# AVR PRÁCTICA-22

**Nombre y apellidos**..................................................................

1.- Recordemos que $i^2 = -1$; si $z = a + bi \in \mathbb{C}$, su conjugado es $\overline{z} = a - bi$ y se tiene que

$$z\overline{z} = |z|^2 = a^2 + b^2.$$

$1_1$.- Resuelve la ecuación $(3 + 2i)z + (7 + i) = 0$.

$1_2$.- Para $z \in \mathbb{C}$, con $|z| = 1$ y $z \neq 1$, prueba que $z + \frac{1}{z} \in \mathbb{R}$.

$1_3$.- Consideramos la sucesión $(z_n)_n = (\,(\frac{n+1}{n}, (\frac{n+1}{n})^{2n+1}\,)\,)_n \subset \mathbb{C}$. Calcula $\lim_{n\to\infty} z_n$.

2.- **Teorema de Identidad**: Sean $g, h : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ dos funciones derivables en todo $\mathbb{C}$. Supongamos que existe una recta $y = rx + s$ de modo que $g(rx + s) = h(rx + s)$ para todo $x \in \mathbb{R}$, entonces $g(z) = h(z)$ para todo de $z \in \mathbb{C}$.

Sea $a \in \mathbb{R}$, usando el Teorema anterior, prueba que $e^{z+a} = e^z e^a$ para todo $z \in \mathbb{C}$.

**3.-** Sea $f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$, con $f(z) = Ref(z) + Imf(z)i$. Para $t \in [a, b] \subset \mathbb{R}$ se define la integral

$$\int_a^b f(t)dt = \int_a^b Ref(t)dt + i \int_a^b Imf(t)dt.$$

Sea $g(t) = \cos t$ si $t \in [-\pi, \pi]$ y $g(t) = 0$ en otro caso. Calcula

$$\int_{-\infty}^{\infty} g(t)e^{-it}dt.$$