

LO INFINITAMENTE PEQUEÑO, LO INFINITAMENTE GRANDE Y LO INFINITAMENTE COMPLEJO: EL MEDIO AMBIENTE

R. DAUTRAY *; J. I. DÍAZ **

* Académico Numerario de la Académie des Sciences y Académico Correspondiente Extranjero de la Real Academia de Ciencias. Académie des Sciences, 23 quai Conti, 75006 Paris.

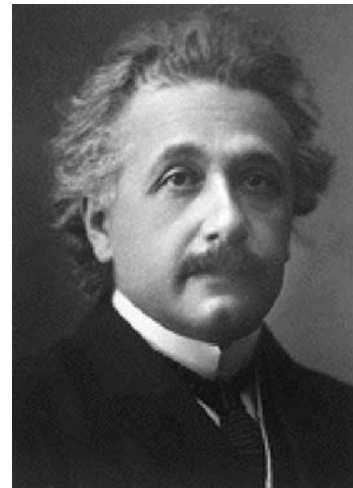
** Académico Numerario de la Real Academia de Ciencias. Valverde 22, 28004 Madrid.

1. LO INFINITAMENTE GRANDE Y LO INFINITAMENTE PEQUEÑO

1.1. Los hombres que exploran las leyes físicas del universo a partir de elementos experimentales

De Galileo y Kepler a Newton, de Euler, Lagrange, Lavoisier y Laplace a Faraday, de Maxwell a Poincaré, de Riemann a Hilbert y Einstein, de Hubble a los más distinguidos especialistas de nuestros días, todos ellos supieron desarrollar la descripción de lo "infinitamente" grande elaborando métodos matemáticos adaptados a diferentes contextos que se convirtieron, como se suele decir, en el lenguaje de las leyes físicas de esa descripción. Encontraron obstáculos insalvables (velocidad de la luz, aspectos caóticos de ciertos problemas, puntos singulares que se van eliminando uno tras otro, etc.) dentro del marco que la ciencia exploró en tiempos pasados.

Lo infinitamente grande ha podido ser descrito gracias a las observaciones de los astrofísicos, tanto en lo referente al espacio, como al tiempo (la primera nucleosíntesis, la radiación de microondas fósiles, quarks de los plasmas, etc.), la gravedad (desde las estrellas al neutrón, etc.), los campos magnéticos, las velocidades (limitadas por la de la "luz"), el espacio-tiempo y la



Albert Einstein 1879-1955

masa-energía de la teoría general de la relatividad, cuya elaboración requirió la colaboración de Einstein y Grossmann¹. Así, éste último, entre varias ofertas, aceptó la del ETH, donde volvió en agosto de 1912. Fue en ese mes cuando le quedó claro a Einstein que la Geometría riemanniana era la lengua, la herramienta y el concepto de lo que hoy conocemos por Teoría General de la Relatividad. Fue ese año cuando Einstein oyó y aprendió por primera vez, de labios de Marcel Grossman, los trabajos de Gregorio Ricci-Curbastro (1853-1925), después de los de Bernhard Riemann (1826-1866) y de Tullio Levi-Civita (1873- 1941):

¹ Marcel Grossmann: matemático nacido en 1878 en Budapest, quien ingresó como profesor en el ETH de Zurich en 1907 tras su paso como alumno de esa institución entre 1896 y 1900 coincidiendo con Einstein. Falleció en 1936.

“So I asked my friend whether my problem could be solved by Riemann’s theory”,.... “This work was first brought to my attention by my friend Grossmann when I posed to him the problem of looking for generally covariant tensors whose components depend only on derivative of the coefficients $[g_{\mu\nu}]$ of the quadratic fundamental invariant $[g_{\mu\nu} dx_\mu dx_\nu]$ [País (1982) p. 212].

Sin pretender ser exhaustivos, hemos de citar las singularidades de la astrofísica, sus agujeros negros, así como el tiempo transcurrido desde esta gran densidad del pasado lejano, las masas y energías ausentes, y, por decirlo en una palabra, el estudio del espacio-tiempo dentro de un marco más amplio: *Spacetime, warped branes and hidden dimensions* » [I. Osborne, L. Rowan, R.D. Coontz (2002)].

1.2. Los hombres que exploran el átomo

De Planck y Einstein, de Rutherford, Bohr a Heisenberg y Born, Pauli, Schrodinger, de Feynmann hasta los más distinguidos especialistas de nuestros días, todos ellos supieron desarrollar la descripción de lo "infinitamente" pequeño y elaborar las matemáticas



Blaise Pascal, 1623-1662

inicialmente necesarias. Ellos se beneficiaron de la escuela matemática de Heidelberg y de la teoría de los operadores lineales autoadjuntos. Ellos encontraron también obstáculos insalvables (constante de Planck, incertidumbre de Heisenberg², probabilidades intrínsecas, estadísticas de Fermi-Dirac, de Bose-Einstein, etc.).

Desde Blaise Pascal, "lo infinitamente" pequeño, después de haber designado a organismos vivos invisibles a simple vista, descubiertos gracias a la invención del microscopio³, ha encontrado en las ciencias físicas al electrón (en 1896), los *quanta* de energía de Planck y su constante, los fotones de Einstein, el núcleo atómico, el modelo de átomo de Bohr, la Física Cuántica. Las herramientas matemáticas existían ya: los operadores lineales y continuos⁴ (entre ellos los operadores autoadjuntos) en espacios de Hilbert, elaborados, especialmente en Gottingen. Con la Física Cuántica, se elaboró una nueva descripción de los objetos más pequeños con los que se sabe experimentar: los 6 quarks, los 6 leptones, los bosones que corresponden a las interacciones de estas entidades, en el marco de la teoría cuántica de campos y del *modelo estándar*. En este mundo microscópico, todo sucede de manera distinta a lo que perciben nuestros sentidos (véase también el punto de vista de Cohen-Tannoudji (1991)).

La Mecánica Clásica, por no citar más que un ejemplo, aparece como una aproximación de la "verdadera física": la física cuántica [Omnès (2000)]. Se sabe como justificar rigurosamente el paso de la última a la primera y el campo de esta validez, tanto en el caso conservativo como en el caso disipativo, gracias a una herramienta matemática denominada "análisis microlocal" que utiliza los operadores de proyección y los llamados "símbolos de Weyl" de los operadores como el hamiltoniano del sistema proyectado sobre un espacio de estados macroscópicos de un sistema macroscópico que converge hacia el hamiltoniano tradicional bajo condiciones pertinentes.

² Que involucra «medidas» en sentido matemático, definidas sobre sigma-álgebras de operadores autoadjuntos (no necesariamente conmutativos) y los subespacios espectrales de espacios localmente compactos.

³ Antoni Van Leeuwenhoek (1623-1732) recogió sus observaciones al microscopio en su *Arcana naturae*; Delft, 1695, presentándolas a la Royal Society de Londres.

⁴ La teoría de los operadores pseudodiferenciales o microdiferenciales fue propuesta por autores como Maslov, Egorov, Sato y Hormander con el fin de considerar los operadores diferenciales en el espacio de fases del sistema macroscópico para obtener las versiones clásicas de las leyes cuánticas de sus «componentes».

1.2. Otros hombres establecieron la correspondencia entre el mundo cuántico y el sistema Solar

Así pues, los físicos han sabido mostrar la correspondencia entre la escala cuántica, nuestra escala humana, y la enorme escala de nuestro sistema solar, usando por ejemplo el análisis microlocal creado por los matemáticos. Han partido de las leyes verdaderas de este mundo, es decir cuánticas, y han mostrado los dominios de validez de los descubrimientos clásicos y su valor como aproximación.

¿Se armonizará lo infinitamente grande descrito por la Teoría de la Relatividad General y lo infinitamente pequeño descrito por la Física Cuántica? La búsqueda de una teoría que los ligue es un tema candente desde hace décadas. Se trata de una aventura científica que nos impacta por su elegancia y por sus resurgimientos bajo nuevas hipótesis. Es el objeto de verificaciones experimentales en los aceleradores presentes y lo será en los futuros.

Hemos visto como lo infinitamente pequeño de los átomos fue creado y transformado por una "historia" (la nucleosíntesis en todo tipo de estrellas e incluso las supernovas). El siglo pasado ha visto como se describía la historia de las estrellas, del sistema Solar, de las galaxias, etc.

La síntesis entre gravedad cuántica (y así la Relatividad General) y la descripción cuántica de las otras interacciones de las partículas elementales fue construida a lo largo de las décadas pasadas bajo el nombre de Teoría de Cuerdas (después supercuerdas): véase, por ejemplo, el texto en dos volúmenes [Polchinski (1998)]. Una síntesis de estos dos "infinitos", lo infinitamente pequeño y lo infinitamente grande (en espacio y en tiempo), ha sido presentado a un nivel asequible a cualquier científico, en el número de *Science* 296, 5572 (pp. 1417-1432) "Spacetime" y, en el mismo número, en Steinhardt y Turok (2002). Como allí se dice (atribuyéndolo a Witten)

Las herramientas matemáticas necesarias fueron forjadas a la medida.

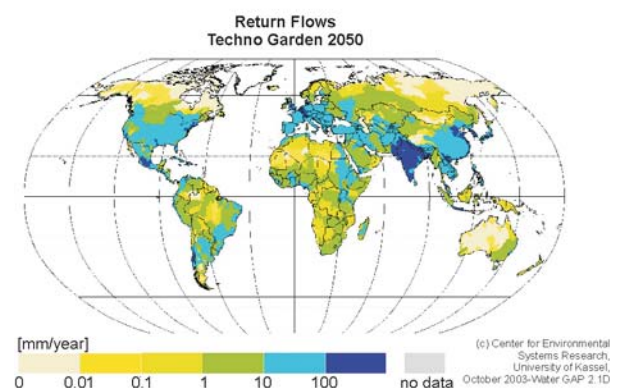
2. LO INFINITAMENTE COMPLICADO: LA BIODIVERSIDAD, LOS ECOSISTEMAS Y EL SER VIVO COMO EJEMPLOS

2.1. Los seres vivos

Una descripción análoga de lo "infinitamente" pequeño podría ser llevada a cabo para los seres vivos haciendo alusión a las células (con sus partes), a las bacterias y a los virus. Hoy día, tras los avances en descifrar los genes y proteínas de las neurociencias, con la aventura hacia lo infinitamente pequeño de la bioquímica, de la biología molecular y celular, de la biología del desarrollo, se han dado pasos gigantescos. No podemos olvidar tampoco los progresos realizados en la teoría de la evolución y con ella en la historia del ser vivo.

2.2. Ecosistemas

Un elemento central en nuestros días es el estudio de los ecosistemas y de la biodiversidad que ellos sustentan. Es de señalar, por ejemplo, el *Millenium Ecosystem Assessment*, un esfuerzo de cuatro años (análogo, por sus ambición, al exitoso IPCC) que propuesto en julio de 2001 tiene como objetivo la descripción exhaustiva de todos los ecosistemas de la Tierra. Un esfuerzo tan gigantesco quizá no pueda ser realista pero es necesario comenzar de alguna manera y, además, no podrá ser llevado a cabo sin el concurso de los especialistas en procesos de datos y de los matemáticos (www.millenniumassessment.org).



Millenium Ecosystem Assessment.

Habrá que conocer como reaccionan las poblaciones microbianas, vegetales, animales, y las humanas, ante los cambios medio ambientales bien conocidos del Cambio Global y que responde a lo que se conoce como Ecofisiología. Es una tarea inmensa: ¿aparecerán aspectos generales? Por ejemplo, para la adaptación a las nuevas limitaciones se podría requerir un mayor gasto de energías, la modificación de ese gasto en órganos, tejidos, células, etc. Y esto por no citar las necesarias migraciones que, sin duda, afectarán a la población humana. Obviamente, esos cambios medio-ambientales afectan a la biodiversidad (véase Le Maho (2002)).

Señalemos también el auge de la llamada *Biología Computacional*. Así, H. Kitano (2002) señala:

«To understand complex biological systems requires the integration of experimental and computational research- in other words a systems biology approach Computational Biology, through pragmatic modelling and theoretical exploration, provides a powerful foundation from which to address theoretical scientific questions head-on»

2.3. El Medio Ambiente como nuevo campo de exploración: acoplamientos

El estudio de la Tierra revela la “infinita complejidad” de un sistema que acopla numerosos aspectos: el fluido atmosférico, los glaciales, los estratos elásticos de los subsuelos, la conexión con el núcleo central, los campos magnéticos, etc. Es imposible entender el sistema sin analizar los acoplamientos entre los diferentes subsistemas entre si y con la biosfera.

Observamos que todos los subsistemas, todos los fenómenos, todas las relaciones, forman una unidad interconectada, con una dinámica no lineal que genera reacciones (o realimentaciones) no lineales a todas las escalas de tiempo, de espacio, de concentraciones, de disoluciones. Hoy día parece fuera del alcance intentar describir completamente esa unidad e incluso los subsistemas tomados como más simples son solo muy parcialmente conocidos.

Para analizar todo eso, para obtener informaciones de las muchísimas mediciones y datos que hoy día son

asequibles hacen falta herramientas conceptuales. Los ordenadores y su software han contribuido en gran manera a un avance impensado hace unos años. En lo que concierne a las matemáticas, la teoría de las ecuaciones en derivadas parciales no lineales ha sido una de las herramientas constantes que ha permitido esos progresos. Pero esas ecuaciones carecen de utilidad sin datos que, por fuerza, no pueden ser más que parciales (imposible medir un medio continuo en todos sus puntos). La llamada “asimilación de datos” y su interpretación en términos de Control Óptimo se ha revelado de gran trascendencia a esos fines [véanse Le Dimet et al. (2002) (2003) y los textos recogidos en Brezis, Díaz (2003)].

Hemos de insistir en que la evolución de la Tierra, desde el principio de las épocas en que se detecta la vida, se ha producido paralelamente a la propia de los seres vivos. Durante esta evolución, los más significativos, con mucho, de entre todos los agentes geoquímicas, han sido los microorganismos monocelulares. Fueron ellos los que originaron el cambio de la química atmosférica mediante la fotosíntesis del oxígeno, la fijación del nitrógeno (en el suelo, en las plantas), la fijación del carbono, la composición de los océanos, los ríos, los distintos fluidos en los poros de las rocas, la precipitación de minerales, la presencia de metales y metaloides en las aguas y los suelos, los sedimentos, etc. Ellos permitieron la generación de otros organismos y ecosistemas, constituyendo así una producción primaria. Y todo esto, en todas las partes de la Tierra, incluso en los lugares más inhóspitos (flujos hidrotérmicos en el fondo del océano, con altas temperaturas, acideces de pH 1, radiaciones nucleares, etc.). Véanse más detalles en Newman, Banfield (2002).

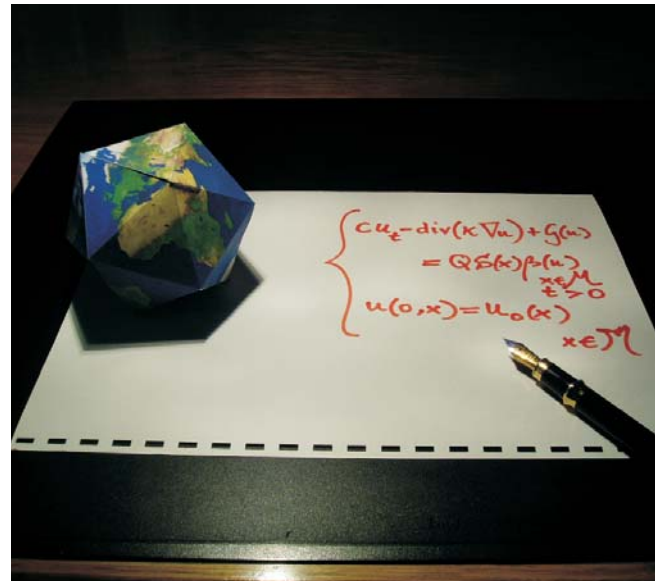
El sistema global Tierra / Biosfera/ “Actividades humanas” origina numerosos problemas de estudio que pueden ser considerados como novedosos respecto de la literatura científica existente. En primer lugar, se ha de replantear todo los procesos de modelización (hasta ahora llevados a cabo de manera desacoplada). El estudio del sistema Tierra no debe ignorar los procesos originados por los seres vivos y sus ecosistemas: es decir, el Medio Ambiente. Es también necesario agregar a esto la continuada acción humana sobre el Medio Ambiente. Finalmente, el acoplamiento entre los subsistemas “Especie humana” / Medio Ambiente debe ser analizado desde el punto de vista de la opti-

mización y el control. Pero ¿con que criterios? ¿con que restricciones? ¿cuáles son las variables de control o de actuación? ¿bajo que hipótesis sobre el futuro de la especie humana, sobre sus actividades? ¿cuáles son las consecuencias (inesperadas) de tanta rupturas de los balances naturales dinámicos? ¿qué epidemias pueden surgir? ¿qué ignorancia se ha de presuponer sobre las innovaciones científicas y técnicas del futuro? ¿qué ignorancia se ha de presuponer sobre la evolución de las sociedades humanas desde el punto de vista de sus mentalidades, de sus deseos, de sus conflictos, de sus reacciones ante tantas dificultades?

Poner en marcha ese programa requiere una buena dosis de matemáticas, principalmente con procesos infinitamente complejos y no lineales. Lo aleatorio y la "aleatoriedad" están allí en gran parte presentes puesto que el Medio Ambiente nos remite a la evolución en el tiempo y en suma a una investigación, como si se tratase de un detective que comienza sus pesquisas con un conocimiento escaso para intentar reconstruir las características del pasado, un análisis estadístico y unas hipótesis que se han de validar. Estas modelizaciones de esos sistemas dinámicos nos deben conducir a algunos pronósticos: ¿podríamos asignar a cada uno de los sucesos futuros una probabilidad, o bien deberíamos reconocer, para ciertos aspectos, claramente nuestra ignorancia más absoluta? Pero además, no debemos olvidar, como mostró Kurt Gödel, que ya la propia matemática posee limitaciones insalvables.

¿Nos conducirá ese estudio integral a conceptos fundamentales como sucedió en el caso de los otros "infinitos"? Son tantas las distintas escuelas y grupos de científicos que ya están por esa labor que no nos cabe duda alguna a aventurar que así será. La historia de los otros dos infinitos muestra los numerosos errores, de incluso muchas de las grandes mentes de cada época, por lo que nos parece que el único proceso científico fértil no es más que el de estudiar fenómenos y problemas matemáticos fundamentales concretos, modestos y trabajar a fondo sobre ellos.

A pesar de esto, incluso si se hubiese alcanzado la madurez de un conocimiento profundo, a todas las escalas, de los fenómenos nuevos del Medio Ambiente nos atrevemos a aventurar que sería preciso desarrollar, o incluso elaborar, nuevas herramientas matemáticas que combinen "las ciencias de la computación" en



todos sus aspectos, con muchos otros aspectos: el manejo de incógnitas distintas de las probabilidades y estadísticas actuales (en especial sobre los fenómenos intrínsecos de la Geofísica y de las Ciencias del ser vivo, ligados a un encadenamiento particular de hechos: en suma, de una historia en común), las interfaces con sus características específicas, la consideración de los fenómenos unidos a las interfaces y a su modelización, métodos nuevos *ad hoc* para tratar los medios compuestos microscópicos o simplemente muy heterogéneos que no se pueden tratar por el proceso matemático de la homogeneización, la comprensión cada vez más profunda de todas las implicaciones derivadas de la presencia de términos no-lineales, el desarrollo de los métodos de asimilación de una gran cantidad de datos, métodos de resolución de ecuaciones, etc.

En suma, los científicos nos hemos de embarcar en una aventura interminable ante lo que podríamos catalogar como una degradación de la biosfera y de la hospitalidad de nuestro planeta Tierra, que siempre hemos venerado pero que tanto hemos modificado sin conocer sus consecuencias.

Como decía Descartes en 1644

«Et j'espère que nos neveux me sçauront gré, non seulement des choses que j'ay icy expliquées, mais aussi de celles que j'ay omises volontairement, afin de leur laisser le plaisir de les inventer».

3. PERSPECTIVAS HISTÓRICAS

Citemos para comenzar un extracto de la historia de las ciencias (Doden (2002):

«Among the great figures of the Western scientific revolution of the 16 and 17 the century, Copernicus, Kepler, Galileo, Descartes, Newton, Leibnitz, all had at least one thing in common: they were all mathematicians. And yet, two stand out as being conspicuously different, for only Galileo and Newton were experimentalists. It was Galileo, at the beginning of the scientific revolution early in the 17th century, who demonstrated the extraordinary effectiveness of experimental observation of nature, coupled with the analytical power of mathematics».

¿Como emplazar el tema de «Matemáticas y Medio Ambiente» en la historia de las ciencias? Es un tema difícil y fecundo que nos obliga a remontarnos mucho más atrás en el tiempo.

Ya hemos citado las limitaciones actuales: lo más complicado y lo más lejano a lo que se espera falta por hacer. El desarrollo de estos conocimientos, mezcla inseparable de datos, matemáticas, algoritmos y también de preguntas que se plantean y de validaciones que requieren respuesta, es una herramienta para, por un lado, convencerse de la importancia de los retos ya presentes del Medio Ambiente, las amenazas, los riesgos de gran peligro, el tamaño de nuestra ignorancia, de la incertidumbre o de la probabilidad y de la adecuación o no de las medidas propuestas. Por otra parte, su desarrollo es una herramienta para convencer a la sociedad y ofrecerla un paquete de acciones posibles, cada una con su coste de esfuerzos para su puesta en práctica, sus posibles efectos nocivos o perversos.

Hemos citado antes también los límites de las herramientas actuales. Ignoramos las herramientas que nos aportará la ciencia del mañana. No conviene enmascarar nuestra ignorancia ante las novedades de la ciencia y de la técnica del porvenir. Pero no debemos dejar de ser optimistas ante los progresos de la matemática fundamental y de otras ciencias fundamentales.

En todo caso, dado que estamos refiriendonos al futuro, debemos hablar de la valoración del riesgo y de

lo imprevisible. Nada como hacer un un rápido análisis del pasado siglo XX para encontrar logros insospechados. Por ejemplo, se puede acudir a la lista de los *Greatest technical achievements of the 20th century*, elaborada por la norteamericana National Academy of Engineering (NAE): 1. *Electrification*, 2. *Automobile*, 3. *Airplane*, 4. *Water Supply and Distribution*, 5. *Electronics*, 6. *Radio and Televisión*, 7. *Agricultural Mechanization Technologies*, 8. *Computers*, 9. *Telephone*, 10. *Air Conditioning*, 11. *Highways*, 12. *Spacecraft*, 13. *Internet*, 14. *Imaging*, 15. *Household Appliances*, 16. *Health*, 17. *Petroleum and Petrochemical Technologies*, 18. *Laser and Fiber Optics*, 19. *Nuclear Technologies and Refrigeration*, 20. *High-performance Materials*.

Las previsiones, en 1900, de las mentes más eminentes, como por ejemplo Poincaré, nos muestra que debemos admitir, repetámoslo una vez más, nuestra ignorancia sobre los muchos dominios científicos, y sus aplicaciones, que pueden irrumpir en el futuro con una notable influencia en los sucesos del porvenir humano, en la naturaleza, en los sucesos climáticos extremos que van desde lo regional a lo global y sus consecuencias en la sociedad humana: pero no debemos ser alarmistas, no hay que pensar siempre en lo peor. Que mejor que dar la palabra a un genio universal como Miguel de Cervantes para resumir la situación;

«Cada uno es hijo de sus obras»,

o bien acudir al versátil San Juan de la Cruz (1542-1591)

*«Entréme donde no supe
y quedéme no sabiendo.
Toda ciencia trascendiendo
yo no supe donde entraba.
Pero cuando allí me vi,
sin saber donde me estaba
grandes cosas entendi.
No diré lo que senti
que me quedé no sabiendo,
toda ciencia trascendiendo.
Era la ciencia perfecta,
entendida via recta».*

El desafío principal para realizar un diagnóstico y saber sí, como, y donde actuar para mejorar el Medio Ambiente es hoy día el de las observaciones bajo for-

mas adecuadas y utilizables y con ellas, directa o indirectamente, el de la información en sentido amplio (incluyendo, en particular, el conocimiento que se obtiene por el tratamiento matemático de las crudas medidas). Así, a propósito de los problemas de inestabilidades polares -circulación termohalina / clima, Colman (2002) escribe:

“Better marine records are needed to define the timing and the location of thermohaline circulation changes during deglaciation and to further test whether circulation changes indeed coincide with the drainage rerouting events. Numerical models need to use the more recent estimates of drainage location, amount, and sequence to test the plausibility of postulated effects on the thermohaline circulation. Instability of climate and ice sheets during the ice ages may now be generally accepted, but we still have a way to go before we fully understand the processes that produce this instability or the controls and timing of what has occurred”.

Para tener una guía en estas investigaciones se debe acudir a los modelos y simulaciones numéricas pues suministran conceptos y criterios a verificar. Pero además, para actuar y mejorar el Medio Ambiente hay que acudir al análisis de la energía de una forma directa o indirecta.

El matemático, el físico, el químico, el especialista en Ciencias de la Tierra y de Astrofísica, etc., tiene un papel fundamental. Los rendimientos de la energía solar son todavía muy bajos: ¿cómo aumentarlos? La energía nuclear tiene aún muchos handicaps en su puesta en práctica (confinamiento de los residuos, fisión del plutonio y de sus derivados, seguridad cada vez más perseguida, etc.). Todo esto demanda modelizaciones más finas, análisis de modelos matemáticos no lineales y a veces no locales, fiabilidad de las simulaciones numéricas y validación experimental de los resultados, entre otros retos.

4. JERARQUIZAR LAS PRIORIDADES

¿Qué hacer ante las acciones posibles que causan efectos nocivos para el hombre? La inercia de las sociedades humanas y de los fenómenos geofísicos obliga a mencionar restricciones y hechos como los siguientes:

- Los sucesos climáticos (de origen tanto interno como externo al sistema climático) y en especial los sucesos extremos y sus consecuencias, sus amplificaciones que originan cambios bruscos e inestabilidades.
- La variación del nivel de los mares.
- El acceso al agua de calidad requerida (ver de Marsily (1991a) y sus referencias).
- La disponibilidad de las tierras cultivables, frente a la erosión y a la salinación: en una palabra, la degradación de los suelos.
- La disminución de tantos bosques de tropicales y de la vegetación en general.
- La «polución» del aire, las ciudades enfermas de carbón, de deshechos industriales y de los vientos que transportan esa polución.
- Las megaciudades y sus prolongaciones que afectan peculiarmente al comportamiento humano.
- La «polución» del espacio próximo y de los suelos, los lagos y los ríos (Wilson (2002)).
- La atmosfera de las regiones, más allá de las ciudades, por los transportes de los vientos y de las lluvias.
- La «polución» de suelos y la propagación de cuerpos tóxicos en subsuelos y acuíferos.
- Las aguas urbanas que han servido durante tanto tiempo como suministros de agua y como diluyentes de deshechos.
- Los océanos y los mares y la proliferación de residuos de origen humano y de especies vivas. Es el caso hoy día de Bangladesh, en el delta del Gange, del Bramapotre y del Meghna, riqueza y maldición de este país.
- Las costas «polucionadas» a través de los mares, por las mareas negras, etc.
- Las aguas subterráneas condenadas al aumento de concentraciones de cuerpos móviles en los subsuelos.
- El mundo microscópico muy bagamente considerado en las reglamentaciones internacionales en la protección contra las radiaciones, contra los compuestos químicamente activos fabricados

por el hombre mientras que ese mundo fue (y no ha dejado de serlo) la base invisible de toda la vida (y del alimento) sobre la Tierra.

- La desaparición de tantas especies por la proliferación de especies domésticas útiles al hombre que podría catalogarse como una verdadera invasión del mundo, adicional a la del hombre.
- La pérdida irreversible de una biodiversidad que siempre ha variado de manera natural, como también lo hace el sistema Tierra / Biosfera / Hombre, pero con su propia escala temporal: la de la biología, incomparablemente más lenta que la escala de tiempo de los hombres que está controlada por su cultura y en la que una generación humana es la unidad del tiempo (véase Braudel (1979), Wilson (1994) (1995), Heywood (2002) y Watson (2000)).
- Las dificultades de la protección de la salud en lo referente al marco del equilibrio natural (véanse Schwartz (2001), Ezratty y Le Merrer (2001)).

Para actuar sobre todo lo anterior, tan diverso, tan contradictorio con la demografía y las necesidades humanas, es preciso poseer elementos de juicio fundados sobre las variables de acción y de control en el sistema Tierra / Biofera / actividades humanas.

Estas bases de juicio requieren numerosos elementos: criterios de optimización del sistema (ventajas, inconvenientes, actuaciones, daños, riesgos peligrosos, incertidumbres, ignorancia, distribución de riesgos entre los que pueden enfrentarse a ellos, ventajas entre la situación presente y futura, etc.), variables de control y modelos matemáticos validados por las observaciones y que tengan en cuenta las restricciones y los estados con sus condiciones de contorno sobre las interfaces. Y todo lo anterior, sabiendo que jamás se podrá definir de manera total.

Los criterios a analizar deben contribuir a «jerarquizar» la importancia relativa, los calendarios, las prioridades y las urgencias de las acciones. En suma, deben introducir unas relaciones de orden.

En esta confusión de temas de estudio y de acción, de escalas de tiempo, de regiones favorecidas y desfavorecidas, de problemas locales y/o globales, entre todas las herramientas matemáticas citadas, la más importante a la hora de guiar en el tiempo, las regiones, los temas, los objetivos, las desgracias humanas, pero también la eficacia de los remedios es pues «el conjunto de criterios» de estos problemas de control óptimo acompañados de las restricciones, de las sensibilidades, de sus topes de irreversibilidad, etc. Es por medio de estos criterios como se produce fundamentalmente el diálogo entre los científicos y la sociedad. Obviamente, debe ser la sociedad quien decida.

¿Es resoluble la larga lista de problemas citada anteriormente (que obviamente no puede ser exhaustiva) en el marco de cada nación o es imprescindible un marco internacional? ¿Cuáles son las escalas de tiempo adecuadas? A nuestro juicio, si bien tales problemas pueden parecer inaccesibles a la especie humana, se podrían citar algunos elementos en los que aparecen posibilidades de acción que pueden ayudar a que el lector elabore su propio juicio personal. Entre ellos podemos mencionar los siguientes:

- Los problemas de Medio Ambiente (restringiéndonos a los que son locales) pueden ser abordables con las herramientas científicas y técnicas existentes, o en curso de desarrollo y de realización, en países desarrollados (de la OCDE) y los que van alcanzando su nivel científico y técnico. Pero ¿es posible restringirse a la resolución de los problemas propios de un sólo país? En el caso de los problemas globales (como los problemas climáticos) una contribución científica y técnica sustancial podría contribuir a poner en marcha procesos virtuales. Pero es necesario puntualizar que falta la unanimidad en la vía a seguir. Incluso en cada país aparece una guerra de regiones. Las luchas entre las «unidades activas»⁵ parecen dominar el acceso a la información y las realidades del debate. La competencia no puede dominar el acceso a la información que ellas detentan y menos aún al debate.
- Esos problemas de Medio Ambiente no son resolubles hoy día a escala mundial, al menos con las

⁵ Según Montbrial (2002), una unidad activa es un grupo humano cuyos miembros individuales están relacionados o bien por un sistema estable de prácticas, de referencias y de creencias (es decir de una cultura), o bien por una organización efectiva sobre el conjunto del grupo y destinada a fines de origen exterior e interior.

herramientas científicas y técnicas existentes y demandando una planificación en etapas temporales que obligase a resultados concretos

- C. Los progresos científicos y tecnológicos de un país, como por ejemplo China, pueden significar cambios muy trascendentes a la hora de atacar los problemas de Medio Ambiente antes citados.
- D. Las escalas de tiempo de las sociedades son función de la sensibilidad de la población y de su distribución por edades sobre estos temas: ¿es la generación la unidad conveniente?
- E. Es obvio que ningún grupo humano puede aislarse (valores como los derechos humanos, democracia etc. son hoy día conquistas globales pese a que su implantación no sea siempre respetada). En este mundo de comunicaciones y de transportes es técnicamente imposible mantenerse al margen del resto del mundo.
- F. Es pues a escala internacional y bajo la colaboración entre las naciones, como cabe esperar que posibles acciones que equilibren las limitaciones y las potencialidades de cada una de ellas, conduzcan a soluciones satisfactorias.
- G. Pero ¿cual es la escala de tiempo de las decisiones? ¿que humanos decidirán esas escalas y las acciones a tomar?
- H. ¿Como comenzar a hacer algo positivo en ese proyecto gigantesco de duración muy superior a la escala profesional humana en la que se mueven cada una de las personas que intervienen en la resolución? En conversaciones con nuestro comunmente admirado J. L. Lions, más de una vez hemos recurrido a un conocido proverbio:
- «Il vaut mieux allumer, même une toute petite lanterne, que de pester contre l'obscurité».*

Es equivalente a lo que Voltaire afirmaba en su *Candido*

«Cela est bien dit, répondit Candide, mais il faut cultiver notre jardin».

A nuestro juicio, hay dos puntos clave que intervienen directa o indirectamente en los riesgos y los remedios a los problemas antes citados: la energía liberada por los hombres y la información en un sentido amplio. Respecto de la primera, la necesidad se centra en generar energías respetuosas con el balance de los

gases de efecto de invernadero. Cada una debe ser adaptada a su uso. Algunas existen ya a escala industrial, otras están en fase de diseño. Es responsabilidad de toda la sociedad el desarrollar las que están en curso, hacer un buen uso de las que son ventajosas pero también de poner en evidencia los puntos perversos de cada una de ellas. La participación de los matemáticos no ha sido, ni es, ni será, inútil ante tamaño desafío. No parece necesario abundar más respecto del papel de la información en la sociedad en la que vivimos. Los ejemplos de lo que hoy día está a nuestro alcance y no lo estuvo en generaciones anteriores son interminables.

5. UNA PROPUESTA DE ACCIÓN COMÚN

Los problemas de Medio Ambiente / Biosphera / Hombre son tan numerosos que podrían involucrar a todas las disciplinas científicas, y a la práctica totalidad de los departamentos científicos del mundo entero. Y eso será así de manera constante. Las decisiones internacionales no dejarán de tener algo de aleatorio frente a la gravedad del tema; no tanto por las declaraciones de intención como más bien por las consecuencias que pretenden tener.

Además, habrá siempre que esperar la respuesta de los que se mofan de la ciencia con frases del estilo de que no ha habido que esperar a conocer la coagulación de las proteínas para poder hacer una tortilla, ni tampoco ha sido necesario conocer las bases de los microorganismos implicados en la fermentación para hacer quesos, ni de la biología para tener hijos. No podremos negar que los conocimientos empíricos tienen también su interés.

De todas formas, los especialistas científicos y sus instituciones no pueden negar su participación a este esfuerzo a escala mundial que trascenderá a generaciones futuras. Es bajo esta filosofía como se realizó el congreso organizado conjuntamente por la Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales y la Académie des Sciences, celebrado en Paris el 23 y 24 de mayo de 2002 (véase Brezis-Díaz (2003)).

Se nos ocurre que, como continuación de esa colaboración, esas dos academias de ciencias, la de España y la de Francia, podrían fijarse unos objetivos concre-



Algunos de los asistentes al congreso de las dos Academias de Ciencias, París, 23 y 24 de mayo de 2002



tos, de común interés, formulados con precisión y sobre un marco limitado, para trabajar en común y obtener resultados a corto término (por ejemplo, una década). Los avances podrían ser especialmente rápidos al menos en problemas de los que ya se posee una modelización madura y constatada. Esto podría permitir un cierto entrenamiento antes de abordar problemas más inasequibles.

A modo de ejemplo, se podría abordar un objetivo común referente al agua, a pequeña escala, como por ejemplo una región de cada país e involucrar en ese estudio a las instituciones científicas e industriales de ambas regiones. Lo mismo se podría hacer también en el campo de dos ecosistemas (terrestres o marinos) de tallas modestas y limítrofes, presentando un interés común. En el área de la energía se podrían considerar aquellas que no aumentan los gases de invernadero bajo un objetivo concreto y alcanzable a corto plazo. Que decir tiene, que poseyendo dos mares comunes,

nuestros dos países podrían abordar conjuntamente también algún problema concreto de común interés.

REFERENCIAS

1. Académie des Sciences (1990), L'effet de serre et ses conséquences climatiques. Rapport n° 25. TECDOC, Lavoisier, París.
2. Académie des Sciences (1994), L'effet de serre. Rapport n° 31, TECDOC, Lavoisier, París.
3. Académie des Sciences (1995), Biodiversité et environnement, Rapport n° 33, TECDOC, Lavoisier París.
4. Académie des Sciences (1997), La recherche scientifique et technique dans le domaine de l'énergie, Rapport commun n° 8 avec le CADAS, TECDOC Lavoisier, París.
5. Académie des Sciences (1998), Contamination des sols par les éléments en traces: les risques et leur gestion, Rapport n° 42, TECDOC, Lavoisier, París.
6. Académie des Sciences (1999), Pollution atmosphérique due aux transports et santé publique. Rapport n°12 en commun avec le CADAS, TECDOC, Lavoisier, París.
7. Académie des sciences (2000), Accès de tous à la connaissance, Préservation du cadre de vie, Amélioration de la santé: Trois enjeux. Rapport à Monsieur le Président de la République, sous la direction de J. L. Lions, TECDOC, Lavoisier, París.
8. Académie des Sciences (2001), L'énergie nucléaire civile dans le cadre temporel des changements climatiques, TECDOC Lavoisier.

9. F. Blasco, ed. (1997). Tendances nouvelles en modélisation pour l'environnement, Elsevier, Paris.
10. F. Braudel, (1979) I Civilisation matérielle, économie et capitalisme: XV-XVIII siècle. Les structures du quotidien; II Les jeux de l'échange, III Le temps du monde, Armand Colin, Paris.
11. H. Brezis, J. I. Díaz, eds. (2003), Mathematics and Environment, Número especial de la Rev. R. Acad. Cien. Serie A Matem, 96, n° 3.
12. K. O. Buesseler, P. W. Boyd (2003): Will ocean fertilization work?, Science 300, 67.
13. G. Cohen-Tannoudji (1991), Les constantes universelles; Hachette, Paris.
14. S. M. Colman (2002), A fresh look at glacial floods, Science, 296, 1251.
15. R. Costanza, R. d'Arge, R. de Groot, S. Farber, M. Grasso, B. Hannon, K. Limburg, S. Naeem, R. V. O'Neill, J. Paruelo, R. G. Raskins, P. Sutton, M. Van de Belt and al (1997): The value of the world's ecosystem services and natural capital, Nature 387, 253-260.
16. G. C. Daily, T. Soderqvist, S. Aniyar, K. Arrow, P. Dasgupta, P. R. Ehrlich, C. Folke, A. M. Jansson, B. O. Jansson, N. Kautsky, S. Levin, J. Lubchenco, K. G. Maler, D. Simpson, D. Starrett, D. Tilman, B. Walter (2000): The value of Nature and the nature of value, Science 289, 395-396.
17. R. Dautray (2002) Les bases scientifiques de l'effet de serre: le piégeage du rayonnement. Conférence du 16 septembre. Académie des Sciences.
18. R. Dautray, J. I. Díaz (2004). On the climate system and some of its mathematical models. Lecture (by J.I. Díaz) at of the School on Atmospheric Sciences and Climate Dynamics, Lisbon, July 12-16.
19. R. Dautray, J. I. Díaz (2004). Agir pour conserver l'environnement?: réflexions générales et analyse mathématique de deux problèmes concrets. *Apuntes de la XI Escuela Jacques-Louis Lions Hispano-Francesa sobre Simulación Numérica en Física e Ingeniería*, Cádiz, 20-24 septiembre, 2004 (M. Bernardou, F. Ortégón Gallego, eds.), Universidad de Cádiz, Cádiz, 77-118.
20. R. Dautray, J. L. Lions (1984) Analyse mathématique et méthodes numériques pour les sciences et les techniques, Masson, 1984 (8 tomes). Versión inglesa editada por Springer-Verlag, en 6 volúmenes en 2000.
21. A. S. Dennis (1980), Weather Modifications by Cloud Seeding. Academic Press. New York.
22. J. I. Díaz (2000) Clima y Matemáticas, Mundo Científico, n° 108, 42-45.
23. J. I. Díaz, ed., (1996) The Mathematics of Models in Climatology and Environment, ASI NATO Global Change Series, n° 48, Springer-Verlag, Heidelberg.
24. J. I. Díaz (1999). Teoría astronómica de Milankovitz y modelos climáticos de gran escala temporal. Revista de la Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Nat. de Madrid, 93, 27-31.
25. J. I. Díaz ed. (2003), Ocean Circulation and Pollution Control. A Mathematical and Numerical Inquiry, Lecture Notes, EMS Volume, Springer-Verlag.
26. J. I. Díaz, J. L. Lions eds. (1993). Mathematics, Climate and environment. Research Notes in Applied Mathematics n° 27, Masson, Paris.
27. J. I. Díaz, J. L. Lions eds. (1994), Environment, Economics and their Mathematical Models. Research Notes in Applied Mathematics n° 35, Masson, Paris.
28. J. I. Díaz, J. L. Lions (2003), On the Approximate Controllability of Stackelberg-Nash Strategies. In, Ocean Circulation and Pollution Control. A Mathematical and Numerical Inquiry, (J. I. Díaz ed.). Lecture Notes, EMS Volume, Proceedings of the Diderot Videoconference Amsterdam-Madrid-Venice, Lecture-Notes, Springer Verlag 2003, Springer-Verlag, 17-28.
29. J. Doden, (2002), American Physical Society News, January 2002, vol 11, n°1, p. 8.
30. V. Ezratty, M. Le Ferrer, editores (2001). Changements climatiques et maladies à vecteurs, EDF, Paris.
31. D. Gabay, J. L. Lions (1994), Décisions stratégiques à moindres regrets, C. R. Acad. Sci. Paris, t. 319, Série I, 1049-1056.
32. P. Harremoës et al, (2002). The Precautionary Principle in the 20th Century: Late Lessons from Warnings, Earthscan.
33. K. J. Heywood et al. (2002). High mixing rates in the abyssal southern ocean, Nature, 415, 1011-1014.
34. J. Houghton (1994) Global warming: the complete briefing, Lion Book.
35. J. T. Houghton et al. (2002) Climate change 2001; the scientific basis. Contribution of working group 1 to the third assessment. Report to the Intergovernmental Panel on Climate Change; Cambridge University Press.
36. H. Kitano (2002) Nature; 420, 206-210.
37. S. Knapp (2003), Conservation: dynamic diversity, Nature 42, 475.
38. F. X. LeDimet, J. Blum (2002), Assimilation des données pour les fluides géophysiques, Matapli, 67.
39. F. X. Le Dimet, Y. Hussaini, D. Furbish, P. Ngnpieba (2003). Errors and uncertainties in data assimilation. CESPR, Florida State University.
40. Y. Le Maho (2002). Ecophysiology: Nature and function ; Nature 416, 21 n° 6876.
41. J.-L. Lions (1990), El planeta Tierra. El papel de las

- Matemáticas y de los superordenadores. Serie del Instituto de España 8, Espasa-Calpe, Madrid.
42. J.-L. Lions (1998). Le simulateur de la Terre, Rev. R. Acad. Cien. Exact. Fis. Nat., 92, 71-85.
 43. J.-L. Lions (2000), Some Remarks on the Mathematical Modelling of Planet Earth System, Atti dei Convegni Lincei, Accademia Nazionale dei Lincei, 158, 2000, 73-93.
 44. J. R. McNeill (2000), Something new under the sun; an environmental history of the twentieth-century world, Norton and Cy.
 45. G. de Marsily (1991a) La gestion des eaux souterraines, Société hydrotechnique de France; XXI journées de l'hydraulique, Sophia Antipolis, 29-31 janvier 1991.
 46. G. de Marsily (1991b). Can we still hope to preserve uncontaminated groundwater resources for the next generation?, International hydrology and water resources symposium, Perth.
 47. P. de Montbrial (2002), Le système du monde, PUF, Paris.
 48. R. D. K. Newman, J. F. Banfield (2002), Geomicrobiology: How molecular scale interactions underpin biochemical systems, Science, 296, 1071.
 49. R. Omnès (2000). Comprendre la mécanique quantique, EDP, Sciences, Paris.
 50. I. Osborne, L. Rowan, R.D. Coontz (2002). Spacetime, Warped Branes and Hidden Dimensions. Science, vol 296, 24 may 2002, n° 5572, pp. 141-143.
 51. A. Païs (1982). The science and the life of Albert Einstein; Oxford university press.
 52. J. Polchinski (1998). String theory; vol 1 and 2; Cambridge University Press.
 53. B. Riemann (1867) «Sur les hypothèses qui servent de fondements à la géométrie» les Mémoires de la Société Royale de Göttingen, tome XIII.
 54. M. Schwartz (2001). Comment les vaches sont-elles devenues folles? Editions Odile Jacob.
 55. P.J. Steinhardt, N. Turok (2002). A cyclic model of the universe, Science, vol. 296, 1436-1439.
 56. K. Trenberth, ed., (1992). Climate system modelling, Cambridge University Press, 1992.
 57. R. T. Watson et al. (2000), IPCC special report on land use, land use change and forestry, Cambridge University Press, Cambridge.
 58. E. Wilson (1994). The diversity of life, Penguin.
 59. E. Wilson (1995). I am a naturalist, Warner Books.
 60. E. Wilson (2002). The future of life, Alfred A. Knop.