

# TEORÍA ASTRONÓMICA DE MILANKOVITCH Y MODELOS CLIMÁTICOS DE GRAN ESCALA TEMPORAL

(Teoría astronómica de Milankovitch, Climatología, modelos matemáticos)

J.I. DÍAZ, Académico Numerario de la Sección de Exactas.

Departamento de Matemática Aplicada. Facultad de Matemáticas, Universidad Complutense de Madrid, 28040 Madrid.

## ABSTRACT

We present a short survey of the astronomical Milankovitch theory of paleoclimates. Some recent references on the mathematical treatment of some climate models are also given.

## 1. INTRODUCCIÓN

En este trabajo presentaremos algunos modelos matemáticos para el estudio de las variaciones del clima a lo largo de grandes escalas temporales. El interés de la comunidad matemática sobre el clima data de siglos anteriores (véase Lions [16]). Así, por ejemplo, el tema propuesto por la Academia Francesa de Ciencias en la convocatoria del Premio de Matemáticas de 1738 versaba sobre *la causa del flujo y reflujo del mar*; resultando premiadas las memorias presentadas por Daniel Bernoulli, Euler y MacLaurin. Igualmente, la convocatoria del Premio de Matemáticas de la Academia de Ciencias de Prusia del año 1746 fijaba como tema *la causa general de los vientos* siendo, esta vez, premiado D'Alembert. Por otra parte, Pierre Simon de Laplace escribía en 1772:

He insistido particularmente sobre el flujo y reflujo del mar porque es, de todos los efectos de atracción de cuerpos celestes, el más próximo a nosotros y el más sensible: de hecho, me ha parecido muy indicado mostrar cómo se pueden reconocer y determinar por un gran número de observaciones, incluso poco precisas, las leyes y las causas de fenómenos de los cuales es imposible obtener las expresiones analíticas por la formación y la integración de sus ecuaciones diferenciales. Por ejemplo, los efectos del calor solar sobre la atmósfera, la producción de vientos alíseos y monzones, y las variaciones regulares, sean diurnas, anuales, del barómetro o del termómetro

Finalmente, J. Fourier, afirmaba en 1824:

El establecimiento y el progreso de las sociedades humanas, la acción de las fuerzas naturales, pueden cam-

biar notablemente y dentro de grandes regiones, el estado de la superficie del suelo, la distribución de las aguas y los grandes movimientos del aire. Dichos efectos son capaces de hacer variar el grado de calor medio a lo largo de varios siglos ...

Desde aquellas fechas hasta nuestros días numerosos matemáticos han volcado su esfuerzo en el estudio del clima. Uno de los múltiples problemas climáticos que han atraído poderosamente la atención de prestigiosos matemáticos es el estudio de las variaciones del clima a lo largo de grandes escalas temporales, lo que centrará nuestra atención en este trabajo.

La llamada *teoría astronómica de paleoclimas* tuvo sus antecedentes en los primeros contactos entre la geología glacial y la astronomía que datan del siglo pasado. Motivado por un célebre discurso del geólogo L. Agassiz, en 1837, sobre las morrenas de los glaciares en el que conjeturaba la existencia de periodos glaciares pasados, el climatólogo francés J.A. Adhémar encontraba, en 1842, una explicación a las observaciones y conjeturas de Agassiz a partir de los cambios ocurridos en la precesión de los equinoccios (tema considerado previamente por el climatólogo J. Herschel, en 1830). Los primeros cálculos de los cambios en la órbita planetaria de la Tierra, remontándose a un periodo anterior de  $10^5$  años, datan de 1855 y se deben al astrónomo Le Verrier (famoso por el descubrimiento de Neptuno a partir de las anomalías orbitales de Urano). Pero sería el climatólogo James Croll, quien inicia en 1864, una serie de trabajos en los que fija en sólo tres los factores astronómicos fundamentales que determinan la insolación y por tanto la justificación de épocas glaciares pasadas: la evolución del eje de rotación de la Tierra (*axial tilt*), la excentricidad orbital y la precesión. Su teoría (difícilmente identificable con un modelo matemático) se basaba en que el decrecimiento de la luz recibida del Sol (*insolación*) durante el invierno favorecía la formación de nieve y que el aumento de las regiones cubiertas de nieve provocaba una retroalimentación (*positive feedback*). Pese a los avances teóricos producidos los registros disponibles llevaban a desacuerdos teoría/observaciones. En 1921, el climatólogo R. Spitaler revoca la teoría de Croll proponiendo

los veranos largos y fríos como justificación de las glaciaciones. Pero sería el astrónomo yugoslavo Milutin Milankovitch (1879-1958) el primero en completar una teoría climática de las glaciaciones del Pleistoceno calculando los elementos orbitales y los subsiguientes cambios en la insolación y en el clima.

## 2. TEORÍA ASTRONÓMICA DE PALEOCLIMAS: M. MILANKOVITZ

La principal contribución de Milankovitch fue analizar la radiación solar a diferentes latitudes y en distintas estaciones con un enfoque matemático, produciendo tabulaciones y mapas de gran detalle. Además, relacionó esos datos con el balance de calor planetario determinado por el *albedo planetario* (fracción reflejada de la energía solar debida al color blanco de ciertas partes del globo terrestre) y la radiación de calor al exterior según la ley de Stefan en 1920). Sus primeros resultados fueron publicados en la memoria Milankovitch [17] y en ella obtuvo estimaciones globales sobre la evolución de lo que él llamó el *clima matemático*. Su teoría se basaba en que aunque la energía emitida por el Sol se mantuviese constante, la variación de los parámetros orbitales originaría cambios fundamentales en la distancia y orientación relativas entre la Tierra y el Sol, lo que podría justificar los ciclos de glaciaciones pasadas.

Pero referirnos a climas pasados nos obliga a mencionar las grandes etapas geológicas en las que se clasifican los miles de millones de años de la historia de nuestro planeta. Según numerosos autores (véanse referencias en Crowley [6]) a lo largo de los 4.600 millones de los que se supone que consta la historia de la Tierra diversas glaciaciones han tenido lugar especialmente en los últimos 400 millones de años. Conviene recordar que desde esa fecha hasta nuestros días encontramos los períodos del Paleozoico (hasta hace unos 220 millones de años), Mesozoico (hasta unos 65 millones de años y conteniendo el Triásico, Jurásico y Cretácico) y que el período más inmediato a nuestros días, el Cenozoico se divide a su vez en los períodos Terciario y Cuaternario. El Cuaternario comenzó al final del período terciario, hace unos 2,5 millones de años, y comprende hasta nuestros días. El Cuaternario se divide en Pleistoceno, que incluye los períodos glaciales, que es la primera y más larga parte del período, y Época Reciente o postglacial, también llamada Holoceno, que llega hasta nuestros días. El Pleistoceno, viene inmediatamente después del Plioceno en la escala de tiempos geológicos, se extiende desde comienzos del Cuaternario hasta hace unos 10.000 años y ha conocido unos 10 períodos glaciares (el último hace un millón de años). Se estima que, por ejemplo, la temperatura media de Europa central descendió de 20° a 5° al pasar del Terciario al Cuaternario.

En los años cincuenta del presente siglo Cesare Emiliani presentó la primera historia completa del avance y retroceso de los hielos durante las últimas glaciaciones basándose en el análisis isotópico de ciertos testigos (organismos marinos unicelulares que se alojan en las con-

chas) extraídos de los fondos marinos. Registros geológicos no marinos corroboran esas teorías<sup>1</sup>. Más recientemente (véase, por ejemplo, Mitchell [19], Imbrie e Imbrie [13], Imbrie y Shackleton [14]) diversos autores han llevado a cabo estudios sobre el espectro de las variaciones climáticas que pretenden cubrir los miles de millones de años de historia de nuestro planeta. La descomposición de Fourier de la curva de volumen de hielo conduce a representaciones espectrales en las que la amplitud de las componentes sinusoidales es mostrada en función de su período. Los resultados concuerdan poderosamente con las teorías de Milankovitch: las tres amplitudes mayores del espectro corresponden (aproximadamente) a 100.000, 43.000 y 24.000 años: períodos calculados por él para las variaciones periódicas de la excentricidad de la órbita, inclinación y fecha del perihelio (momento de máxima proximidad al Sol) respectivamente.

Pero recordemos brevemente la teoría astronómica de paleoclimas de Milankovitch. En primer lugar recordemos que los cambios estacionales que experimentamos en la Tierra vienen motivados por la inclinación del eje de rotación con respecto a la perpendicular al plano de la órbita. Por ejemplo, durante los meses de junio, julio y agosto el hemisferio Norte apunta hacia el Sol y recibe más radiación solar de la que recibiría en caso de que el eje fuese perpendicular al plano orbital. En el hemisferio Sur sucede lo contrario y a los seis meses se invierten los papeles. En la actualidad esa inclinación es de 23° y medio y los cálculos de la Mecánica Celeste (atracción gravitatoria de la Luna y de otros planetas sobre la Tierra) muestran una variabilidad en un intervalo del orden de [21,5, 24,5] con una periodicidad de unos 40.000 años. Pero además, la órbita terrestre es una elipse que tiene al Sol en uno de los focos. La distancia al Sol varía pues con la época del año. Curiosamente, para nosotros, habitantes del hemisferio Norte, en enero (el día 3) la Tierra está en su perihelio y en julio en su afelio (posición más lejana al Sol). Esto hace que nuestros inviernos sean más templados y los veranos más frescos que los que tendríamos si la órbita fuese circular. La deformación de una elipse con respecto a una circunferencia se mide por su excentricidad (nula en el caso de una circunferencia). En el caso de nuestro planeta, la excentricidad actual es de 0,017 y los cálculos de la Mecánica Celeste muestran una variabilidad en un intervalo del orden de [0,005, 0,06] con una periodicidad de unos 100.000 años. Finalmente, la Tierra puede ser entendida como un sólido rígido que rota en torno a su eje que a su vez está en movimiento. En la actualidad el eje apunta a la Estrella Polar pero, de hecho, los cálculos de la Mecánica Celeste muestran que el eje sufre una lenta precesión describiendo una circunferencia respecto a la referencia fija de las estrellas lejanas tardando unos 26 años en describir tal circunferencia.

No parece esta la ocasión adecuada para entrar en detalle sobre los métodos matemáticos de la Mecánica Celeste que conducen a los resultados antes mencionados. A gran-

<sup>1</sup> Véanse, por ejemplo, las exposiciones de diversos autores en el primer volumen del libro de Berger et al [3].

des rasgos y por mencionar algunos de ellos señalaremos que los datos orbitales se obtienen a través de la ley de atracción universal de Newton y que únicamente en el caso del llamado problema de los dos cuerpos se posee una solución exacta que permite demostrar rigurosamente las tres leyes de Kepler obtenidas por él de manera empírica. Los llamados métodos de perturbaciones son los más usuales para abordar el problema de los tres cuerpos. Cuando las perturbaciones se suponen dependientes del tiempo los cálculos orbitales a gran escala temporal se realizan con el llamado método de variación de las constantes. Para ello se comienza por pasar de la formulación Newtoniana a la formulación Hamiltoniana vía las ideas iniciales de Lagrange. Pero de acuerdo con las investigaciones de Hamilton, Liouville y Poincaré, en el caso de la Mecánica Celeste son más apropiadas las perturbaciones independientes del tiempo (perturbaciones seculares de Laplace). El estudio de la estabilidad del sistema planetario llevó a Poincaré a la investigación de las llamadas soluciones cuasi-periódicas (soluciones constituidas por la suma de funciones trigonométricas con frecuencias racionales desacopladas). En el caso del problema de los tres cuerpos, la existencia de soluciones cuasi-periódicas fue establecida por Poincaré. Posteriormente Kolmogorov conjeturó que «la mayoría» de las soluciones del problema de los tres cuerpos eran cuasi-periódicas, hecho que fue mostrado bajo hipótesis adicionales por Arnold y Moser dando lugar a una compleja teoría que hoy es conocida como teoría KAM. Esta teoría ha suministrado los pocos resultados conocidos sobre el problema de la estabilidad del sistema planetario pese a ser un tema central en las investigaciones matemáticas desde el siglo XVIII.

Con la aparición en escena de los satélites artificiales el cálculo, lo más exacto posible, de las trayectorias orbitales se hizo urgente y necesario. Las facilidades de computación de los ordenadores actuales han permitido llevar a la práctica distintos métodos de integración numérica de las ecuaciones diferenciales involucradas. La mayoría de las veces, los llamados métodos híbridos, en los que se combinan métodos de integración numérica con métodos de perturbaciones, son los que proporcionan mejores resultados.

Volviendo a la variabilidad del clima terrestre, es claro que la variación de los parámetros orbitales de la Tierra produce variaciones en la cantidad de radiación solar recibida a una latitud dada y en una cierta época del año. El gran mérito de Milankovitch consistió en el cálculo laborioso de las variaciones de la función de insolación originadas por los cambios orbitales. Las llamadas curvas de radiación de Milankovitch sugieren formas posibles en las que esas fluctuaciones orbitales han podido modificar el clima pasado. Así, el aumento de la inclinación del eje potencia los rigores del ciclo estacional (inviernos más fríos y veranos más cálidos). Además, una variación en la fecha del perihelio (motivada por variaciones de la excentricidad y la precesión) aumenta la intensidad de las estaciones en un hemisferio y las disminuye en el otro. Es claro que los cambios en la excentricidad pueden conducir a pequeños cambios en la insolación global anual mientras que los cambios en la incli-

nación y en la precesión solo alteran la distribución de la insolación con la estación del año y con la latitud pero no la insolación total anual.

Un estudio más preciso de las repercusiones de la variabilidad de la función de insolación nos conduce de manera natural a la descripción de los modelos matemáticos climáticos.

### 3. MODELOS PALEOCLIMÁTICOS

Los modelos matemáticos de mayor simplicidad son los denominados Modelos de Balance de Energía y fueron introducidos en 1969 por M.I. Budyko y W.D. Sellers de forma independiente. Estos modelos de diagnóstico tratan de entender la evolución global del clima de nuestro planeta. Su principal característica es la sensibilidad de la temperatura frente a pequeñas variaciones de parámetros solares o terrestres. Este tipo de modelos ha sido utilizado también para estudiar la teoría de Milankovitch sobre los pasados periodos de glaciación.

El modelo se obtiene a partir de un balance de energía en la superficie de la Tierra:

$$\text{incremento de calor} = R_a - R_e + D$$

donde  $R_a$  y  $R_e$  modelizan las componentes internas del sistema climático y representan respectivamente la energía absorbida y emitida por la superficie terrestre.  $D$  representa la redistribución de calor dada mediante un operador de difusión de segundo orden. Una característica importante es que el dominio espacial es toda la superficie de la Tierra

Expresemos matemáticamente cada uno de los componentes del balance anterior en función de la temperatura superficial. Denotaremos por  $u(x, t)$  la distribución de la temperatura sobre la superficie terrestre, expresada puntualmente tras un proceso standard de promedios, donde la variable espacial  $x$  es un punto de la superficie terrestre que podemos identificar con una variedad Riemanniana compacta y sin borde  $\mathcal{M}$  (como por ejemplo la superficie esférica  $S^2$ ), y  $t$  es la variable temporal.

El incremento de calor es el producto de la capacidad calorífica  $c$  por la derivada temporal de la función temperatura  $u$ . La energía absorbida por la atmósfera  $R_a$  depende del *coalbedo* planetario  $\beta$ . La función *coalbedo* toma valores comprendidos entre 0 y 1, y representa la fracción de la energía recibida que es absorbida por la superficie, es decir, es el cociente entre la energía absorbida y la energía incidente. En zonas cubiertas de hielo se refleja más la luz solar que en los océanos y por tanto el *coalbedo* es mayor en estas últimas. Se observa que existen zonas muy próximas con *coalbedos* muy diferentes. En los modelos de balance de energía se considera una variación rápida del *coalbedo* en un entorno de una temperatura crítica que usualmente se toma como  $u = -10^\circ\text{C}$ . Esta variación rápida es modelizada por

medio de una función discontinua en el llamado *modelo de tipo Budyko*

$$\beta(u) = \begin{cases} \beta_i & u < -10 \\ \beta_w & u > -10, \end{cases}$$

donde  $\beta_i$  y  $\beta_w$  representan el coalbedo de la zona helada (hielos terrestres y marinos) y del resto de la superficie terrestre, respectivamente, y se supone que  $0 < \beta_i < \beta_w < 1$  (a partir de observaciones realizadas por satélites como el *Earth Radiation Budget Satellite* se conoce actualmente su valor aproximado).

En el llamado *modelo de tipo Sellers*,  $\beta(u)$  es una función más regular (Lipschitziana, al menos). En ambos modelos se tiene que la energía absorbida viene dada por  $R_a = QS(x,t)\beta(u)$  donde  $S(x,t)$  es la función de insolación y  $Q$  es una constante denominada *constante solar*. La función de insolación es claramente una función de la latitud y su cálculo en épocas pasadas se debe a Milakovitz. La superficie de la Tierra y la atmósfera, así calentadas por el Sol, reemiten el flujo solar absorbido en forma de radiación infrarroja de grandes longitudes de onda. Esta energía liberada por la Tierra,  $R_c$  es representada, en el modelo de Budyko, según la ley de enfriamiento de Newton, esto es, por una función afín en  $u$ ,

$$R_c(u) = Bu + C$$

con  $B$  y  $C$  parámetros positivos obtenidos mediante observación, y que pueden depender de fenómenos tales como el *efecto invernadero*. Por el contrario, en el modelo de Sellers,  $R_c$  se expresa en grados Kelvin por medio de la ley de Stefan-Boltzman

$$R_c(u) = \sigma u^4$$

donde  $\sigma$  es una constante positiva denominada constante de emisión. La difusión de calor  $D$  viene dada por la divergencia, del flujo de calor por conducción  $F_c$  más el flujo de calor por advección  $F_a$ . La ley de Fourier expresa

$$F_c = k_c \nabla u$$

donde  $k_c$  es el *coeficiente de conducción*. El flujo de calor por advección viene dado por

$$F_a = \mathbf{v} \cdot \nabla u$$

y por convenios bien aceptados (véase p.e. Ghil-Childress [12]) la velocidad del flujo atmosférico  $\mathbf{v}$  en escalas planetarias puede sustituirse por un coeficiente de difusión  $k_a$ . Así,  $D = \text{div}(k \nabla u)$  con  $k = k_c + k_a$ . En los primeros modelos analizados en la literatura el coeficiente de difusión se supuso dado por una constante positiva. Posteriormente, P.H. Stone, (en 1972) propuso un coeficiente de la forma  $k = |\nabla u|$ , incluyendo así el efecto *feedback* negativo producido por las corrientes atmosféricas de gran escala. Nótese que en este caso la difusión de calor viene dada por el operador

$$D = \text{div}(|\nabla u| \nabla u)$$

Un buen número de autores (North, 1979), (Hetzer, 1990), (Xu, 1991), (Díaz, 1993) han abordado un problema unidimensional simplificado. La simplificación realizada tiene su base en múltiples observaciones que muestran que la convección meridional es considerablemente pequeña frente a la longitudinal. Este hecho conduce a introducir como incógnita  $u$  la temperatura media sobre cada paralelo. De este modo, el modelo bidimensional se reduce a un modelo unidimensional cuando la variedad  $\mathcal{M}$  se supone dada por la superficie de la esfera sobre la que se toman coordenadas esféricas. El modelo resultante es

$$cu_t - \left( (1-x^2) \Big|_{u_x} \Big|_{u_x} \right) = QS(x,t)\beta(u) - R_c(u)$$

donde  $x = \text{sen}\theta$ , siendo  $\theta$  la latitud.

A veces a estos modelos se les conoce como *modelos paleoclimáticos*. Autores que han abordado la formación de glaciaciones con estos modelos son North-Coakley (1979), Suarez-Held [23] y North-Short-Mengel [20]. Algunos resultados sobre el análisis matemático de estos modelos son Díaz-Tello [11], Bermejo-Díaz-Tello (1998), Díaz-Hernández-Tello [9], Arcoya-Díaz-Tello (1998), Hetzer-Díaz (1997) y Badii-Díaz [1], entre otros

Otro tipo de modelos matemáticos relacionados con climas pasados se refieren a modelos escalares de casquetes polares (véase, por ejemplo, Hutter (1983), Fowler (1992), Díaz-Schiavi [10]). Autores que han incorporado a esos modelos la variabilidad de los ciclos de insolación son Imbrie-Imbrie [13], Pollard [21], Peltier-Hyde (1984), Watts-Hayder (1984), Oerlemans (1980), Denton (1988), Birchfield-Weertman (1978). Es ilustrativo observar la gran concordancia entre los resultados de Pollard [21] sobre el volumen de hielo y los registros isotópicos geológicos.

Modelos más sofisticados acoplan las ecuaciones de la temperatura superficial con las del volumen de hielo y la elasticidad del manto que soporta las masas de hielo. En particular, en el trabajo Le Treuet-Ghil [15] se logra justificar la periodicidad de 100.000 años.

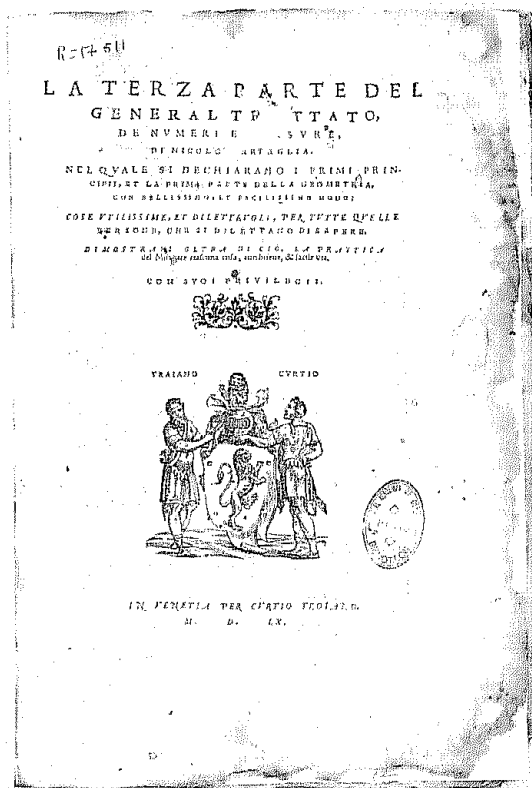
Un último tipo de modelos son los que analizan la variabilidad de la salinidad oceánica. La motivación es la postura crítica ante la condición para la glaciación de que los veranos sean adecuadamente fríos en el hemisferio Norte. ¿Qué se puede decir del hemisferio Sur? ¿Por qué los glaciares de montaña apuntan hacia el Sur? Estudios de este tipo de modelos son debidos a Broecker-Denton [5], Stommel (1961), Rahmstorf (1995)

## BIBLIOGRAFÍA

1. Badii, M. and Diaz, J.I. (1999): Time Periodic Solutions for a Diffusive Energy Balance Model in Climatology. *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, 233, pp. 713-729.

2. Berger, A. (1988): Milankovitz Theory and Climate, Reviews of Geophysics, **26**, nº 4, pp. 624-657.
3. Berger, J. Imbrie, J., Hays, G., Kukla, G., and Saltzman, B. [eds.] (1984): Milankovitz and Climate, NATO ASI Series, Reidel, Dordrecht. Dos volúmenes.
4. Bermejo, R. (1994): Numerical Solution to a Two-Dimensional Diffusive Climate Model, en Modelado de sistemas en Oceanografía y Ciencias Medio-ambientales, A. Valle ed., Public. Univ. de Malaga, pp. 15-30.
5. Broecker, W.C., and Denton, G.H. (1989): The Role of Ocean-Atmosphere Reorganizations in Glacial Cycles, Geochimica et Cosmochimica Acta, **53**, pp. 2465-2501.
6. Crowley, T. J. (1983): The geologic record of climatic change, Rev. Geophys., **21**, pp. 828-877.
7. Crowley, T. J. (1988): Paleoclimate modelling. En Physically-Based Modelling and Simulation of Climate and Climate Change, Part 2. M. E. Schlesinger ed., NATO ASI Series, Kluwer, Dordrecht, pp. 883-950.
8. Díaz, J.I., [ed.] (1997): The Mathematics of Models for Climatology and Environment, NATO ASI Series, Springer, Berlin.
9. Díaz, J.I., Hernández, J. y Tello, L. (1997): On the multiplicity of equilibrium solutions to a nonlinear diffusion equation on a manifold arising in Climatology, Journal of Mathematical Analysis and Applications, **216**, pp. 593-613.
10. Díaz, J.I. and Schiavi, E. (1999): On a degenerate parabolic/hyperbolic system in Glaciology giving rise to a free boundary. Nonlinear Analysis, **38**, pp. 649-673.
11. Díaz, J.I. and Tello, L. (1999): On a nonlinear parabolic problem on a Riemannian manifold without boundary arising in Climatology, Collectanea Mathematica, **50**, pp. 19-51.
12. Ghil, M. and Childress, S. (1987): Topics in Geophysical Fluid Dynamics: Atmospheric Dynamics, Dynamo Theory and Climate Dynamics, Springer-Verlag, Berlín.
13. Imbrie, J. and Palmer Imbrie, K. (1979): Ice Ages: Solving the Mystery, Mac Millan Press, Londres.
14. Imbrie, J. and Shackleton, N. (1986), Climatic variability: The spectrum of high-latitude sea-surface temperature over 10 frequency decades, Eos Trans. AGU, **67**, p. 878.
15. Le Treut, H., and Ghil, M. (1983): Orbital forcing, climatic interactions and glaciation cycles, J. Geophys. Res., **88**, pp. 5167-5190.
16. Lions, J.-L. (1990): El planeta Tierra: el papel de las matemáticas y de los superordenadores, Espasa Calpe, Serie del Instituto de España.
17. Milankovitz, M. (1920) Théorie mathématique des phénomènes thermiques produits par la radiation solaire, Academie Yugoslave des Sciences et des Arts de Zagreb, Gauthier-Villars, Paris.
18. Milankovitz, M. (1941): Kanon der Erdbestrahlung, R. Siberian Acad. Spec. Publ. Sect. Math. Nat. Sci., **33**.
19. Mitchell, J.M. (1976): An overview of climate variability and its causal mechanisms, Quat. Res., **6**, pp. 481-493.
20. North, G.R., Mengel, J.G. and Short, D.A. (1983), Simple energy balance model resolving the seasons and the continents: Application to the astronomical theory of the ice ages, J. Geophys. Res., **88**, pp. 6576-6586.
21. Pollard, D. (1982): A simple ice sheet model yields realistic 100 kyr glacial cycles, Nature, **296**, pp. 334-338.
22. Puigcerver, M. [ed.] (1991): El Clima, Libros de Investigación y Ciencia, Barcelona.
23. Suarez, M.J. and Held, I.M. (1979): The Sensitivity of an Energy Balance Climate Model to Variations in the Orbital Parameters, Journal of Geophysical Research, **84**, nº C8, pp. 4825-4836.

SERIE «LIBROS ANTIGUOS»  
REAL ACADEMIA DE CIENCIAS



Tartaglia, Niccolò

*La terza [-sesta] parte del General trattato de' numeri et  
misure / di Nicolo Tartaglia... - In Venetia : per  
Curtio Troiano, 1560.*