ÁLGEBRA LINEAL.

Rangos y Determinantes. Introducción.

Dada una matriz $A \in M_{n\times m}$, el **Rango de la matriz** (el mayor número de filas o columnas linealmente indepedientes) nos da información esencial en distintos problemas del Álgebra Lineal:

- Compatibilidad de un sistema lineal.
- Dimensión de la solución de un sistema lineal.
- Dimensión de la imagen de una aplicación lineal....etc

La forma que conocemos de hallar el rango de una matriz es el Método de la "Triangulación" de Gauss-Jordan.

La noción de **Determinante** es un intento aritmético de caracterizar la dependencia o independencia de n vectores en $\mathbb{R}^n$ (en general en cualquier espacio vectorial de dimensión n, cuyos vectores respecto de una base vienen dados por n coordenadas).

La definición de determinante no es sencilla. Al estudiar sus propiedades veremos como se caracteriza la **dependencia lineal** con los **determinantes**. Así veremos dos aplicaciones esenciales de los determinantes. Dada una base de n elementos de un espacio vectorial V y dados

$$v_1, v_2, ..., v_n$$

n vectores de V, ponemos sus coordenadas como columnas formando una matriz A

$$A = (v_1\, v_2 \quad v_n) = (a_{i,j}) \qquad \text{donde} \qquad v_j = \begin{pmatrix} a_{1,j} \\ \vdots \\ a_{n,j} \end{pmatrix}$$

entonces

a) $RangA = n \qquad \Leftrightarrow \qquad |A| \neq 0.$

b) Existe $A^{-1} \qquad \Leftrightarrow \qquad |A| \neq 0.$

donde

$$\begin{array}{cccc} |\ | & : & M_{n\times n} & \rightarrow & \mathbb{R} \\ & & A & \rightarrow & |A| \end{array}$$

es una aplicación que llamaremos determinante de A.

Ahora nos proponemos definir esta aplicación **Determinante**. Esto no es fácil y nos llevará en principio a estudiar el Grupo de Permutaciones (algo que en una primera lectura se puede obviar).

Departamento de Análisis Matemático y Matemática Aplicada, Facultad de Matemáticas, Universidad Complutense, 28040 Madrid, Spain

Email address: `Cesar_Ruiz@mat.ucm.es`