

AVR PRÁCTICA-24

Nombre y apellidos.....

1.- Prueba que una función $f : [0, \infty) \rightarrow [0, \infty)$ monótona creciente y convexa es continua.

2.- Encuentra un ejemplo de una función $f : (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$ continua y acotada que no sea uniformemente continua en (a, b) . Justifica tu respuesta.

3.- Sea $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ una función continua. Sea $c \in \mathbb{R}$, prueba que $f^{-1}(\{c\})$ es un conjunto cerrado de $\mathbb{R}$.

4.- Sobre $C[0, 1] = \{f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R} : f \text{ continua}\}$ tenemos dos formas de medir, $\|f\|_\infty = \sup\{|f(x)| : x \in [0, 1]\}$ y $\|f\|_1 = \int_0^1 |f(x)| dx$. (Observemos que $f_n \rightarrow f$ uniformemente en $[0, 1]$ si y solo si $\|f - f_n\|_\infty \rightarrow_{n \rightarrow \infty} 0$).

4₁.- Prueba que $\|f - f_n\|_\infty \rightarrow_{n \rightarrow \infty} 0$ implica que $\|f - f_n\|_1 \rightarrow_{n \rightarrow \infty} 0$.

4₂.- Prueba que $\|f - f_n\|_1 \rightarrow_{n \rightarrow \infty} 0$ **no** implica que $\|f - f_n\|_\infty \rightarrow_{n \rightarrow \infty} 0$.