

AM PRÁCTICA-1

Nombre y apellidos.....

1.- Calcula $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^a \frac{1 + nx}{n + x^2} dx$

Indicaciones:

- Calcula el límite puntual de la sucesión $(\frac{1 + nx}{n + x^2})_n$.
- ¿Hay convergencia uniforme?
- ¿Se pueden intercambiar los símbolos de límite e integral?

2.- Dada la serie de funciones $\sum_{k=0}^{\infty} (\frac{1}{3x^2 + 3})^k$

- a):** calcula su límite puntual (¿Para cada x fijo es una serie geométrica?).
- b):** Comprueba que la serie de funciones converge uniformemente a su límite puntual en todo \mathbb{R} .

(Continuación 2...)

3.- Definición: una sucesión de funciones $g_n : A \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$ se llama **ortogonal** si

$$\int_A g_n(t) \overline{g_m(t)} dt = 0 \quad \text{si} \quad n \neq m.$$

Prueba que la familia de funciones $\{e^{int}\}_{n \in \mathbb{Z}}$, con $t \in [-\pi, \pi]$, es una familia ortogonal.