

Actividades Formativas IMEIO/ Educational Activities IMEIO

Título/Title: Introducción al álgebra no asociativa
Organizador/Organizer: Daniel Fox, daniel.fox@upm.es
Profesores/Lecturers: Daniel Fox
Horas totales/Number of hours: 10
Lugar/Location: Previsiblemente en la ETSAM (UPM) en Ciudad Universitaria
Fechas/Dates: Enero

Resumen/Summary:

Se dará una introducción al álgebra no asociativa.

Un álgebra es un espacio vectorial equipado con una multiplicación que en este contexto no tiene que admitir una unidad ni ser conmutativa ni asociativa.

Se definirán las clases más estudiadas de álgebras no necesariamente asociativas - Álgebras de Jordan, álgebras de Lie, álgebras alternativas, álgebras pre-Lie, etc. - y se repasarán los resultados más importantes respecto a algunas. La mayoría de álgebras de este tipo ocurren en ámbitos de origen geométrico.

Se darán varias perspectivas respecto a cómo estudiar y organizar tales álgebras. La idea es dar una vista desde arriba de la zoología de álgebras no asociativas, haciendo hincapié en algunos ejemplos concretos.

1. Nociones básicas. Semisimplicidad y radical.
2. Álgebras de composición. Teorema de Hurwitz: clasificación de álgebras de composición con unidad. (Sobre el cuerpo real, son el campo real, el campo complejo, los cuaterniones y los octoniones.) Álgebras de composición sin unidad (p.e. álgebra de Okubo-Petersson).
3. Álgebras asociativas de potencia. Álgebras de Jordan. Idea de la clasificación. Descomposición de Peirce.
4. Álgebras pre-Lie. Ocurren en la clasificación de conos convexos homogéneos (Vinberg), la descripción de esferas afines impropias y la teoría de deformaciones de álgebras. Las álgebras pre-Lie libres se construyen en términos de árboles con raíz.
5. Álgebras axiales. Constituyen un intento reciente de axiomatizar un grupo de álgebras que incluyen el álgebra de Griess sobre que actúa como automorfismos el grupo finito simple denominado el Monster. Nociones cuantitativas de no asociatividad.

Para seguir el curso no hará falta más fundación que un buen conocimiento de álgebra lineal.

Referencias:

- T. De Medts, S. F. Peacock, S. Shpectorov, and M. Van Couwenberghe, *Decomposition algebras and axial algebras*, *J. Algebra* **556** (2020), 287–314.
- A. Elduque. Composition algebras. In *Algebra and applications 1–non-associative algebras and categories*, pp. 27–57. ISTE, London, 2020.
- D. J. F. Fox, *Sectional nonassociativity of metrized algebras*, *Ann. Mat. Pura Appl.* (4) **203** (2024), no. 2, 499–532.
- M.-A. Knus, A. Merkurjev, M. Rost, and J.-P. Tignol, *The book of involutions*, American Mathematical Society Colloquium Publications, vol. 44, American Mathematical Society, Providence, RI, 1998.
- R.D.Schafer, *An introduction to nonassociative algebras*, Pure and Applied Mathematics, Vol. 22, Academic Press, New York, 1966.

¿Aceptarías que el curso se pudiera emitir por videoconferencia restringido a algunos alumnos del doctorado que no pudieran asistir presencialmente?
Would you accept that the course could be given by videoconference restricted to some doctoral students who could not attend in person? Sí