

# **Teoría astronómica de Milankovitch y modelos climáticos de gran escala temporal**

*J.I. Díaz*

*Real Academia de Ciencias*

Departamento de Matemática Aplicada, Facultad de Matemáticas

Universidad Complutense de Madrid

Seminario:

**“El clima y sus efectos: conocimiento e incertidumbres”**

Real Academia de Ciencias, 10, 11 y 12 de Noviembre, 1998

# Plan

- 1. Introducción.
- 2. Teoría astronómica de paleoclimas: M. Milankovitz
- 3. Modelos paleoclimáticos.
- 4. Conclusiones

# 1. Introducción

- **Pioneros “matemáticos” estudiosos del clima**
- Convocatoria, en 1738, del Premio de matemáticas de la Academia Francesa de Ciencias sobre “la causa del flujo y reflujo del mar”. Premiados: *Daniel Bernoulli, Euler y MacLaurin*
- Convocatoria, en 1746, del Premio de matemáticas de la Academia de Ciencias de Prusia sobre “ la causa general de los vientos”. Premiado: *D'Alembert*
- *Pierre Simon de Laplace*, en 1772, escribía:

- *He insistido particularmente sobre el flujo y reflujo del mar porque es, de todos los efectos de atracción de cuerpos celestes, el más próximo a nosotros y el más sensible: de hecho, me ha parecido muy indicado mostrar cómo se pueden reconocer y determinar por un gran número de observaciones, incluso poco precisas, las leyes y las causas de fenómenos de los cuales es imposible obtener las expresiones analíticas por la formación y la integración de sus ecuaciones diferenciales. Por ejemplo, los efectos del calor solar sobre la atmósfera, la producción de vientos alíseos y monzones, y las variaciones regulares, sean diurnas, anuales, del barómetro o del termómetro*
- **J. Fourier**, afirmaba en 1824:
- *El establecimiento y el progreso de las sociedades humanas, la acción de las fuerzas naturales, pueden cambiar notablemente y dentro de grandes regiones, el estado de la superficie del suelo, la distribución de las aguas y los grandes movimientos del aire. Dichos efectos son capaces de hacer variar el grado de calor medio a lo largo de varios siglos ...*

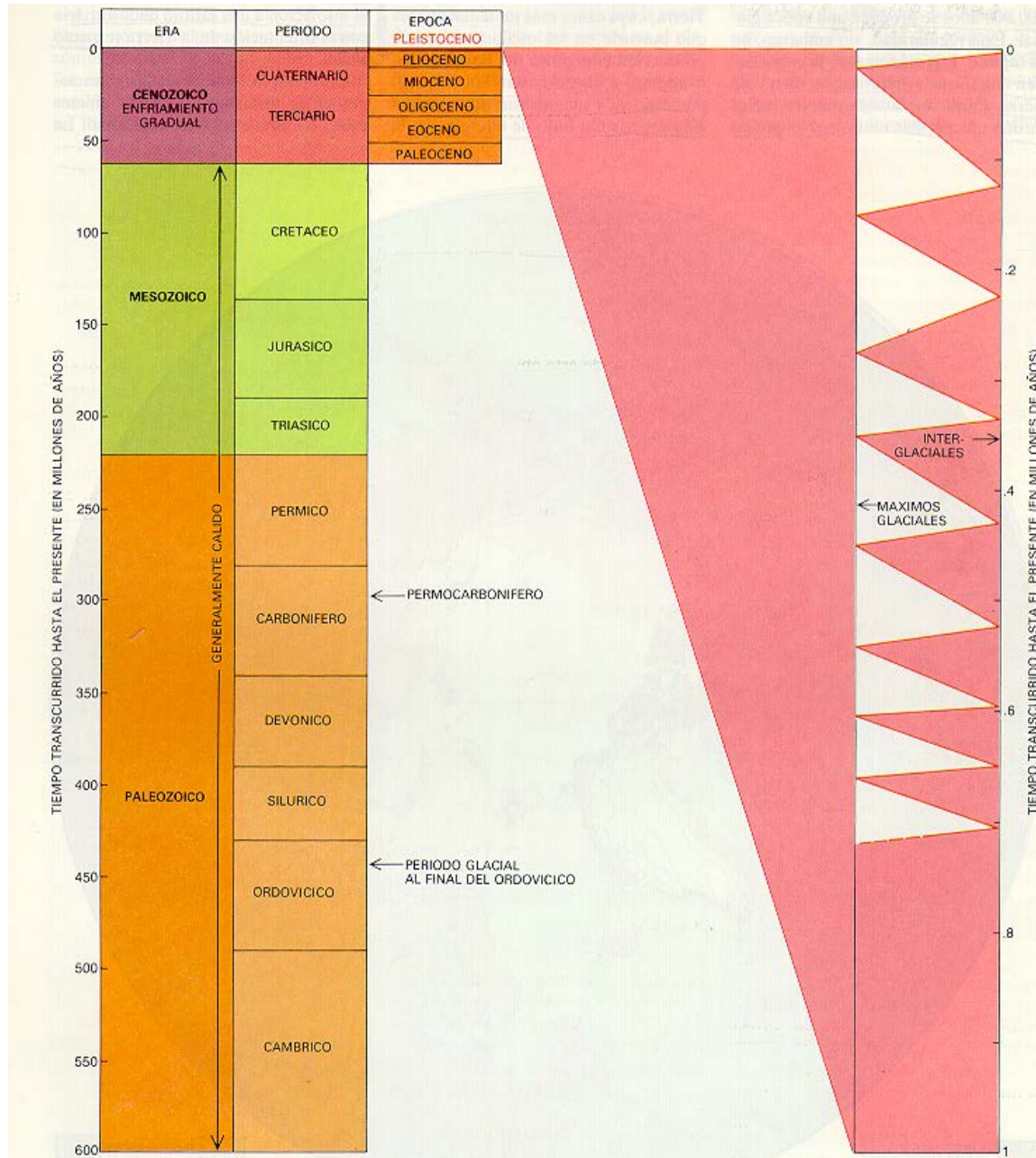
- Otros matemáticos (astrónomos, ...)
- Contactos entre la geología glacial y la astronomía
  - *Agassiz* , en 1837-1838, observaciones sobre las morrenas de los glaciares
  - *Adhemar*, en 1842, explica las observaciones y las conjeturas de Agassiz a partir de la precesión de los equinoccios.
  - *James Croll*, en 1850, introduce un modelo que utiliza los tres factores astronómicos fundamentales que determinan la insolación estacionaria;
    - la evolución del eje de rotación de la Tierra,
    - la excentricidad orbital
    - la precesión
  - [*Spitaler* rechaza, en 1921, la teoría de Croll por desacuerdos teoría/observaciones]. Inadecuadas “condiciones iniciales”

# *Milutin Milankovitch* (1879-1958)



- estudios sobre (en 1920)
- irradiación solar en distintas latitudes a lo largo de las estaciones,
- cálculo de tablas de gran precisión.
- parte reflejada de la energía solar (a partir del albedo planetario y de la ley de Stefan)
- estimaciones globales sobre la evolución de lo que él llamó *el clima matemático*

# 500 millones de años de Historia frente a 4.600





# Registros geológicos

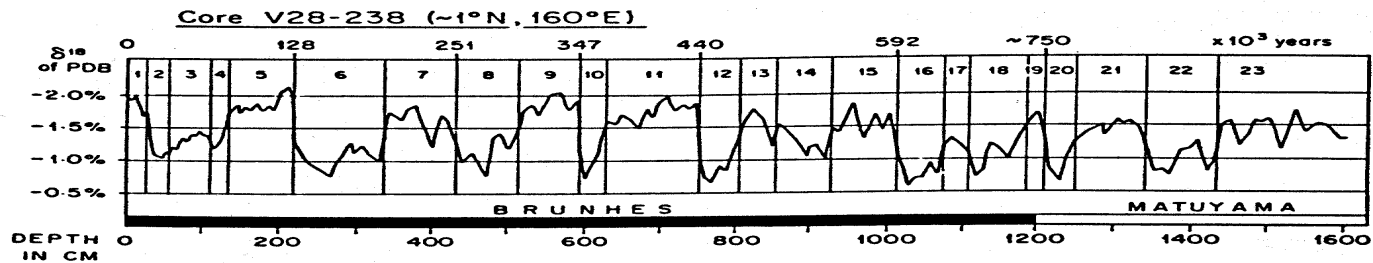
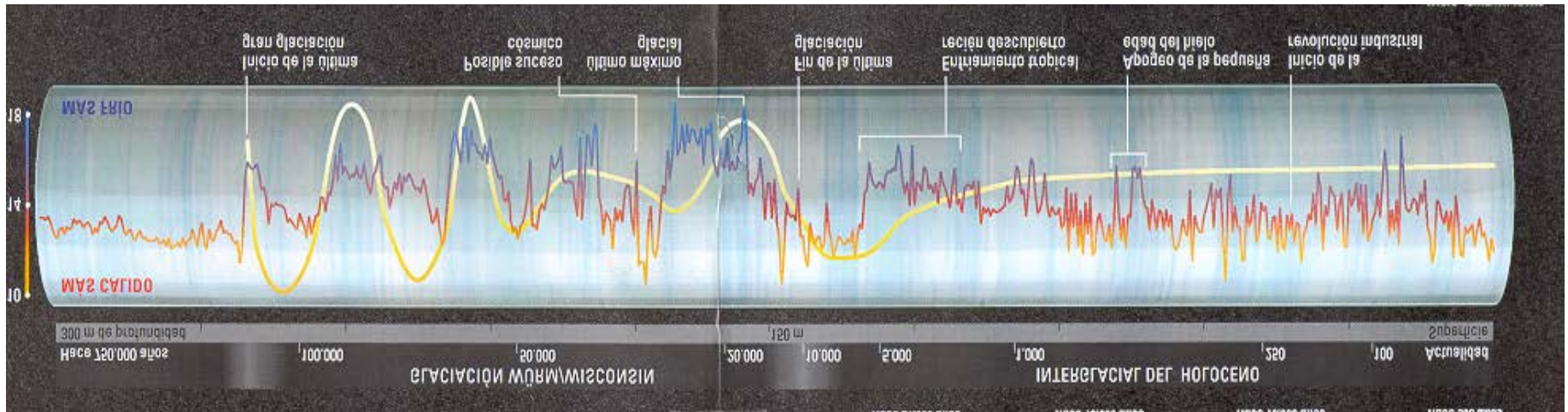


Fig. 5. Oxygen isotope and paleomagnetic record of the last 1.6 Myr in core V28-238 from the equatorial Pacific ( $\sim 1^\circ\text{N}$ ,  $160^\circ\text{E}$ ). Isotope stages are shown in the upper part of the diagram. Isotopic values are from measurements on *Globigerinoides sacculifer* (after Shackleton and Opdyke [1976, p. 453] with permission from the authors and the Geological Society of America).





# Espectro de variaciones climáticas

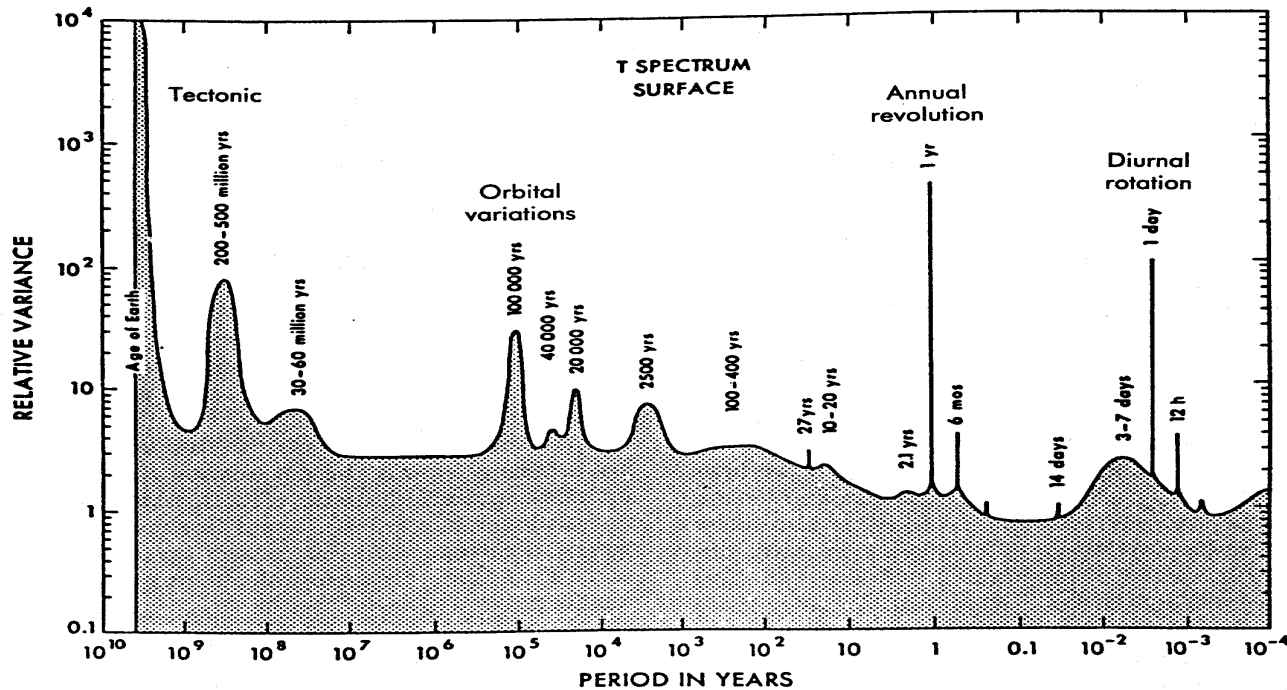
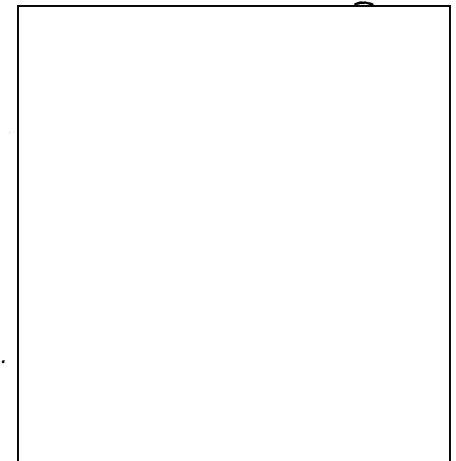
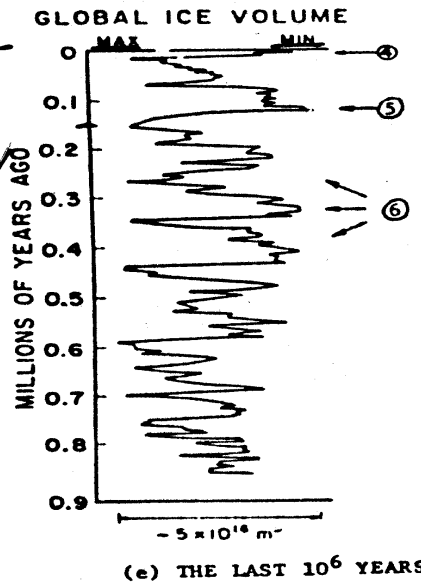
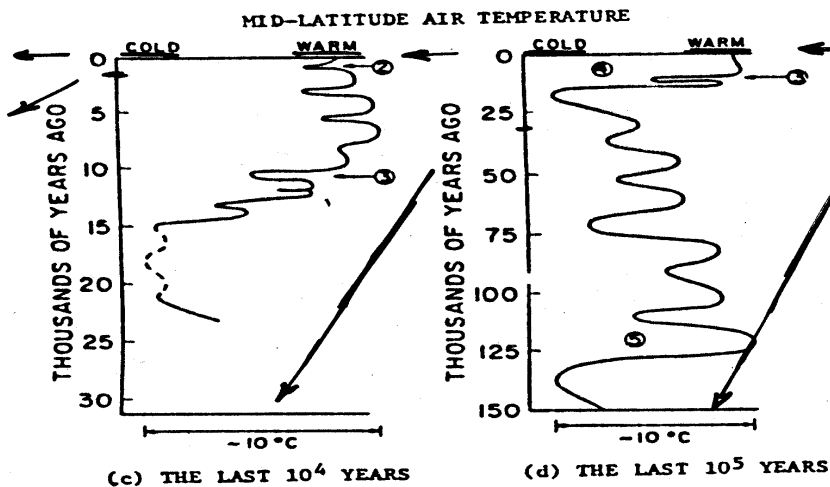
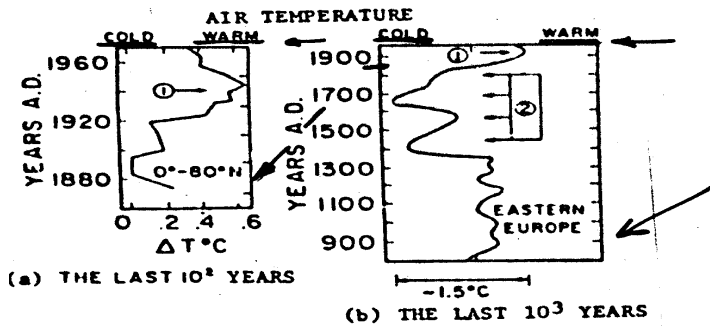
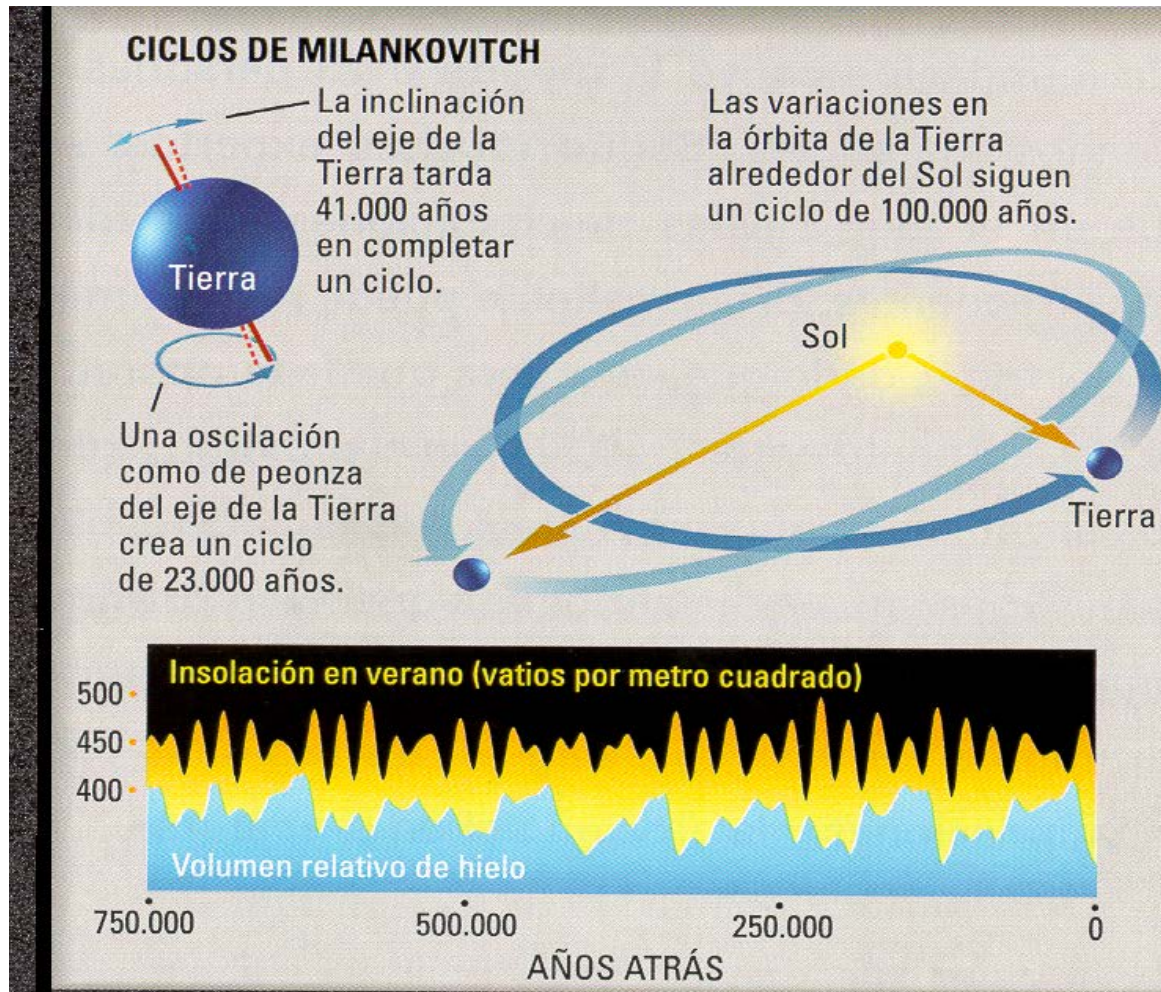


Fig. 2. Tentative spectrum of climatic variations. Estimate of relative variance of climate over all periods of variation. A background level of variability, deriving from internal stochastic mechanisms and corresponding to a low degree of predictability, appears to increase in amplitude toward the longer time scales and to be overlaid by band-limited variability, due to external forcing processes and corresponding to a high degree of predictability (adapted from Mitchell [1976]).

# Temperaturas estimadas en distintas escalas de tiempo

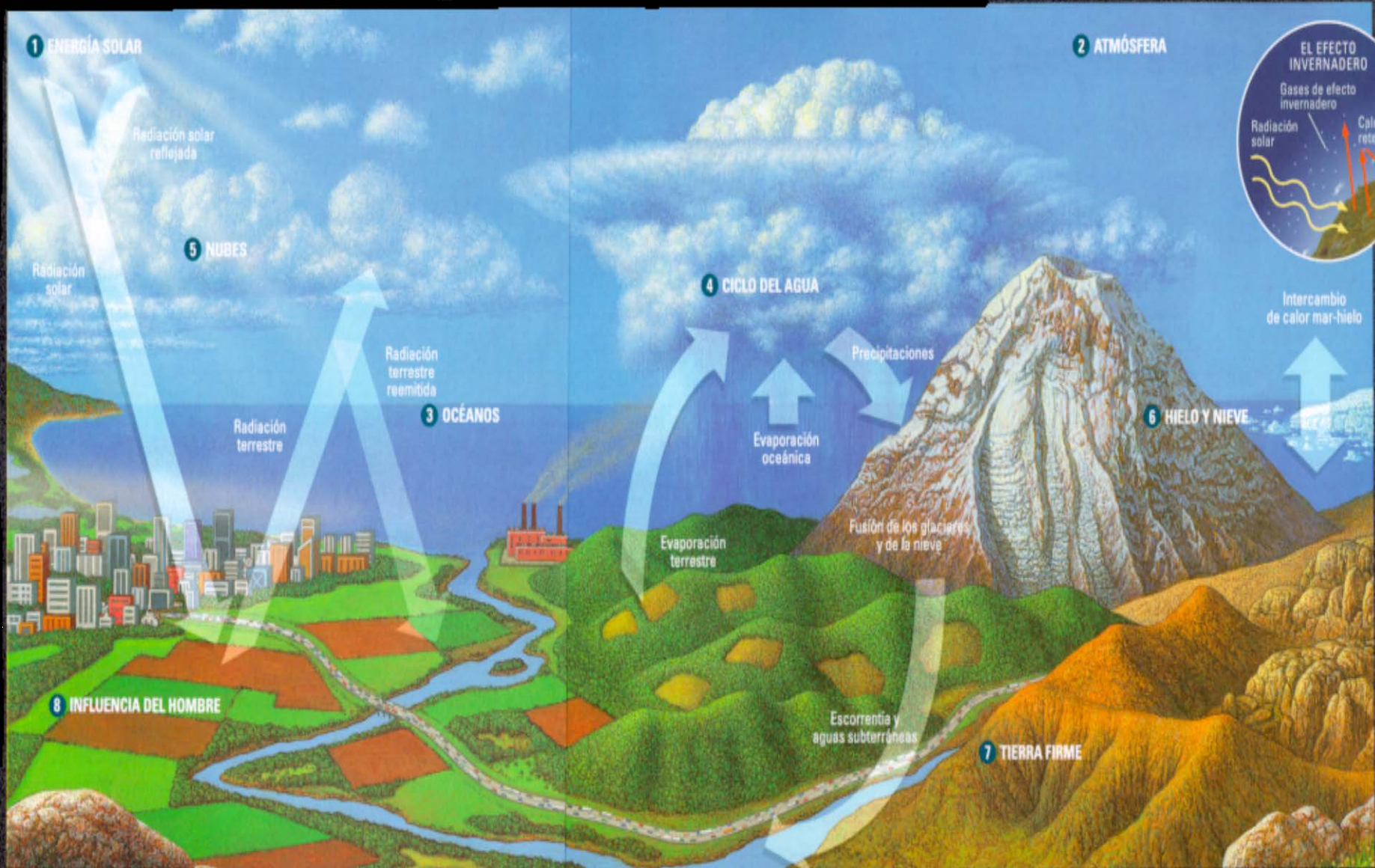


## 2. Teoría astronómica de paleoclimas: Milankovitch

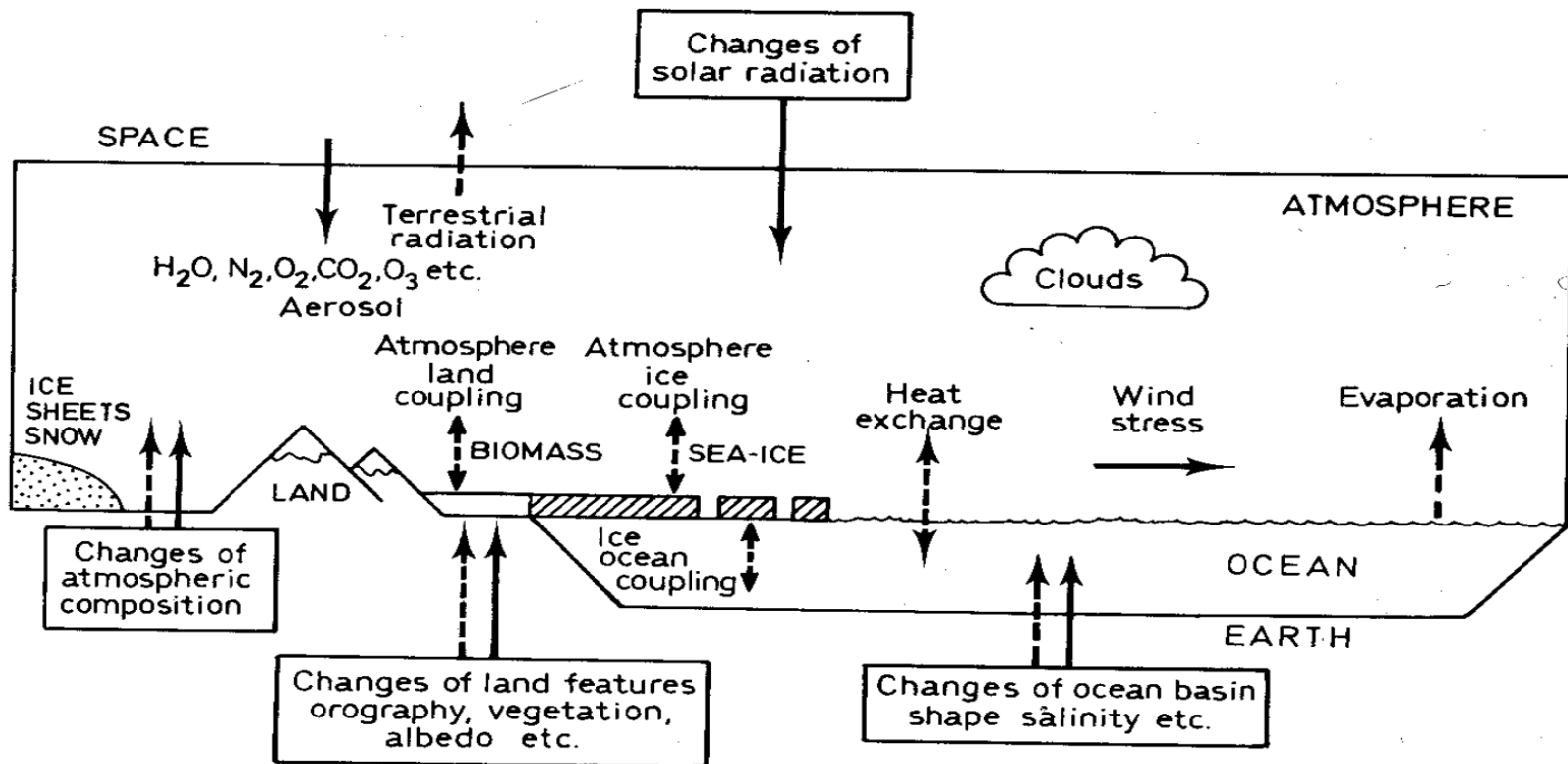




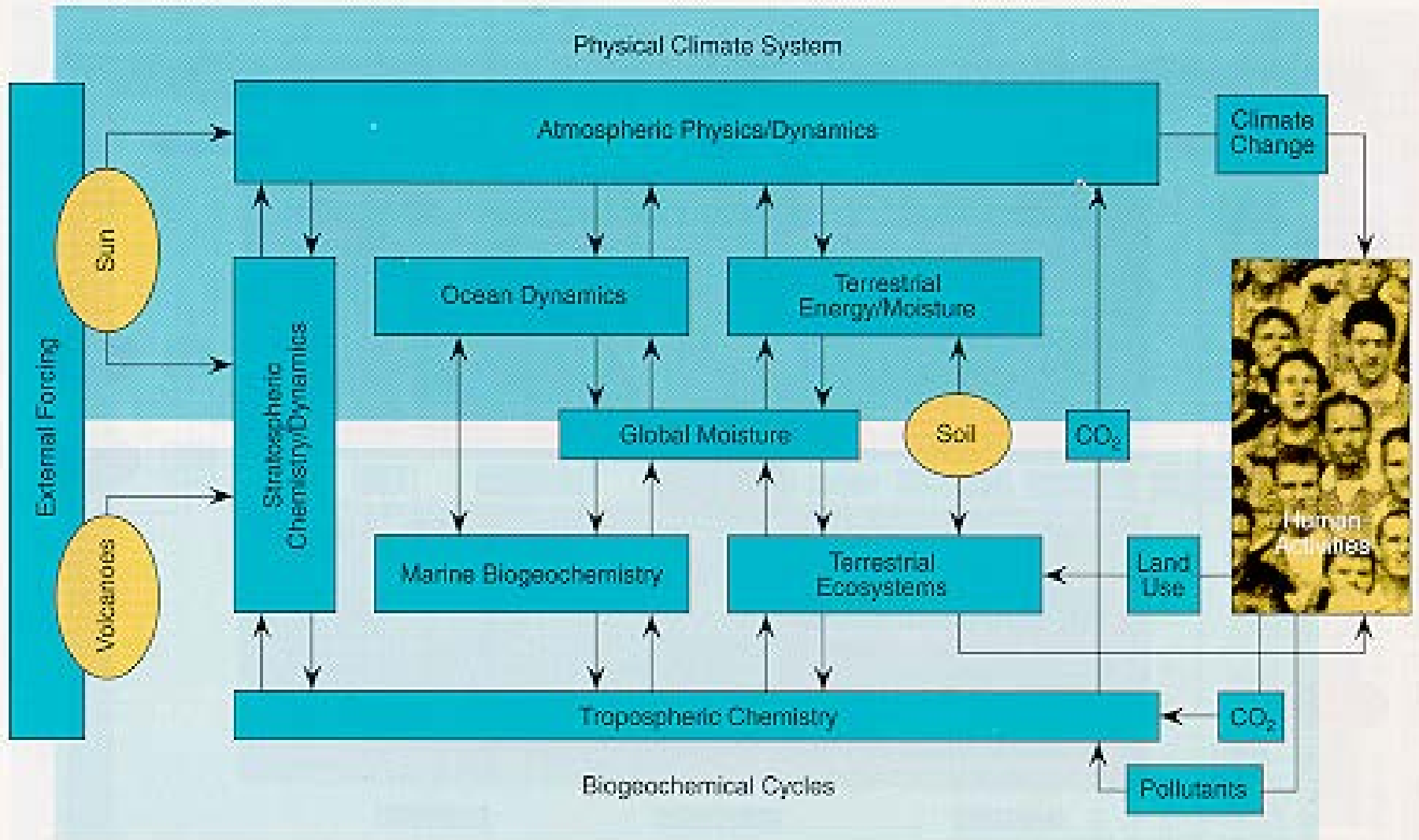
# El sistema climático



# Componentes externos e internos del sistema climático

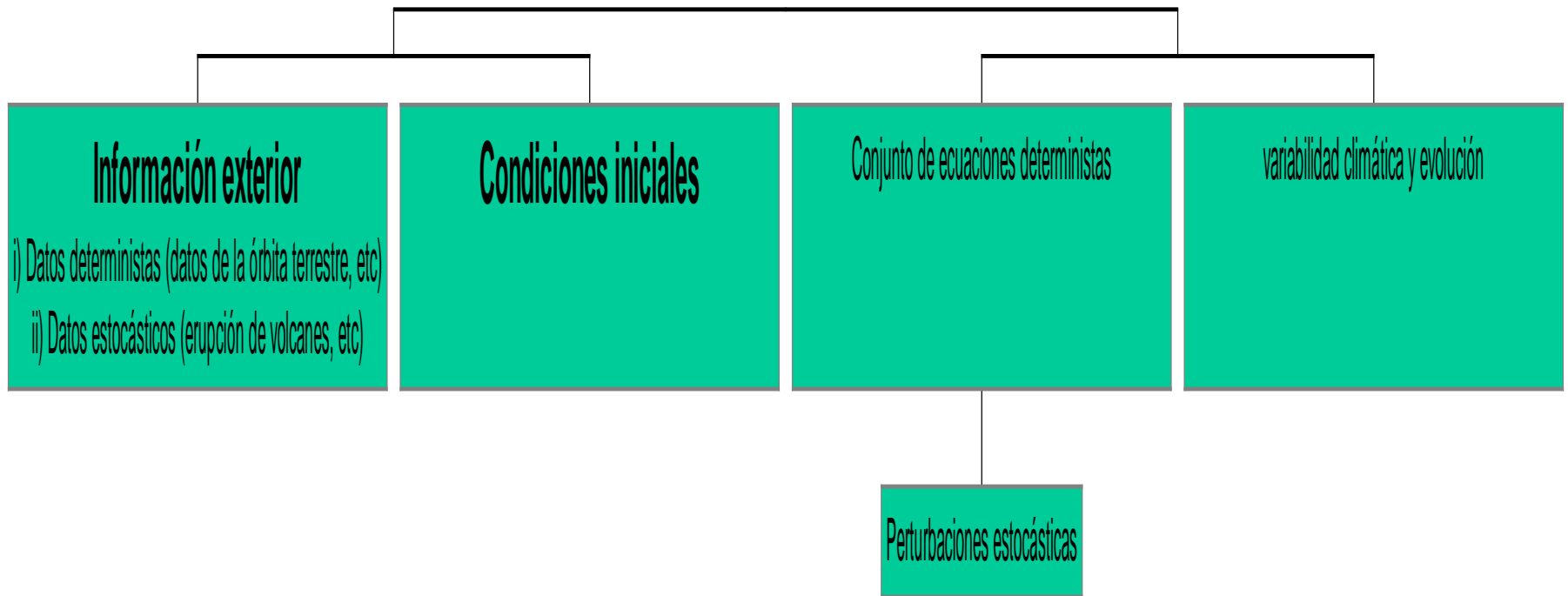


# Sistema climático



# Componentes teóricos de un modelo

Sistema interno





## **Modelos climáticos: Jerarquía.**

### **● Modelos de pronóstico.**

- Pronosticar la evolución temporal de la dinámica de la atmósfera.
- Modelos de circulación general (CGM).
- Leyes físicas de conservación: sistema de EDP's.
- Métodos computacionales.

### **● Modelos de diagnóstico.**

- Entender la evolución del clima.
- Modelos de balance de energía (EBM).
- Sensibilidad a variaciones en los parámetros solares y de la Tierra.

### **● Atendiendo a la variable temporal:**

- Modelos estacionarios o de equilibrio.
- Modelos de evolución.

### **● Atendiendo a la variable espacial:**

- 0-D (Modelos uniformes).
- 1-D  $\left\{ \begin{array}{l} \text{Latitudinal} \\ \text{Vertical} \end{array} \right.$
- 2-D  $\left\{ \begin{array}{l} \text{Horizontal} \\ \text{Plano - meridional} \end{array} \right.$
- 3-D (CGM)

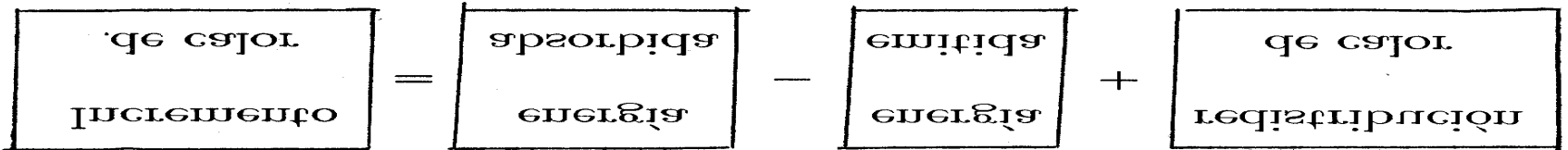
$c \equiv$  capacidad calorífica.  $c \sim 1,02 \times 10^3 \text{ J m}^{-3} \text{ K}^{-1}$ .

$$c(x) \frac{\partial T}{\partial t}$$

• **Incremento de calor.**

dió.

Expresada puntualmente tras un proceso estándar de prome-  
 $T(t, x) \equiv$  Temperatura en el instante  $t$  y en la posición  $x$ .



Balances

- Difusión.
- terrestre).
- Radiación: absorción y emisión de calor en la superficie

Procesos:

Introducidos por M.I. Budyko (1969) y W.D. Sellers (1969).

**1.- Modelos de balance de energía: Modelización.**

- La energía emitida por la Tierra en forma de radiación infrarroja se expresa según la ley de enfriamiento de Newton en el modelo de Budyko y según la ley de Stefan – Boltzman en el modelo de Sellers.

Budyko

$$R_e = A + BT$$

$$A = 190 \text{ W m}^{-2}$$

Sellers

$$R_e = \sigma T^4$$

$$B = 2.0 \text{ W m}^{-2} \text{ C}^{-1}$$

- La energía absorbida por la Tierra es modelizada por

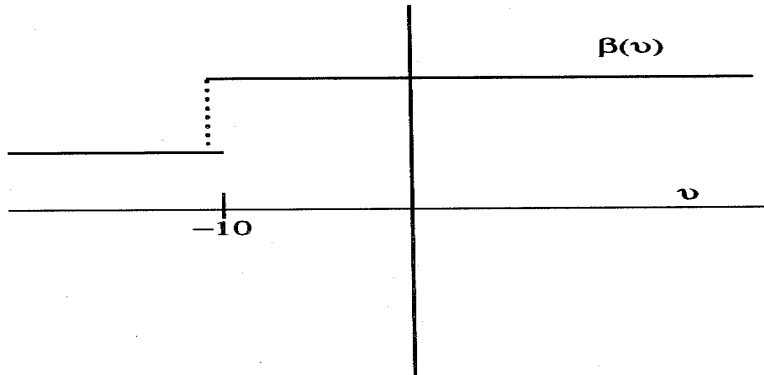
$$R_a = QS(x, t)a(x, T(x, t))$$

$$Q = 340 \text{ W m}^{-2}$$

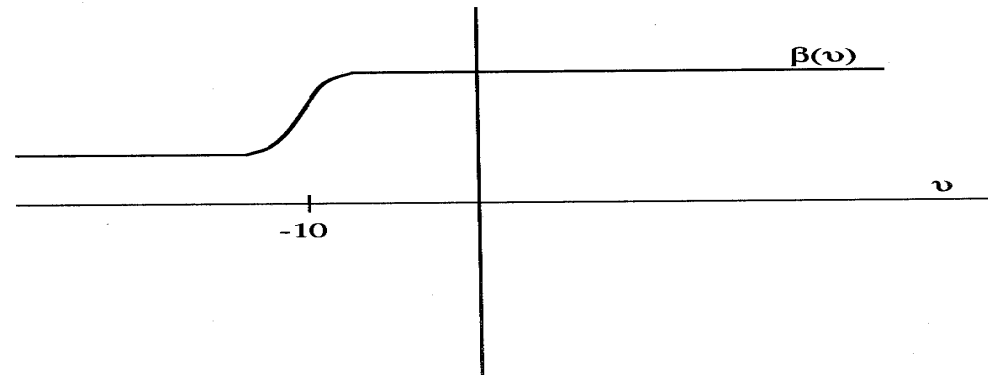
$S(t, x)$  = distribución de la insolación

$a \equiv$  Coalbedo

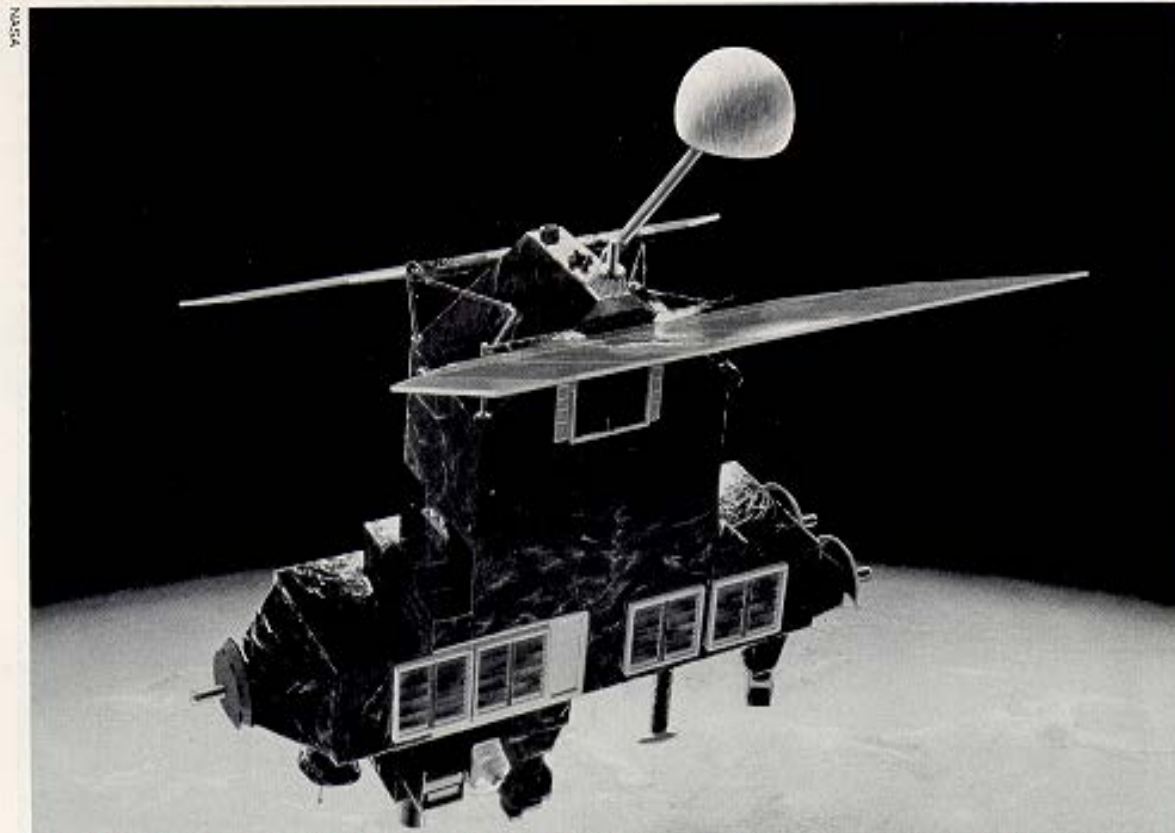
Coalbedo en el modelo de Budyko



Coalbedo en el modelo de Sellers.



# Earth Radiation Budget Satellite



Eye in the sky. The Earth Radiation Budget Satellite, a space age effort to measure the radiation balance between the earth and the sun.

# Insolación presente como función de la latitud

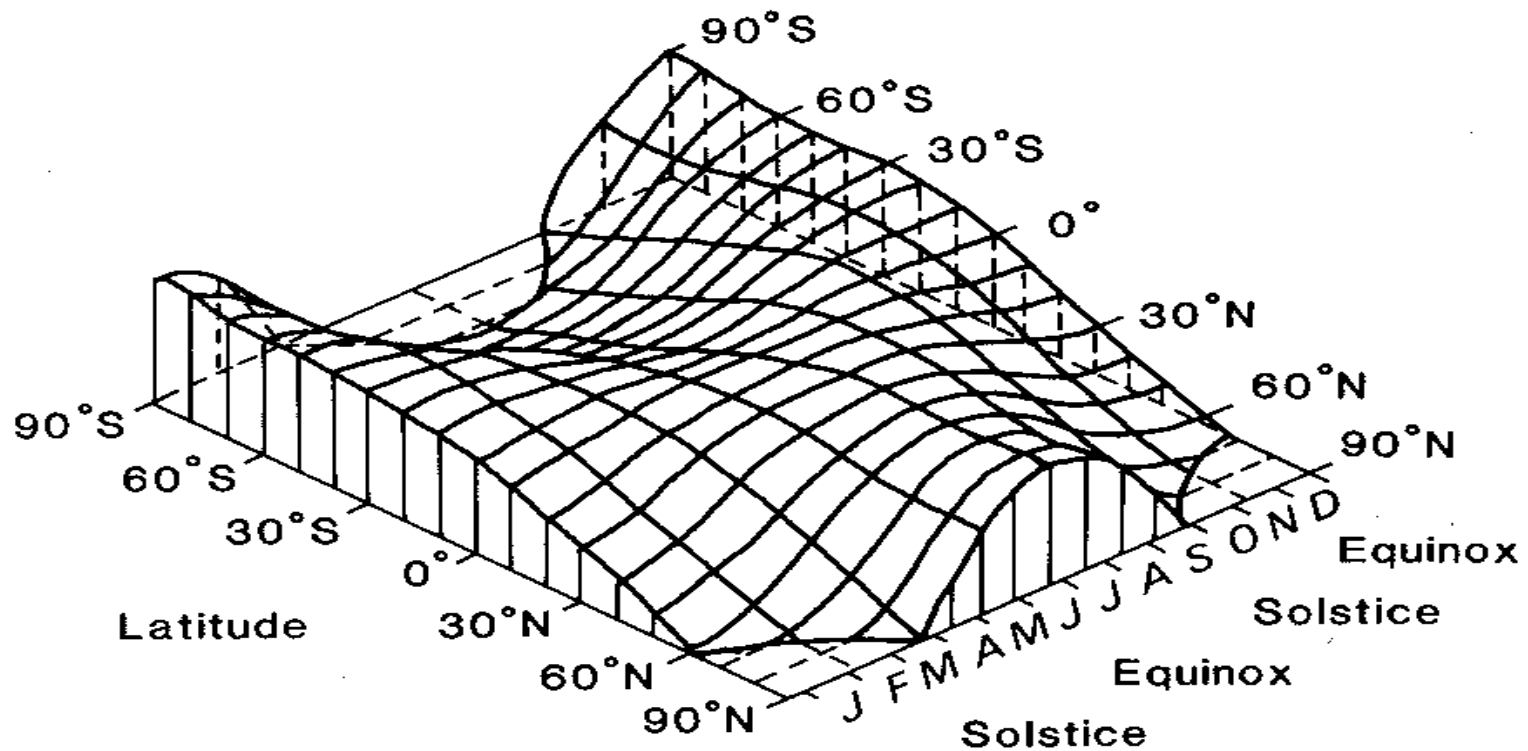
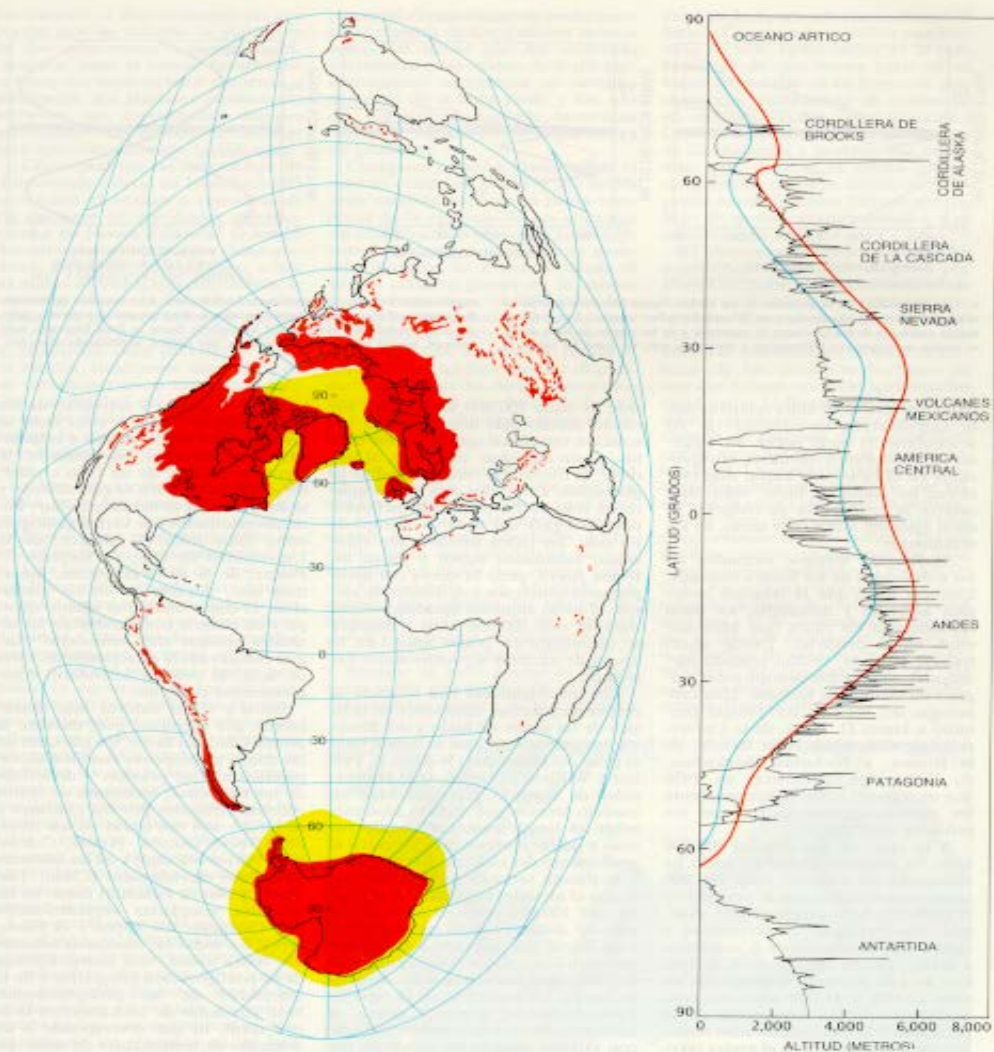


Fig. 2.8. The variation of insolation (at the top of the atmosphere) as a function of

# Albedo: Hielos terrestres y marinos (hace 19.500 a.)



3. MASAS DE HIELO y glaciares de montaña: avanzaron en ambos hemisferios durante la última glaciación. El mapa (una proyección equidistante poco corriente) muestra la extensión de los hielos terrestres (rojo) y marinos (amarillo) en los continentes durante el máximo de la glaciación, hace 19.500 años. (Los hielos terrestres se prolongaba más allá de algunas de

las actuales costas porque el nivel del mar era más bajo.) La gráfica representa la altura media de la línea nival en las montañas de la cordillera americana, señaladas a lo largo del corte Norte-Sur indicado en el mapa. Las líneas nivales del periodo glacial (azul) estaban 1000 metros por debajo de las líneas nivales de hoy (rojo), con independencia de la latitud.

• **Difusión de calor.**

$$D = -\text{div}(F_c + F_a)$$

$F_c \equiv$  flujo de calor por conducción.

$$F_c = -k_c \nabla T \quad \text{Ley de Fourier}$$

$k_c \equiv$  Coeficiente de difusión o conducción.

$F_a \equiv$  flujo de calor por advección.

$$F_a = -v \nabla T$$

En escalas planetarias  $o(10^4 km)$  la velocidad se sustituye por un cierto coeficiente de difusión.

$$F_a = -k_e \nabla T$$

$$D = -\text{div}(K \nabla T)$$

$$x = \text{sen}\Phi \quad x \in (-1, 1),$$

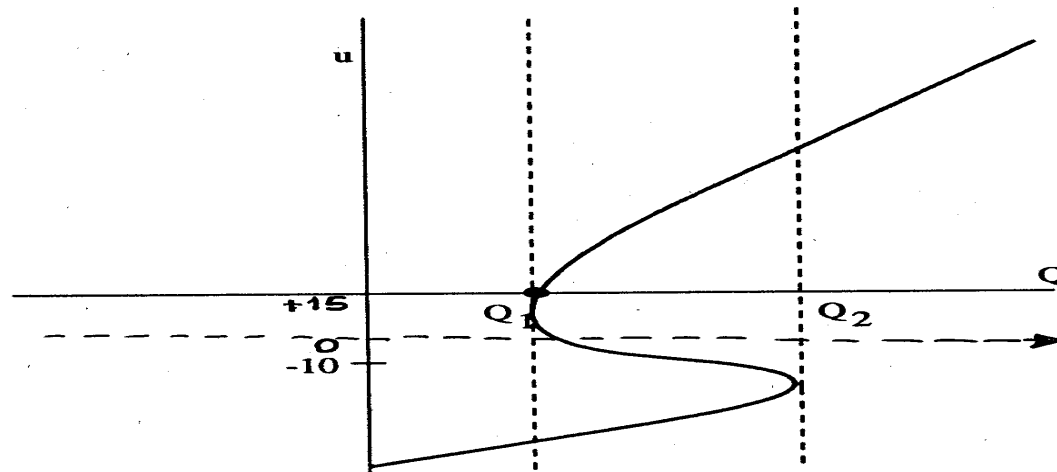
$$D = -D_0 \text{div}((1 - x^2) \nabla T) \quad D_0 \sim 0.4 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$$



$$\begin{cases} C(x)\frac{\partial}{\partial t}T(x,t) - D_0\frac{\partial}{\partial x}\left((1-x^2)\frac{\partial}{\partial x}T(x,t)\right) + A + BT(x,t) = \\ = QS(x,t)a(x,T(x,t)) \\ T(x,0) = T_0(x) \end{cases}$$

• **Resultados previos**

- Existencia de solución.
- Unicidad.
- Estabilización de soluciones.
- Bifurcación en  $Q$ .



• **Referencias**

Xu (1991), Díaz (1991-95), Bermejo (1993), Hetzer (1992), North (1975)(1990), Held - Suarez (1974), Stone (1972), Ghil - Childress (1987), Drazin-Griffel (1977).

# Curvas de radiación de Milankovitch

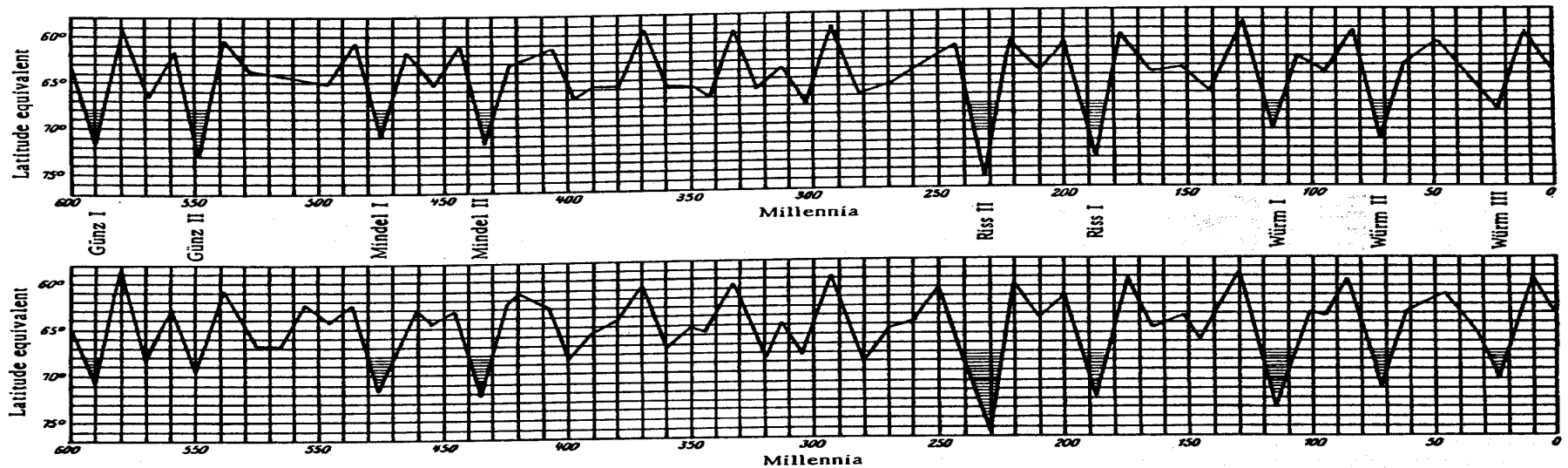
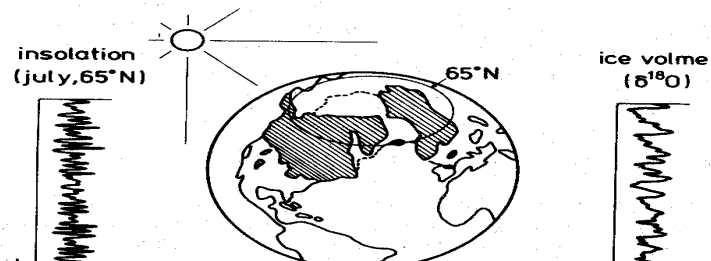


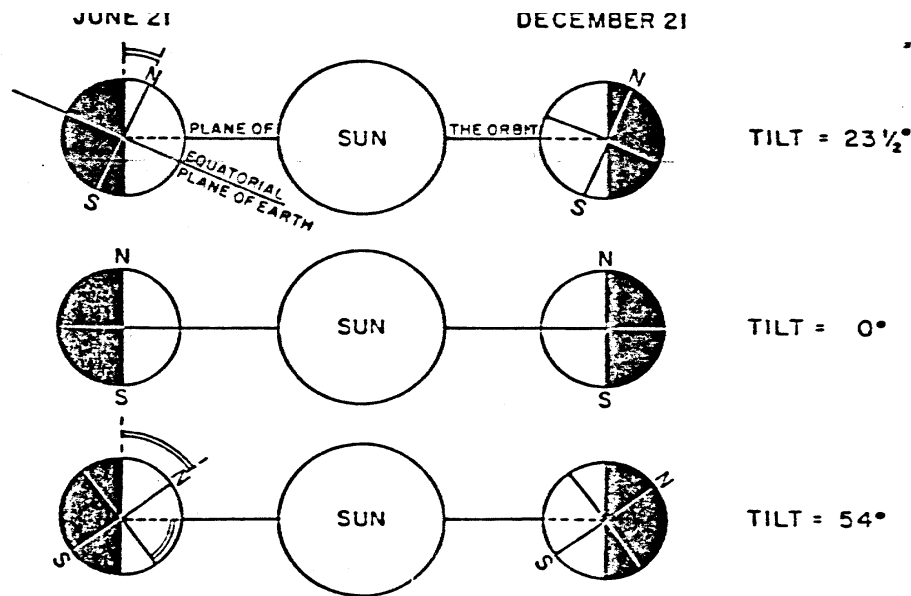
Fig. 7. The Milankovitch radiation curves for latitude  $65^{\circ}\text{N}$  over the past 600,000 years. Milankovitch identified certain low points on the curve with four European ice ages [Milankovitch, 1941]. The top figure is from Milankovitch's 1920 computation according to Stockwell and Pilgrim, and the bottom figure is from his 1941 computation according to Le Verrier and Miskovitch (see Table 1). Vertical axis gives the  $65^{\circ}\text{N}$  Milankovitch equivalent latitudes; time along the horizontal axis is in thousands of years before present.



# Métodos matemáticos de la Mecánica Celeste

- Leyes de Kepler (problema de dos cuerpos, solución exacta)
- Métodos de perturbaciones (problema de tres cuerpos)
  - dependientes del tiempo: **Método de variación de las constantes**
    - Lagrange, formulación Hamiltoniana
  - independientes del tiempo: **Perturbaciones seculares**
    - Hamilton, Liouville, Poincaré
- Soluciones quasi-periódicas: Estabilidad,
  - **Teoría KAM** (Kolmogorov, Arnold y Moser)
- Métodos numéricos

# Inclinación del eje



*Figure 25.* The effect of axial tilt on the distribution of sunlight. When the tilt is decreased from its present value of  $23\frac{1}{2}^\circ$ , the polar regions receive less sunlight than they do today. When the tilt is increased, polar regions receive more sunlight. The possible limits of these effects (never actually achieved) would be a tilt of  $0^\circ$ , when the poles would receive no sunlight; and  $54^\circ$ , when all points on the earth would receive the same amount of sunlight annually.

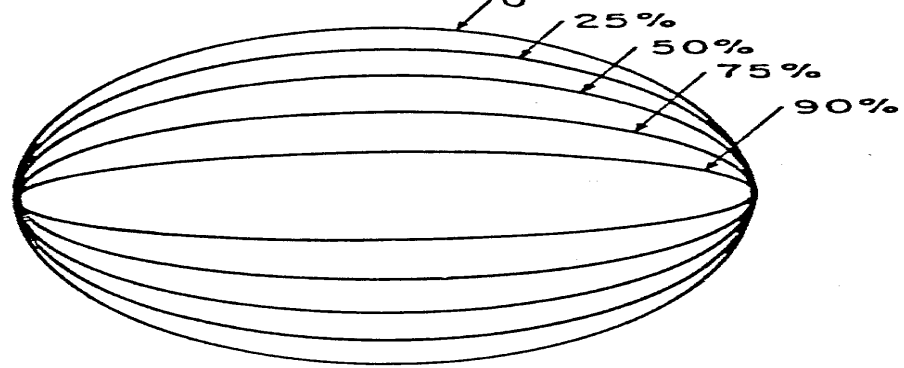
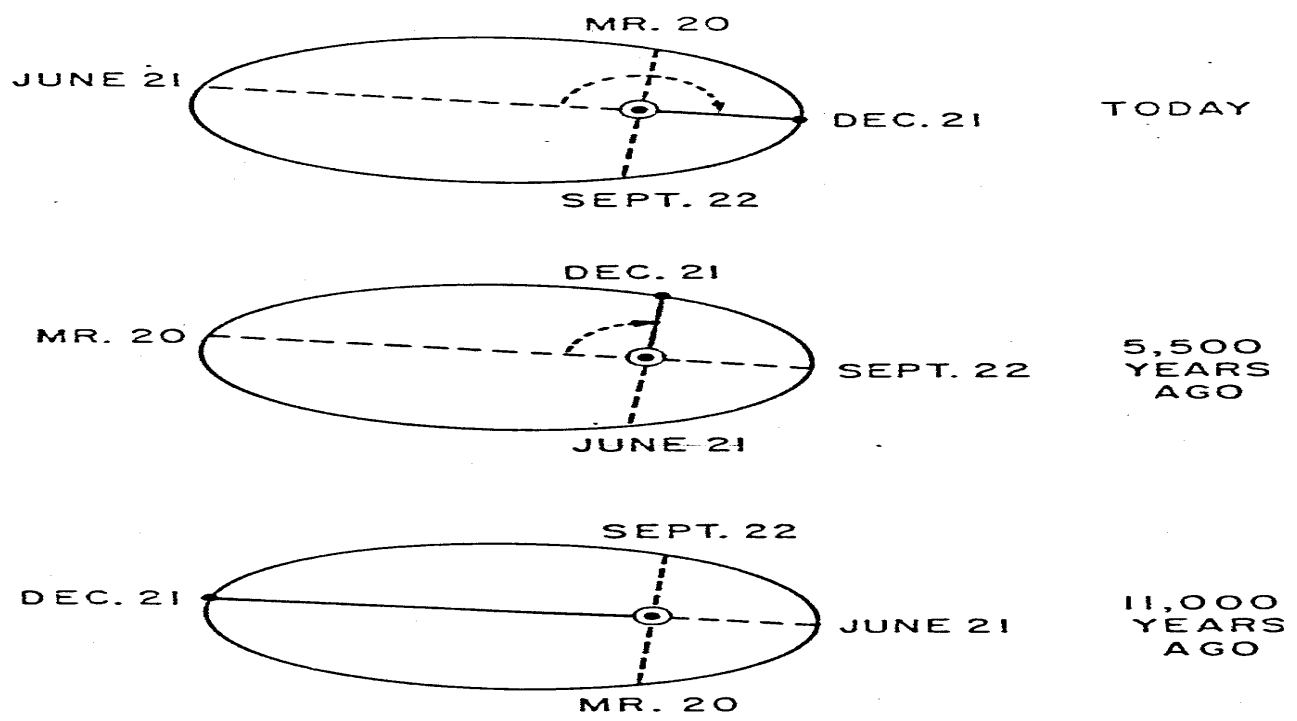


Figure 17. Ellipses with different eccentricities.



- EARTH ON DEC. 21
- ⊙ SUN

Figure 16. Precession of the equinoxes. Owing to axial precession and to other astronomical movements, the positions of equinox (March 20 and September 22) and solstice (June 21 and December 21) shift slowly around the earth's elliptical orbit, and complete one full cycle about every 22,000 years. Eleven thousand years ago, the winter solstice occurred near one end of the orbit. Today, the winter solstice occurs near the opposite end of the orbit. As a result, the earth-sun distance, measured on December 21, changes.

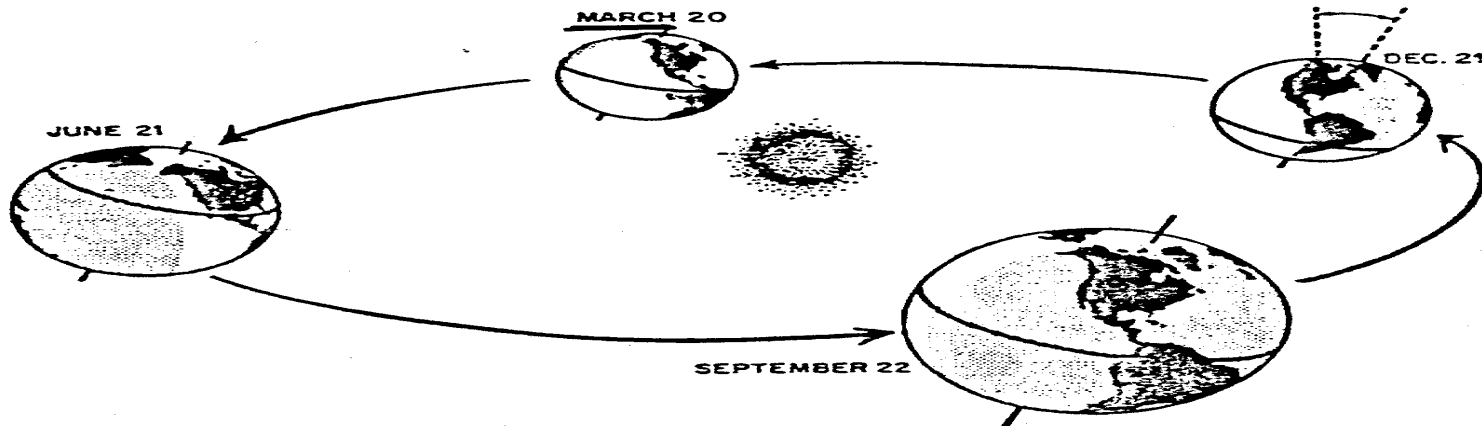


Figure 13. March of the seasons. As the tilted earth revolves around the sun, changes in the distribution of sunlight cause the succession of seasons. (Courtesy of G.J. Kukla.)

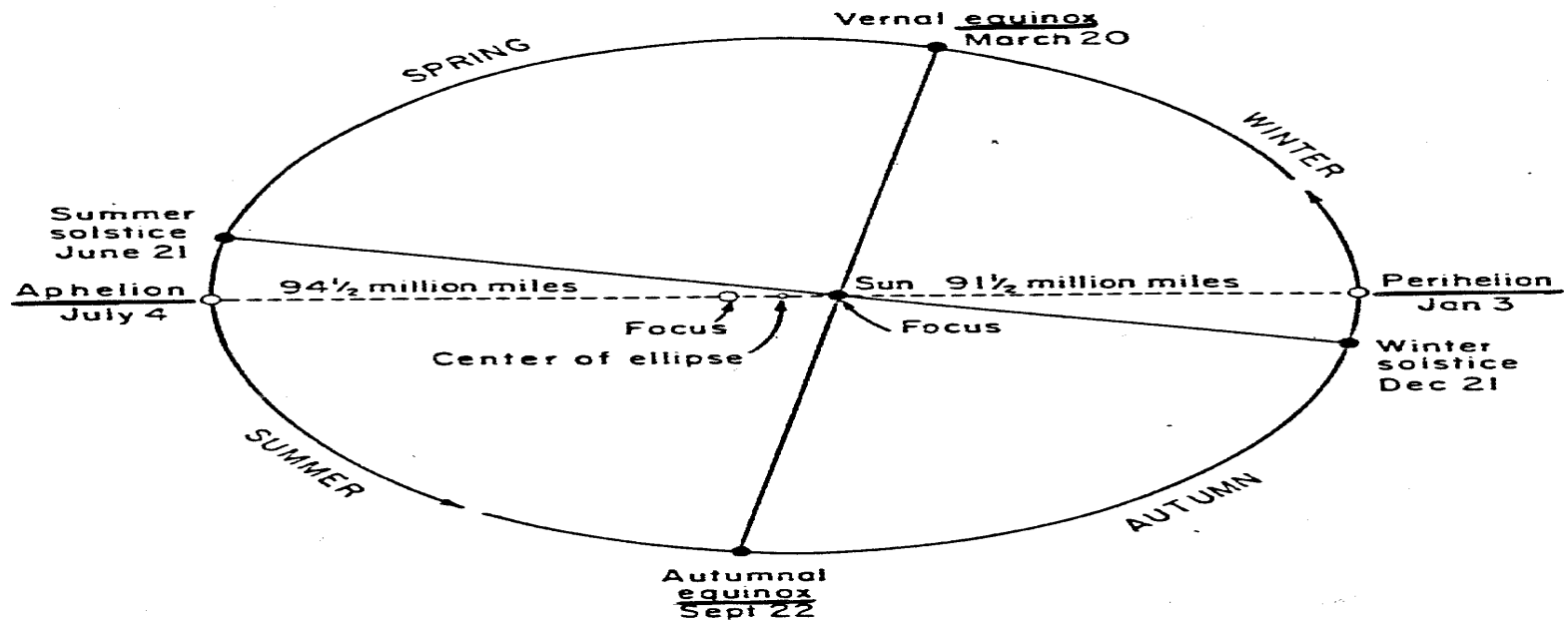


Figure 14. Dates of equinox and solstice. At the equinoxes, the earth's axis is pointed at right angles to the sun, and the day and night are of equal length all over the globe. At the summer solstice, the North Pole is tipped in the direction of the sun and the northern hemisphere has the longest day of the year. At the winter solstice, the North Pole is tipped away from the sun, and the northern hemisphere has the shortest day of the year.

# Variaciones de la excentricidad, precesión e inclinación

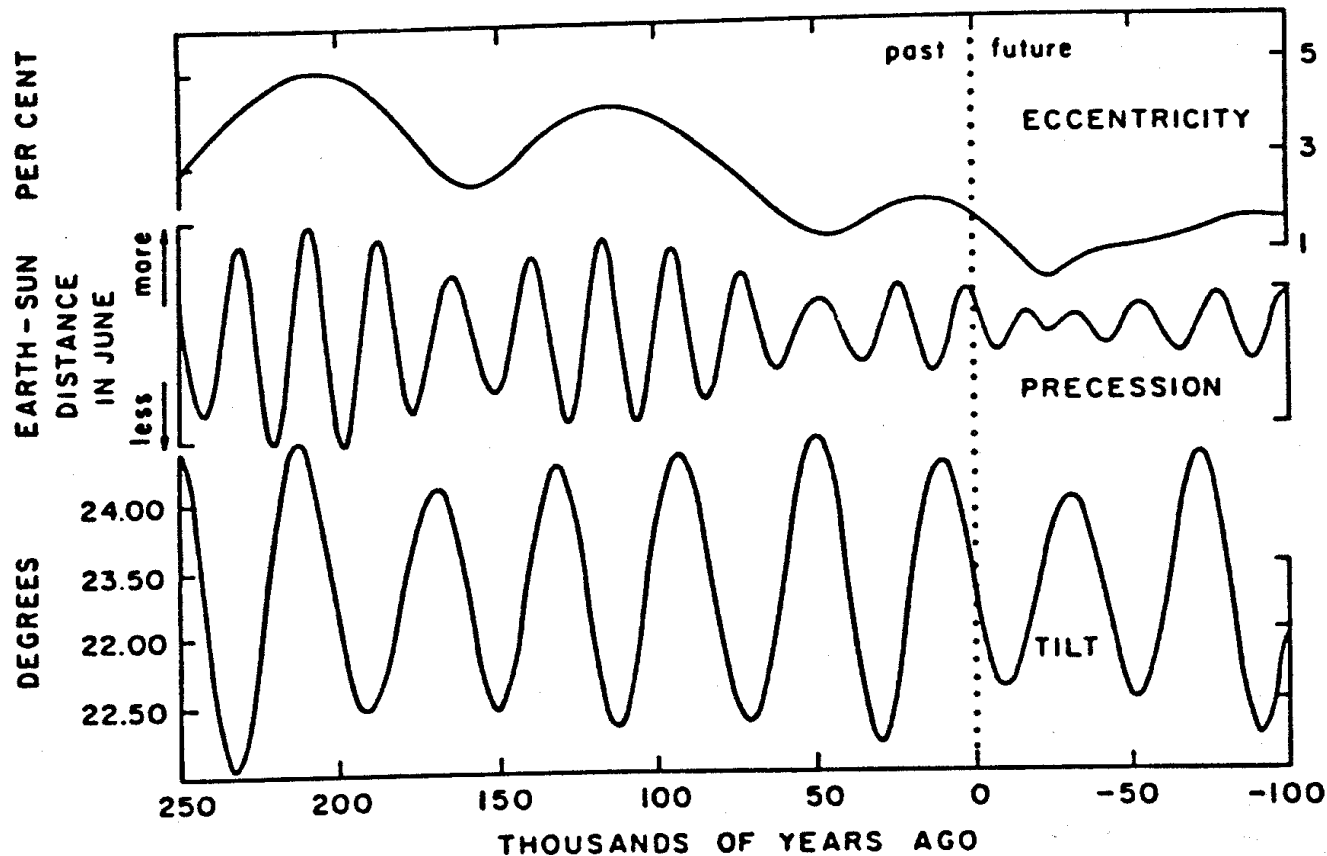


Fig. 11. Long-term variations of eccentricity, precession, and tilt from 250,000 years B.P. to 100,000 years A.P. [Berger, 1978c].



# 3. Modelos paleoclimáticos

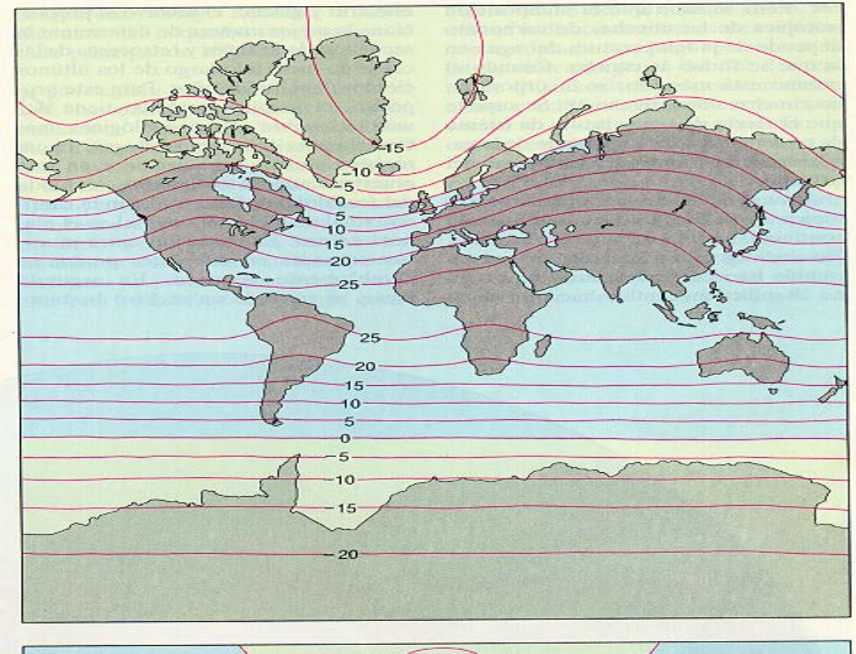
- 3.1. Modelos escalares de balance de energía cero-dimensionales y estacionales

North-Coakley (1979),

Suarez-Held (1979),

North-Short-Mengel(1983)

Díaz-Tello (1995), Bermejo-Díaz-Tello (1998), Díaz-Hernández-Tello (1997), Arcoya-Díaz-Tello (1998), Hetzer-Díaz (1997), Badii-Díaz (1997),.....



# 3.2. Modelos escalares de casquetes polares

Hutter (1983), Fowler (1992),  
 Díaz-Schiavi (1995).....  
*Con ciclos de Insolación Solar*  
 Imbrie-Imbrie (1980)  
 Pollard (1982),  
 Peltier-Hyde(1984)  
 Watts-Hayder (1984),  
 Oerlemans (1980), Denton (1988),  
 Birchfield-Weertman (1978),...

$$\begin{cases} \psi(0^+x) = \psi^0(x) & \text{en } D \\ \psi = 0 & \text{en } \{z^-(t)\} \cap \{z^+(t)\} \quad t \in (0, T) \\ \psi^t = \left( \psi_{w+S} / \psi_{w-T} \right)^x + \alpha(t^+x) & \text{en } \mathcal{O} \end{cases}$$

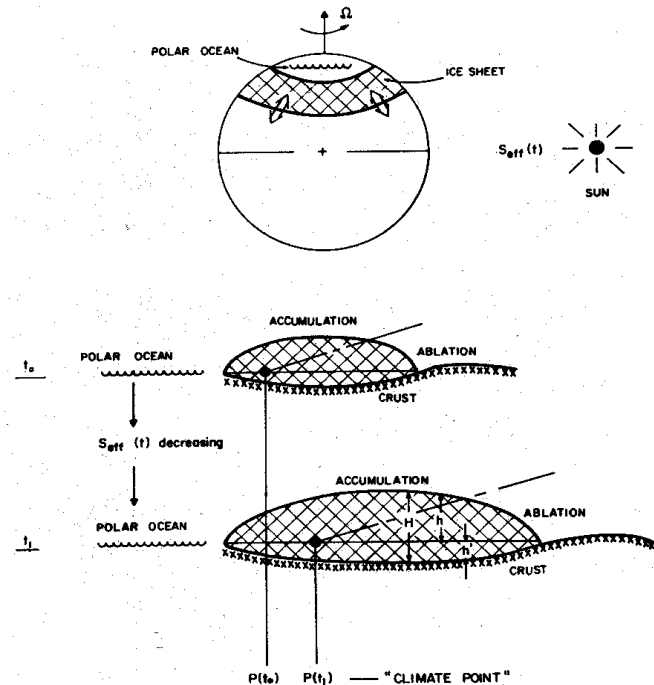
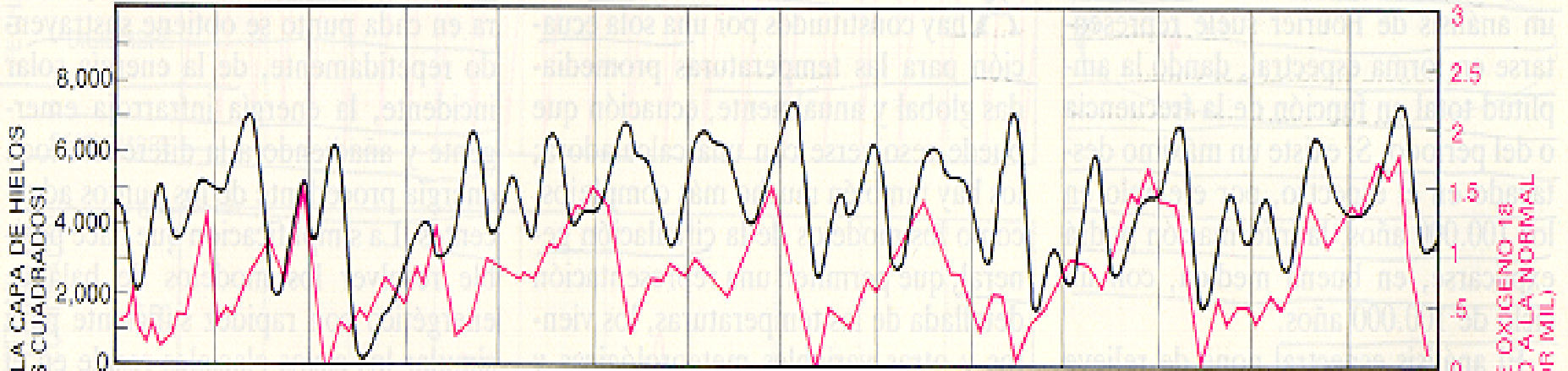


Figure 4 Schematic diagram for the paleoclimatic model which consists of an active ice sheet driven by variations of effective solar insolation and modified by the influence of the sinking of the earth under the weight of the ice.

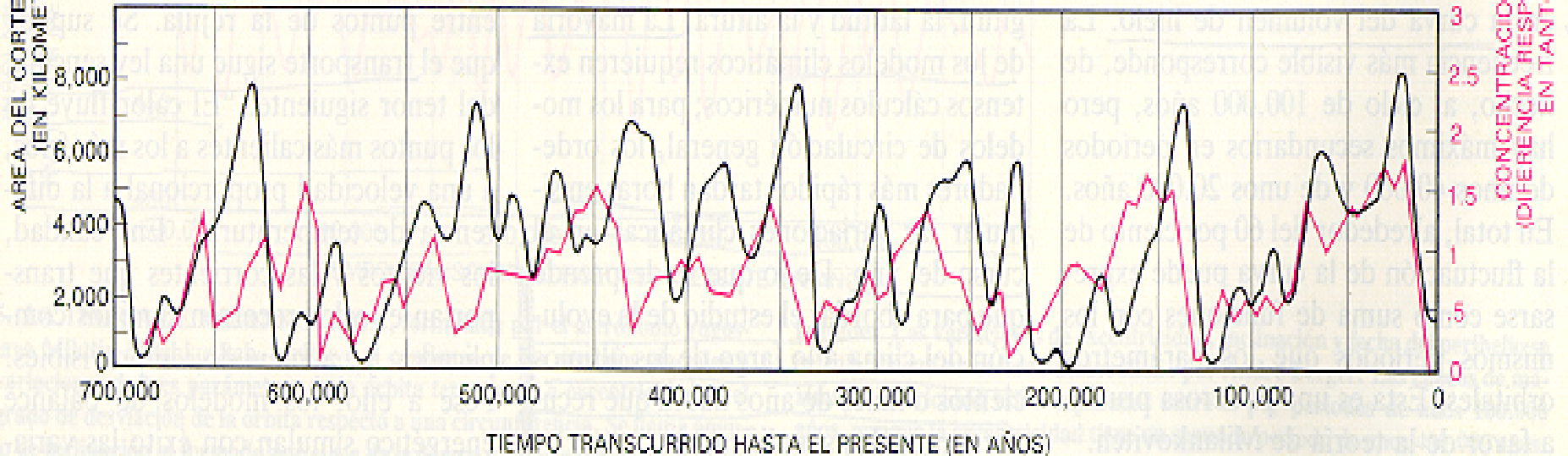
expansions and contractions of the ice sheet are described by

# Resultados de Pollard (1982): volumen de hielo/registro isotópico

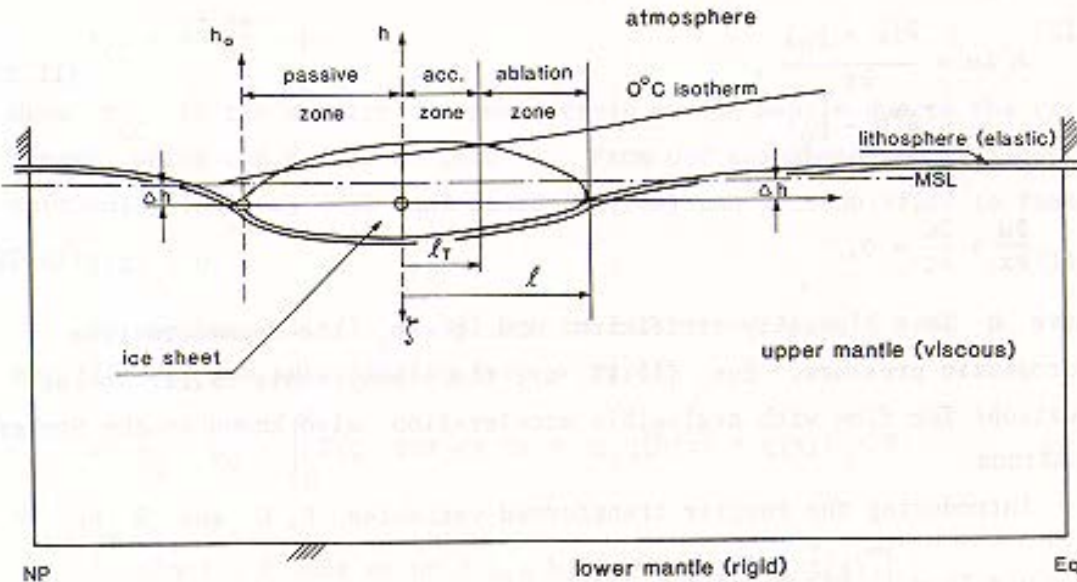
SIN RETRASO EN EL LECHO ROCOSO



CON RETRASO EN EL LECHO ROCOSO



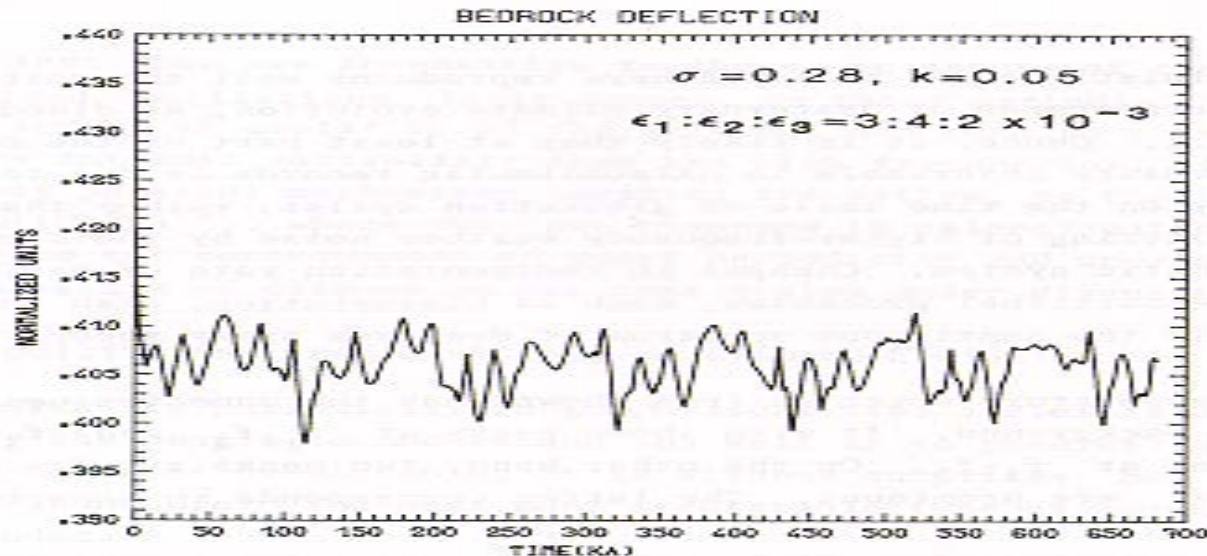
# 3.3. Modelos acoplados



- $\dot{T} = P(T, \ell, t; \delta),$
- $\dot{\ell} = R(T, \ell, \zeta, t; \mu, k, s, \epsilon'),$
- $\dot{\zeta} = S(\ell, \zeta; D, q).$

**Le Treuet-Ghil (1983)**

*Periodicidad de  
100.000 años*

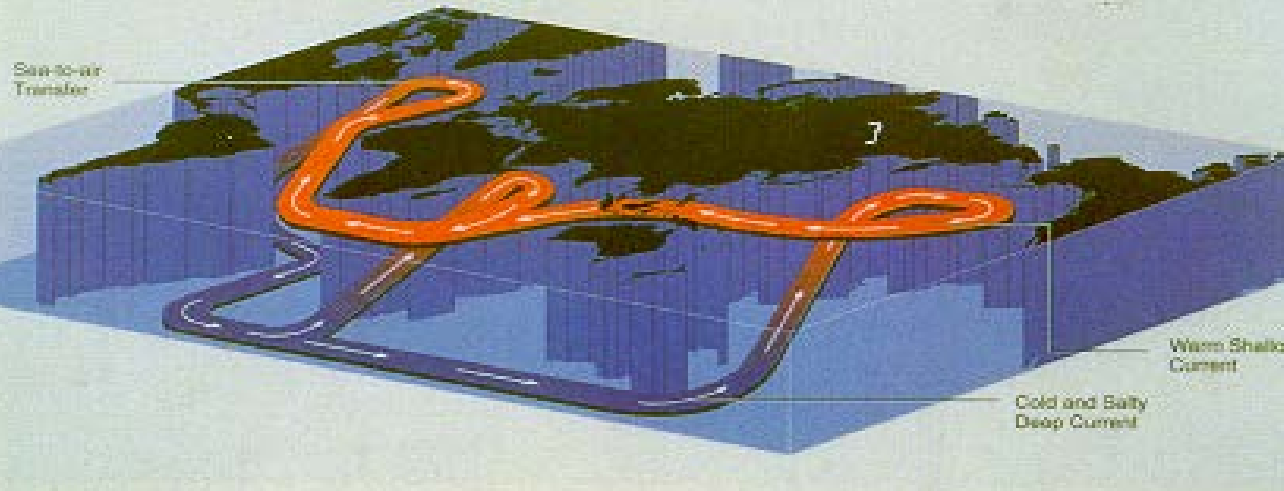


# 3.4. Modelos de salinidad oceánica

**Cond. Glaciación**  
Veranos,  
Hem. Norte

¿Hemisferio Sur?

¿Glaciares de  
montaña hacia el  
Sur?



$$\frac{dT}{dt} = c(T - T)$$

$$\frac{dS}{dt} = d(S - S)$$

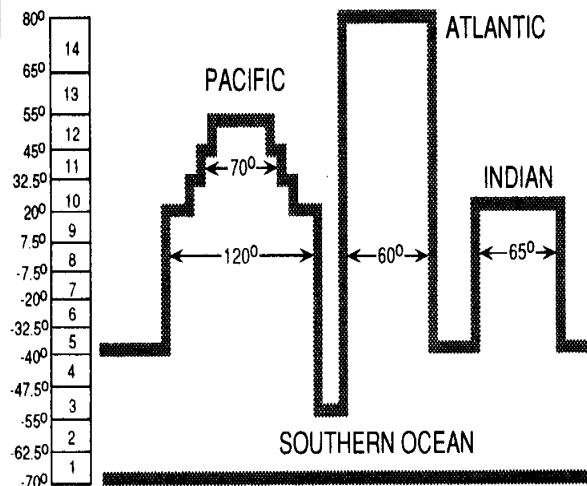
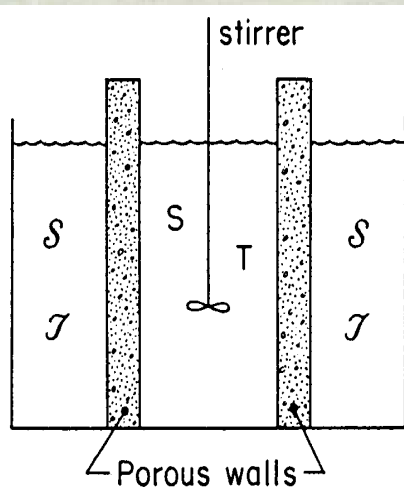


Figure 7. Idealized model representation of the global ocean. The Pacific

Broecker-  
Denton(1989)  
Stommel (1961)  
Rahmstorf  
(1995)

# 4. Conclusiones

- **1. Carácter interdisciplinar de la investigación científica**
  - **Climatología, Física, . .**
  - **Geología, Química, Biología, . .**
  - **Astronomía, CC. Computación, Matem. Aplicada, . .**
  - *Numerosos interrogantes aún sin respuesta*



## 2. Interrelación insolación/clima



Imagen del polo Norte marciano obtenida el pasado 12 de septiembre por la cámara de la nave no tripulada *Mars Global Surveyor*, actualmente en órbita del planeta, en la que se observan los depósitos bandeados. NASA

Hacia los polos de Marte



- **3. Reconocimiento de la investigación de calidad**

