

**DESIGUALDADES DE TIPO LITTLEWOOD-PALEY PARA  
UNA DERIVADA FRACCIONARIA INDUCIDA POR UN  
PESO RADIAL.**

ELENA DE LA ROSA

ABSTRACT. Para cualquier par  $(n, p)$ ,  $n \in \mathbb{N}$  y  $0 < p < \infty$  se ha probado recientemente [1] que un peso radial  $\omega$  definido en el disco unidad  $\mathbb{D}$  satisface las dos siguientes desigualdades de tipo Littlewood-Paley en espacios de Bergman

$$C_1 \int_{\mathbb{D}} |f|^p \omega \, dA \leq \int_{\mathbb{D}} |f^{(n)}|^p \rho^{np} \omega \, dA + \sum_{j=0}^{n-1} |f^{(j)}(0)|^p \leq C_2 \int_{\mathbb{D}} |f|^p \omega \, dA,$$

para cualquier función analítica  $f$  en  $\mathbb{D}$  si y solo si  $\omega \in \mathcal{D} = \widehat{\mathcal{D}} \cap \widetilde{\mathcal{D}}$ , donde la función  $\rho$  se define como  $\rho(z) = 1 - |z|$ . Se dice que un peso radial  $\omega$  pertenece a la clase  $\widehat{\mathcal{D}}$  si  $\sup_{0 \leq r < 1} \frac{\widehat{\omega}(r)}{\widehat{\omega}(\frac{1+r}{2})} < \infty$  y  $\omega \in \widetilde{\mathcal{D}}$  si existe  $k > 1$  tal que  $\inf_{0 \leq r < 1} \frac{\widehat{\omega}(r)}{\widehat{\omega}(\frac{1-r}{k})} > 1$ , donde  $\widehat{\omega}(z) = \int_{|z|}^1 \omega(s) \, ds$ ,  $z \in \mathbb{D}$ .

Se extenderá este resultado en el contexto de derivada fraccionaria de la siguiente manera: para una función analítica  $f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \widehat{f}(n) z^n$  consideramos la derivada fraccionaria inducida por un peso radial  $\mu \in \mathcal{D}$ ,  $D^\mu(f)(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\widehat{f}(n)}{\mu_{2n+1}} z^n$ , donde  $\mu_{2n+1} = \int_0^1 r^{2n+1} \mu(r) \, dr$ . Entonces se demuestra que para cualquier  $p \in (0, \infty)$ , las dos desigualdades de Littlewood-Paley

$$C_1 \int_{\mathbb{D}} |f|^p \omega \, dA \leq \int_{\mathbb{D}} |D^\mu(f)|^p \widehat{\mu}^p \omega \, dA \leq C_2 \int_{\mathbb{D}} |f|^p \omega \, dA$$

se satisfacen para cualquier función analítica  $f$  en  $\mathbb{D}$  si y solo si  $\omega \in \mathcal{D}$ . También se demuestra que para cualquier  $p \in (0, \infty)$ , la desigualdad

$$\int_{\mathbb{D}} |D^\mu(f)(z)|^p \widehat{\mu}(z)^p \omega(z) \, dA(z) \leq C \int_{\mathbb{D}} |f(z)|^p \omega(z) \, dA(z)$$

se satisface para toda función analítica  $f$  en  $\mathbb{D}$  si y solo si  $\omega \in \widehat{\mathcal{D}}$ .

REFERENCES

- [1] J. A. Peláez and J. Rättyä, *Bergman projection induced by radial weight*, Adv. Math. **391** (2021), Paper No. 107950.

DEPARTAMENTO DE ANÁLISIS MATEMÁTICO, UNIVERSIDAD DE MÁLAGA, CAMPUS DE TEATINOS, 29071, MÁLAGA.

*E-mail address:* elena.rosa@uma.es