AVR PRÁCTICA-6

Nombre y apellidos.....

1.- De la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ se sabe que es derivable en todo $\mathbb{R}$, que $f(0) = 0$, $f'(0)=7$ y que $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \infty$. Determina si existe $x_0, y_0 \in \mathbb{R}$ para los cuáles

$$f(x_0) - f(y_0) = 36(x_0 - y_0).$$

(Indicación: No se usa el Teorema del Valor Medio).

2.- Si f es derivable en $[0, \infty)$ y $\lim_{x \rightarrow \infty} f'(x) = A$, calcula:

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x+1) - f(x)$ b) Demuestra que $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt[3]{x+1} - \sqrt[3]{x} = 0$.

(Indicación: Usa el Teorema de Valor Medio).

3.- Demuestra que $1/9 \leq \sqrt{66} - 8 \leq 1/8$.

4.- Dadas dos funciones $f, g : (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$ derivables en $(a, b) \setminus \{x_0\}$, tales que $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = 0$ y con $g'(x) \neq 0$ para todo $x \in (a, b) \setminus \{x_0\}$. Si existe $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f'(x)}{g'(x)} = \infty$, prueba que

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \infty.$$

5.- Calcula $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{\ln x} - \frac{1}{x-1}$.