

CÁLCULO DIFERENCIAL. EXAMEN FINAL, 09/02/2010.

PROBLEMAS

1. Estudiar la existencia del límite

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^3 y^2}{x^6 + y^4}.$$

2. Demostrar que la función $f(x, y) = e^{-x^2 - y^2 - 2x + 2y}$ alcanza un máximo absoluto en \mathbb{R}^2 , y hallarlo.

3. Demostrar que la ecuación implícita

$$x^2 \cos(yz) - z \operatorname{sen}(xy) = 1$$

tiene solución para y en función de (x, z) en un entorno del punto $(1, 0, 1)$, y calcular

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x \partial z}(1, 1).$$

4. Sea $M = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 - 2y^2 + 4z^2 = 6\}$.

1. Demostrar que M es una variedad diferenciable de dimensión 2.
2. Calcular su plano tangente en el punto $(2, 1, 1)$.
3. Calcular la distancia de M al punto $(0, 0, 0)$.
4. Demostrar que M es conexa por caminos.

Esta parte supone los otros 5 puntos de la nota del examen; cada pregunta vale un punto excepto la última, que vale dos puntos.