

# EXAMEN DE ANÁLISIS DE VARIABLE REAL, GRUPOS D Y B.

SEGUNDO CUATRIMESTRE. PARTE 1 CON TEORÍA. 20 DE JUNIO DE 2005

1. Enunciar y demostrar el teorema de Rolle. (Valor: 1.5 puntos.)

2. Demostrar que si  $(f_n)$  es una sucesión de funciones continuas que converge a una función  $f$  uniformemente en un intervalo  $[a, b]$ , entonces

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_a^b f_n dx = \int_a^b f.$$

(Valor: 1.5 puntos.)

3. Representar gráficamente la función  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definida por

$$f(x) = \int_0^{x^2} \frac{\sqrt{t}}{1+t^2} dt.$$

(Valor: un punto.)

4. Calcular la integral

$$\int_0^1 \left( \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{2^n} x^n \right) dx.$$

(Valor: un punto.)