_4^9 \frac{\operatorname{sen} y}{2y} dy$ d) $\int_4^9 \frac{\operatorname{sen} y}{(y)^{1/2}} dy$.

2.- Obten, mediante un cambio de variable, una primitiva en los casos siguientes:

a) $\int e^x \operatorname{sen} e^x \, dx$ b) $\int x e^{-x^2} \, dx$ c) $\int \frac{\ln x}{x} \, dx$ d) $\int \frac{e^x}{e^{2x}+2e^x+1} \, dx$

e) $\int e^{e^x} e^x \, dx$ f) $\int \frac{x}{\sqrt{1-x^4}} \, dx$ g) $\int \frac{e^{x^{1/2}}}{\sqrt{x}} dx$ h) $\int x\sqrt{1-x^2} \, dx$

3.-Comprueba las siguientes primitivas:

a) $\displaystyle\int \frac{dx}{\operatorname{sen} x} = \ln|\tan\frac{x}{2}|$ b) $\displaystyle\int \frac{dx}{\cos x} = \ln|\tan(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{4})|$

4.- Calcula las siguientes primitivas con el cambio de variable que se indica.

a) $\displaystyle\int \frac{dx}{x(1-x)}$; ($x = \operatorname{sen}^2 t$, y usa el problema anterior). b) $\displaystyle\int \frac{dx}{\sqrt{x^2-2}}$; ($x = \sqrt{2}\cosh u$).

c) $\displaystyle\int \frac{dx}{e^x+1}$; ($x = -\ln t$). d) $\displaystyle\int \frac{x dx}{\sqrt{x+1}}$; ($t = \sqrt{x+1}$).

e) $\displaystyle\int \frac{\sqrt{x^2+1}}{x^2} dx$; ($x = \tan t$, y usa el problema antarior). f) $\displaystyle\int \sqrt{a^2+x^2} dx$; ($x = a \operatorname{senh} t$, usa las propiedades del $\operatorname{senh} x$).

5.- Integra:

a) $\int \frac{2x^2+7x-1}{x^3+x^2-x-1} \, dx$ b) $\int \frac{dx}{x^4+1}$ c) $\int \frac{2x+1}{x^3-3x^2+3x-1} \, dx$ d) $\int \frac{2x^2+x+1}{(x+3)(x-1)^2} \, dx$

6.- Calcula una primitiva en los siguientes casos:

a) $\int \frac{dx}{1+\sqrt{1+x}}$ b) $\int \frac{dx}{1+e^x}$ c) $\int \frac{dx}{\sqrt{x}+\sqrt[3]{x}}$ d) $\int \frac{dx}{\sqrt{1+e^x}}$

e) $\int \frac{dx}{2+\tan x}$ f) $\int \operatorname{sen}^3 x \cos^4 x \, dx$ g) $\int \cos^5 x \operatorname{sen} 2x dx$ h) $\int \frac{dx}{\sqrt{\sqrt{x}+1}} \, dx$

i) $\int \frac{4^x+1}{2^x+1} \, dx$ j) $\int e^{\sqrt{x}} \, dx$ k) $\int \frac{\sqrt{1-x}}{1-\sqrt{x}} \, dx$.

7.- Halla las siguientes integrales utilizando la sustitución $u = \tan\frac{x}{2}$.

a) $\int \frac{1}{1+\operatorname{sen} x} \, dx$ b) $\int \frac{1}{1+\operatorname{sen}^2 x} \, dx$ c) $\int \frac{2-\operatorname{sen} x}{2+\cos x} \, dx$.

8.- Calcula las siguientes integrales utilizando que $1+\tan^2 x = \sec^2 x$, $1+\cot^2 x = \csc^2 x$ y una sustitución adecuada:

a) $\int \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} \, dx$ b) $\int \frac{1}{\sqrt{x^2-1}} \, dx$ c) $\int \frac{1}{x\sqrt{x^2-1}} \, dx$.

9.- Con el cambio $x = \cosh u$ resuelve: a) $\int \sqrt{x^2-1} dx$ b) $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2-1}}$

10.- Con el cambio $x = \operatorname{senh} u$ resuelve: a) $\int \sqrt{x^2+1} dx$ b) $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+1}}$.

11.- Resuelve:

a) $\int \frac{dx}{1+e^x}$ b) $\int \frac{dx}{\sqrt{\sqrt{x}+1}}$ c) $\int \sqrt{\tan x} dx$ d) $\int \frac{\arctan x}{1+x^2} dx$

e) $\int \frac{x \arctan x}{(1+x^2)^3} dx$ f) $\int \ln(\sqrt{1+x^2}) \, dx$ g) $\int x \ln(\sqrt{1+x^2}) dx$ h) $\int \operatorname{arc\,sen} \sqrt{x} \, dx$

i) $\int (\operatorname{sen} x \int_0^x \operatorname{sen} t dt) \, dx$ j) $\int (2x^3 \int_1^{x^2} t dt) \, dx$ k) $\int \frac{x}{1+\operatorname{sen} x} \, dx$. l) $\int \frac{e^x}{e^{5x}+e^x+1} \, dx$.

m) $\int e^{\operatorname{sen} x} \frac{x \cos^3 x - \operatorname{sen} x}{\cos^2 x} \, dx$ n) $\int \frac{dx}{1+\operatorname{sen}^2 x}$ ñ) $\int \frac{2+\sqrt{1+x}}{(x+1)^2-\sqrt{x+1}} \, dx$ o) $\int (\frac{1}{x} \int_1^x \ln t dt) dx$.

12.- Resuelve $\int \frac{\sqrt{x^3}}{\sqrt[3]{x}+\sqrt[5]{x^2}}$ con el cambio $x = t^{30}$. ¿Qué cambio hay que hacer para resolver $\int \frac{x^{q/p}+x^{s/r}}{x^{u/t}-x^{w/v}}dx$, siendo p, q, r, s, t, u, v y w números naturales? Resuelve $\int \frac{dx}{3\sqrt{x}+\sqrt{x}}$.

13.- Calcula: a) $\int(1+x)\sqrt{1+x+x^2}dx$ b) $\int \sqrt{2ax-x^2}dx$.

14.- Elige una de estas tres primitivas: $\int \operatorname{sen} xe^{-x}dx$, $\int \frac{3x^2+7}{1+x+x^3}dx$ y $\int \frac{2x \operatorname{arc\,sen}(x^2)}{\sqrt{1-x^4}}dx$. Después intenta calcularla.