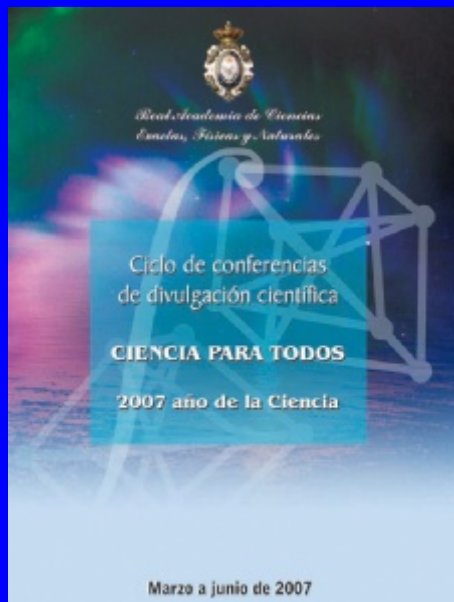


Control: alcanzar lo mejor y bordear lo imposible

J.I. Díaz

Real Academia de Ciencias, 15 de marzo de 2007



Programa: *Ciencia para todos*

Patrocinado por:

Fundación **BBVA**



<http://racefyn.insde.es/>



1. Introducción

Desde las más rudimentales herramientas del Paleolítico hasta la reciente construcción de las gigantescas “Tres gargantas” en China,



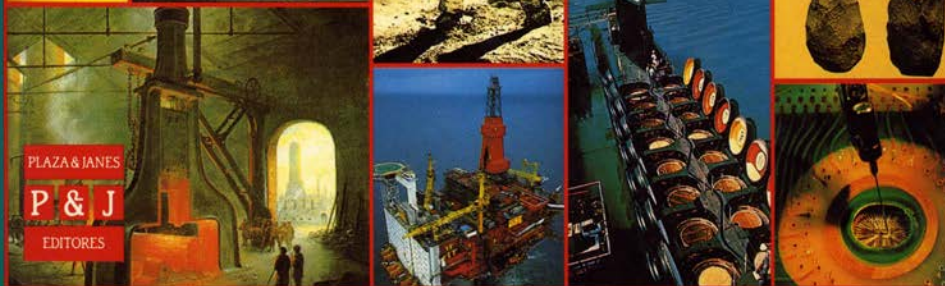
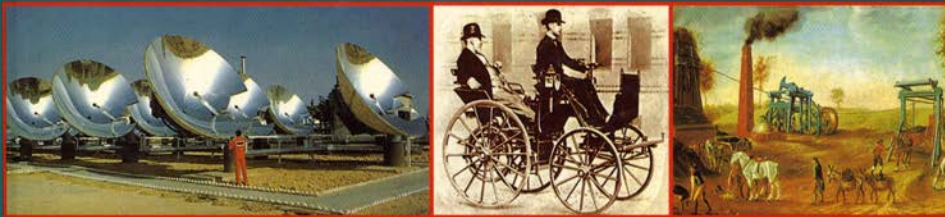
el hombre no ha cesado de actuar sobre su medio ambiente con el fin de mejorar sus condiciones de vida.

Se podría decir que lo que caracteriza al hombre frente a otros animales es su capacidad para decidir e inventar acciones que transformen la realidad. Su libertad de decisión y de acción configuran el fundamento de su dignidad racional.



Diario 16

Crónica de la Técnica



Principio de causalidad

“Nada surge sin un plan”

Leucipo y (su discípulo)

Demócrito de Mileto

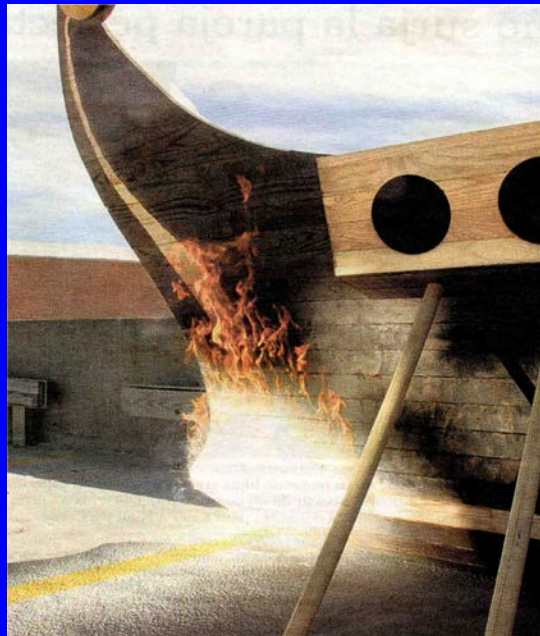
(425 a de C)

Matemáticas / Tecnología



Quehacer científico: convivencia del deseo de comprensión racional del mundo con la intención de actuar o controlar para conseguir fines difícilmente accesibles.

Euclides / Arquímedes: legendarias invenciones, transporte de líquidos, espejos parabólicos (hace 2.200 años) ...



Recreación:
David Wallace
MIT
(4/10/2005)



PERÍODOS HISTÓRICO-TECNOLÓGICOS

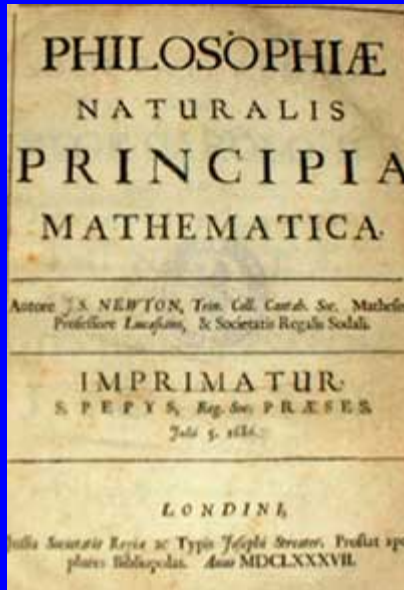
ERA DE LA TÉCNICA

ERA	PERÍODO/FASE	CARACTERÍSTICAS PRINCIPALES	
		TECNOECONÓMICAS	SOCIOHISTÓRICAS
CAZADORA- RECOLECTORA	Cultura del Guijarro y Paleolítico	Piedra tallada, hueso, madera Fuego desde hace 400.000 años Períodos glaciales cada 110.000 años	Sociedades nómadas Mutaciones humanas biológicas (Del <i>Homo habilis</i> al <i>Sapiens sapiens</i>)
	Mesolítico (1ª Transición Tecnológica) 10000-7000 a.C.	Calentamiento del clima y migración de la megafauna al norte	Crisis alimentaria
AGRARIA	Neolítico (1ª Revolución Tecnológica) 7000-5000 a.C.	Agricultura y ganadería. Piedra pulimentada, cerámica, tejidos (1ºs materiales artificiales). Energía animal	Aparece el excedente económico: artesanos, comercio y explosión demográfica Sociedades sedentarias gentilicias
	Calcolítico (2ª Transición Tecnológica) 5000-3000 a.C.	Cobre, oro, plata Escritura	Primeras ciudades y estados territoriales Primeras civilizaciones e imperios hidráulicos (Mesopotamia, Egipto, India, China). Esclavitud
I Edad de los Metales y Edad Media (2ª Revolución Tecnológica)	Bronce 3000-1400 a.C.	Comienzos de la Ciencia Máquinas simples	
	Hierro d. 1400 a.C.	1ªs Redes de transporte internacionales 1er Período de la manufactura 2ª Revolución Agrícola, ss. XIII-XIV d.C. 1ª Revolución Científica (Grecia)	Civilizaciones e imperios clásicos marítimos (Grecia, Roma). Esclavitud Sociedad feudal medieval y servidumbre Gremios
Protoindustrialización (3ª Transición Tecnológica) (1500-1765)		Uso intensivo de las energías naturales: hidráulica y eólica. Apogeo de la manufactura. 2ª Revolución Científica (s. XVII) Imprenta (1455) 3ª Revolución Agrícola (ss. XVII-XVIII)	d. 1400: Período de descubrimientos e imperios marítimos (Portugal y España principalmente). Renacimiento 2ª Revolución Comercial 2ª Revolución Urbana

INDUSTRIAL	Revolución Industrial (3ª Revolución Tecnológica) (1765-1960)	Primera Revolución Industrial (1765-1885)	Energías artificiales (máquinas de vapor) y no renovables (carbón) Auge del uso de metales Telégrafo electromagnético Nuevas ciencias: Química, Electromagnetismo, Geología Fábricas y producción en serie	Explosión demográfica y urbana en Europa (d. 1700). Caída continua de la población agraria relativa y aumento de la obrera asalariada Revoluciones democráticas en Europa Apogeo del liberalismo económico Liderazgo inglés. Paz internacional
		Segunda Revolución Industrial (1885-1960)	Petróleo e hidroelectricidad. Plásticos Electrificación Cine, radio, televisión, teléfono Aviación, automóviles Nuevas ciencias: Relatividad, Mecánica Cuántica, Física Nuclear. Ciencias frontera simples. Apogeo de la fábrica y la producción en cadena	Proteccionismo e intervención del Estado en la economía. Estado del bienestar y sociedad de consumo. Capitalismo de Estado (URSS, etc.) Guerras mundiales Estados emergentes en las antiguas colonias Liderazgo norteamericano (alemán hasta 1944; ruso d. 1944 hasta 1990) Apogeo de los imperialismos Completada la sustitución del trabajo manual por la máquina
	Transición a la Era de la Inteligencia Artificial (4ª Transición Tecnológica) (1960-?)		Ordenadores y Telemática Energía nuclear. Biotecnología Era Espacial Ciencias frontera complejas Era de la Producción Automatizada Era de la Información y de los Sistemas Complejos	Apogeo de los servicios. Liberalización económica y capitalismo oligopólico y multinacional Crisis del Estado del bienestar Sociedad global mediática Integración político-económica y declive de los estados nacionales Ascenso de Japón y China Liderazgo norteamericano hacia un mundo multipolar Lenguas globales (inglés, español) Sustitución del trabajo intelectual por el computerizado



Comprensión: Mundo Natural / Actuación y control: creación artificial

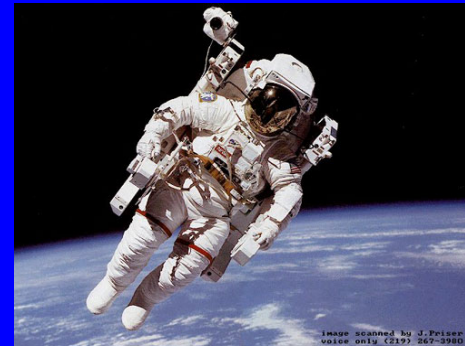


Optimalidad en la
Filosofía Natural:
("acciones" naturales)

1687

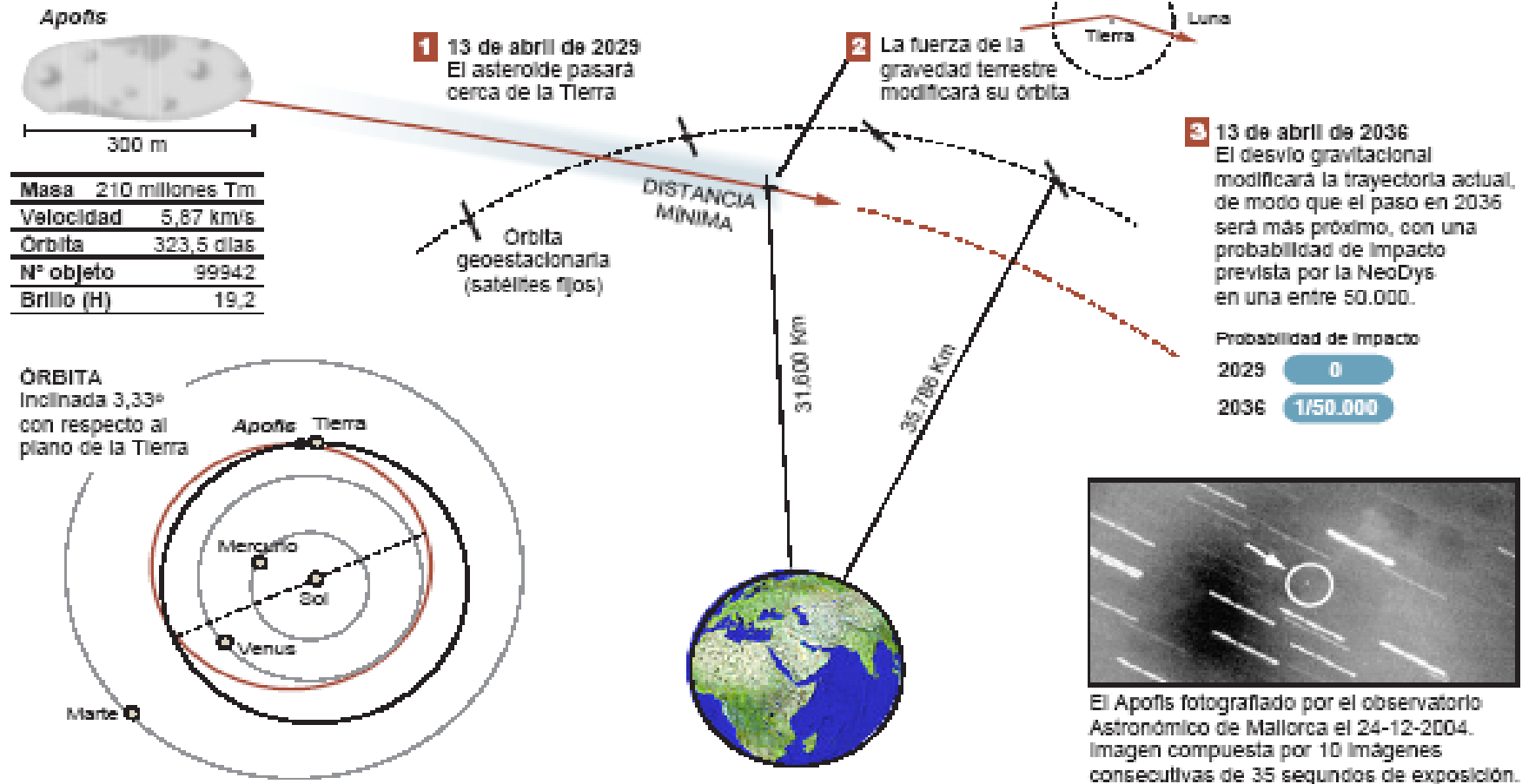
Sir Isaac Newton (1642-1727)

Teoría de control: o acciones humanas (no presentes en la naturaleza: acciones artificiales)



La aproximación de Apofis a la Tierra

EL PAÍS, 23 de febrero de 2007 (p. 44)



Fuentes: ESA, NASA y CAM.

EL PAÍS

El acercamiento a la Tierra en 2029 de un asteroide activa la defensa espacial

Apofis pasará a menor distancia que los satélites geoestacionarios y puede chocar en 2036

Reivindicación de lo “Artificial”

- *Artificial*: 4. No natural, falso.
- 1. Hecho por mano o arte del hombre
- *Artífice*: 1. com. Artista, que cultiva alguna arte bella, 2. Persona que ejecuta científicamente una obra mecánica o aplica a ella alguna de las bellas artes, 3 fig. Autor, el que es causa de algo. 4. fig. Persona que tiene arte para conseguir lo que quiera.
- *Artificio*: Arte, primor, ingenio o habilidad con que está hecha alguna cosa. 2. Predominio de la elaboración artística sobre la naturalidad. 3. artefacto, máquina.



La cultura (el arte) como acción artificial

Re-elaboraciones

Sergei Vasilyevich Rachmaninov (1873-1943)

Rhapsody on a Theme of Paganini, Op.43



Pablo Picasso
Les Femmes d'Alger (O.K. R. Version O). 1911-12



Domenico Theotocopoulos
"El Greco"
The Visitation 1610-14

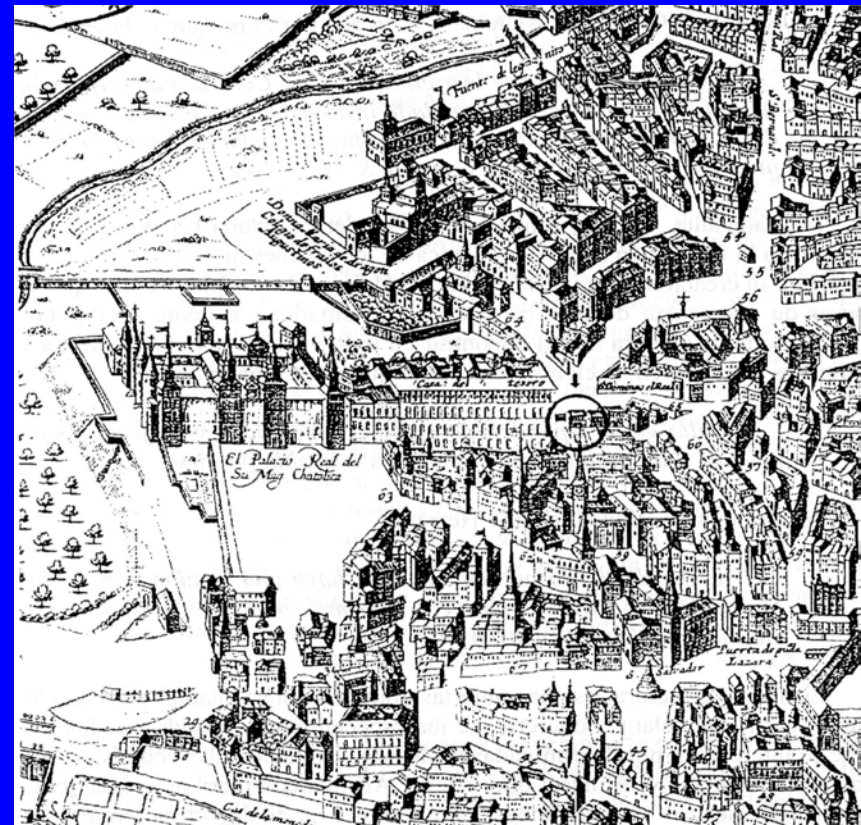
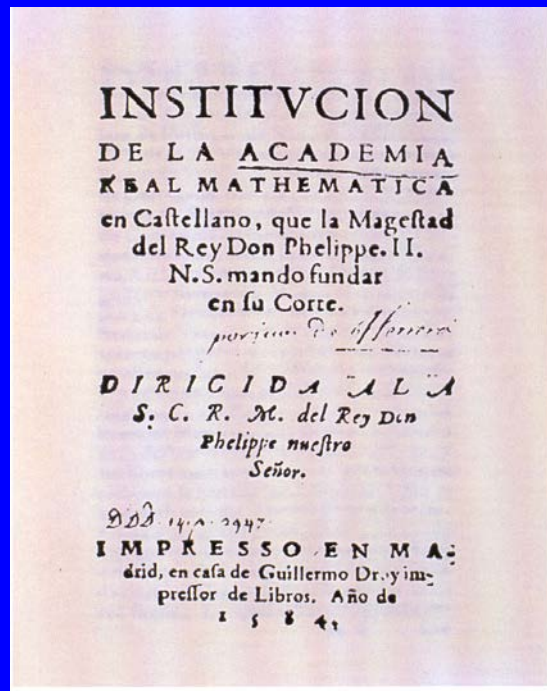
Primeros Ingenieros en España / Matemática

Academia Real Matemática

1584: Biblioteca Mazarine, París



Juan de Herrera (1530-1597)



Casa de la Academia Real Mathematica. Plano de Gaspar de Witt (1622-1623). Museo Municipal de Madrid.



Plan del resto de la charla

2. Los inicios. *Filosofía natural*. Cálculo de Variaciones

3. Control. Acciones artificiales



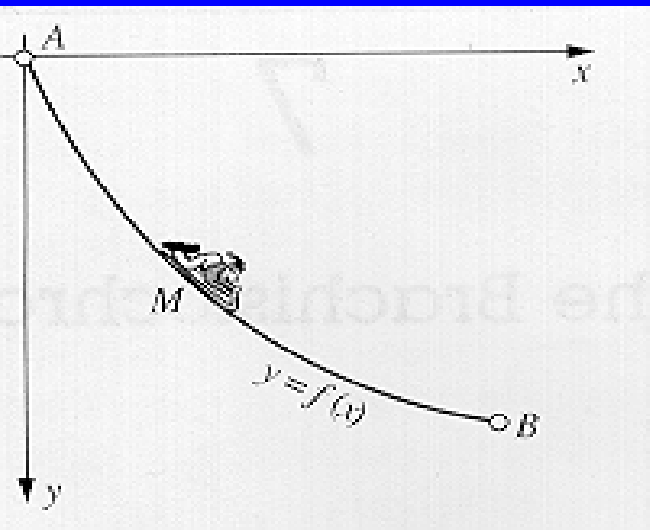
2. Los inicios



La braquistócrona (más-corto-tiempo):

1696, Jean Bernoulli (1667-1748): *dados dos puntos A y B en un plano vertical, hallar la curva que los enlaza por la que un cuerpo que caiga desde A hasta B, por la gravedad, lo haga en el menor tiempo.*

Galileo (1561-1642), 1638: un arco de círculo.



Resuelto en 1697 por: Jean y Jacques Bernoulli (1654-1705),

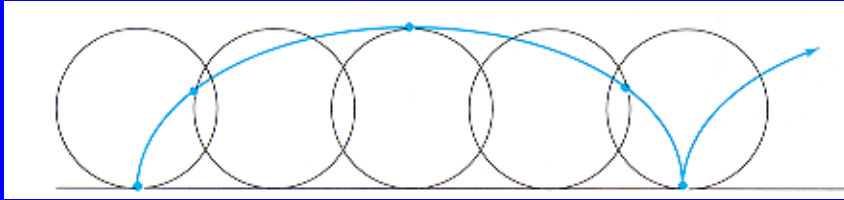
I. Newton (1642-1727),

G. Leibniz (1646-1716),

G.F.A. l'Hôpital (1661-1704).



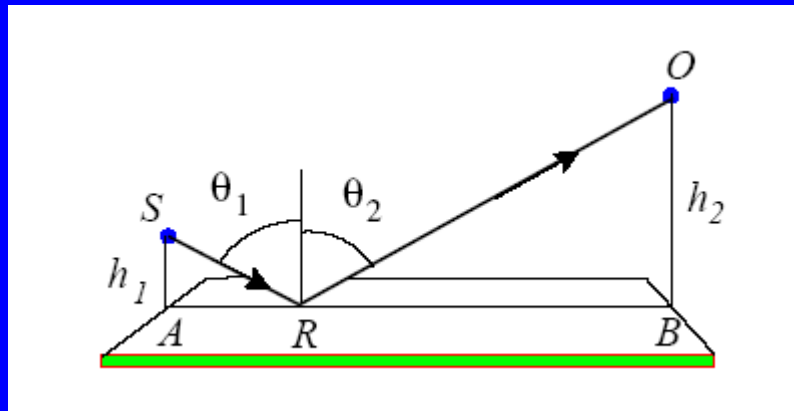
la cicloide



**Galileo Galilei (1562-1642),
Blaise Pascal (1623-1662),..**

Resultados pioneros sobre procesos óptimos:

- **Pierre de Fermat (1601-1665): “la luz se propaga de la manera más rápida posible”**



I. Newton (1687): Cuerpo de revolución de menor resistencia al aire. “El barco *chato* de Newton”

Newton, I.. *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*.

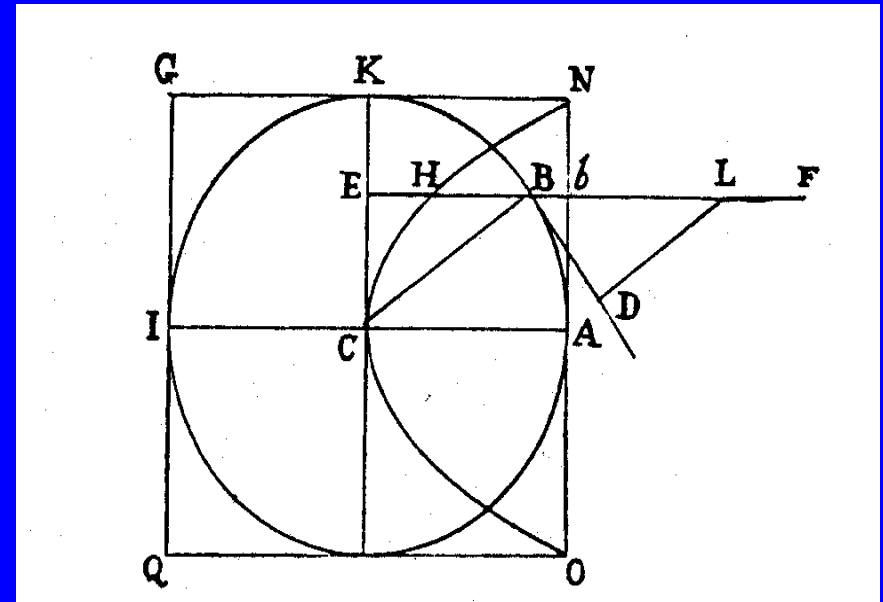
¿cuál es el cuerpo de revolución que ofrece menor resistencia al movimiento?

Proposition XXXIV (Book II):

Esfera, cono y cuerpo general de revolución.

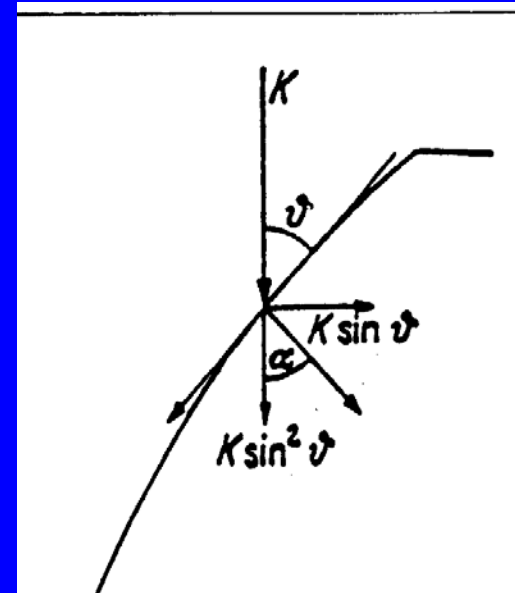
Método geométrico

“it may be of use in the builfing of ships”



Resistencia proporcional al cuadrado de la velocidad

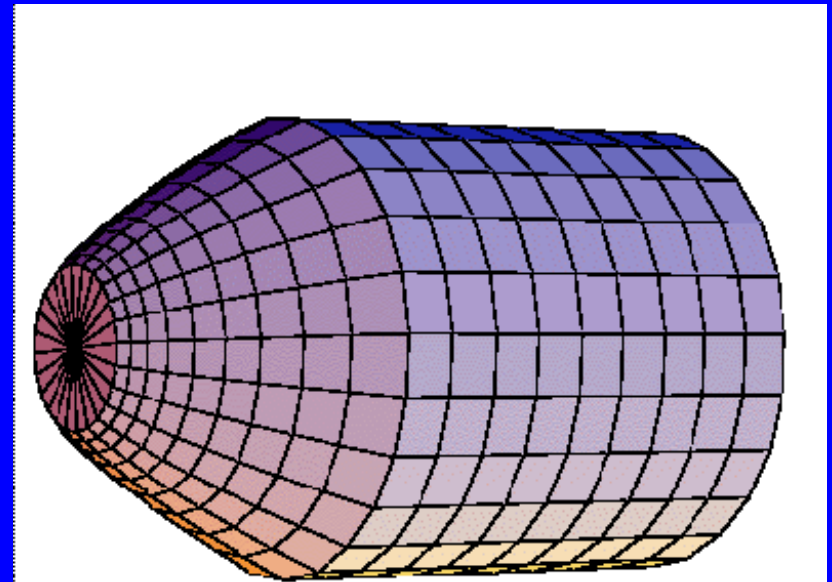
Solución óptima: especie de cono truncado (*barco chato*)



Sin detalles (no más de una página): larga historia

Version detallada de Newton (requerimiento de D. Gregory en 1691)

H.H. Goldstine: *A History of the Calculus of Variations*, Springer-Verlag, New York, 1980.



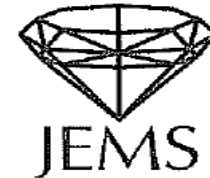
Análisis del problema: Legendre (1786), Bolza (1909),...

J. Eur. Math. Soc. 7, 395–411

© European Mathematical Society 2005

M. Comte · J. I. Díaz

**On the Newton partially flat
minimal resistance body type problems**



tratamiento de imágenes, transición de fases, elasticidad no lineal,...

Retorno a la optimización en la “filosofía natural”



El principio de mínima acción de P. L. M. de Maupertuis (1698-1759)



- **Búsqueda de un esquema filosófico del mundo**

1746: *Las leyes del movimiento y el equilibrio deducidas de un principio metafísico*: “Si ocurre algún cambio en la naturaleza, la cantidad de acción necesaria para este cambio ha de ser lo más pequeña posible”

J.S. Köning 1751 (carta de 1707 de Leibniz a Hermann)

G. W. Leibniz (1646-1716) 1710: *Ensayo sobre la bondad de Dios, la libertad del hombre y el origen del mal*: “El mejor de los mundos”



Mejor = mínimo (pero en economía mejor= máximo rendimiento)

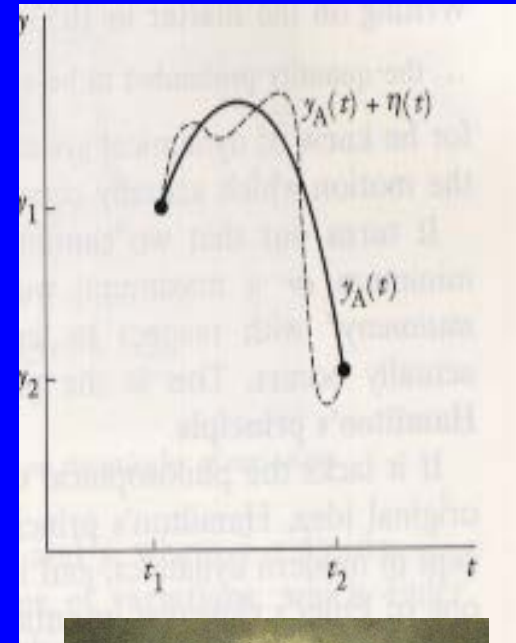


Nacimiento del Cálculo de Variaciones

Leonhard Euler (1707-1783)

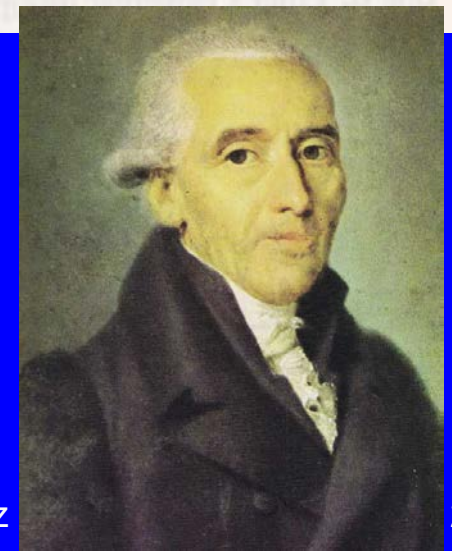


Acción en un intervalo (t_1, t_2)
= energía cinética – energía
potencial
(1743 < 1746, Maupertuis)



Joseph Louis Lagrange (1736-1813)

Carta del 12 de agosto de 1755 (19 años)

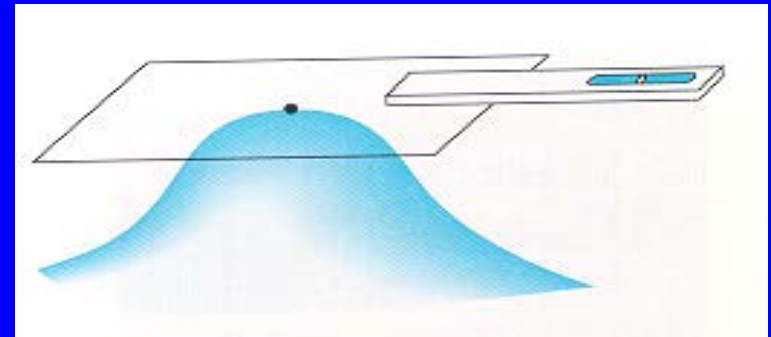
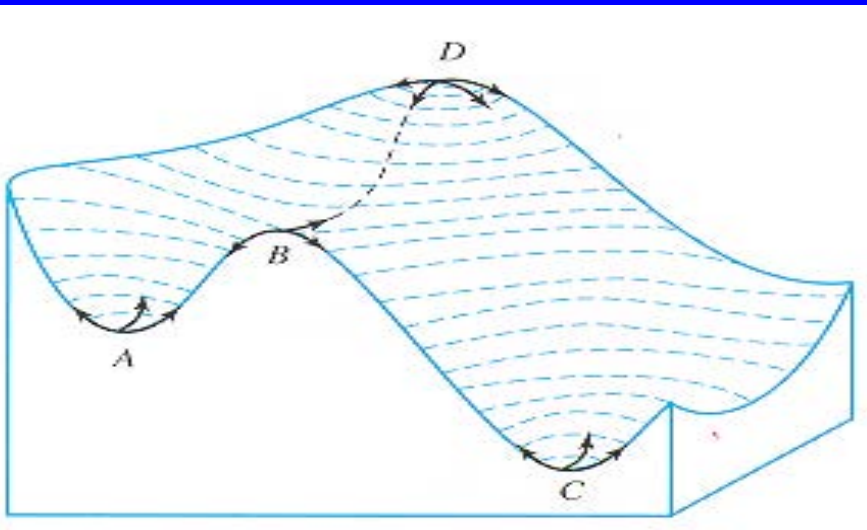


Métodos:

Directos (análisis sin requerir nada adicional)

Indirectos (supuesto que todo es tan suave y regular como se necesite)

Condiciones necesarias: máximos, mínimos, puntos de inflexión
(puntos estacionarios)



Reducción de infinitas dimensiones a una dimensión:

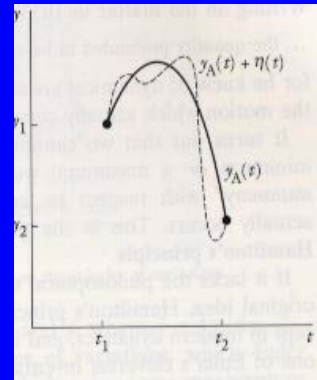
$$J(x) = \int_{t_0}^t L(t, x, \dot{x}) dt \rightarrow \text{Inf} \quad x(t_0) = x_0, x(t_1) = x_1$$

Variación de $x_0(t)$

$$x_0(t) + \alpha h(t) \quad h(t_0) = h(t_1) = 0.$$

Variación de J

$$\delta J = 0$$



$$\delta J(x, h) = \int_{t_0}^{t_1} \left(\frac{\partial L}{\partial x} - \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{x}} \right) \Big|_{x(t)} h(t) dt,$$

Ecuación de Euler (1744) - Lagrange (1762)

$$-\frac{d}{dt} L_x(t, x_0(t), \dot{x}_0(t)) + L_{xx}(t, x_0(t), \dot{x}_0(t)) = 0.$$



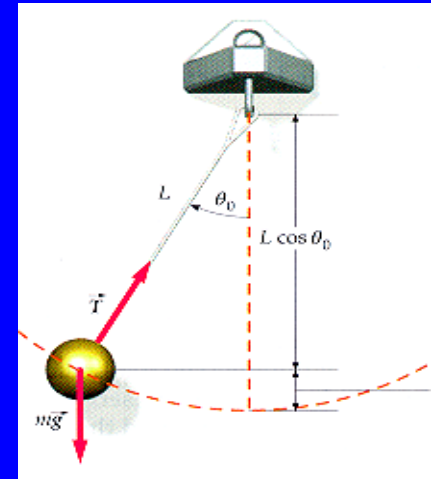
Multiplicadores de Lagrange:

Movimientos con ligaduras

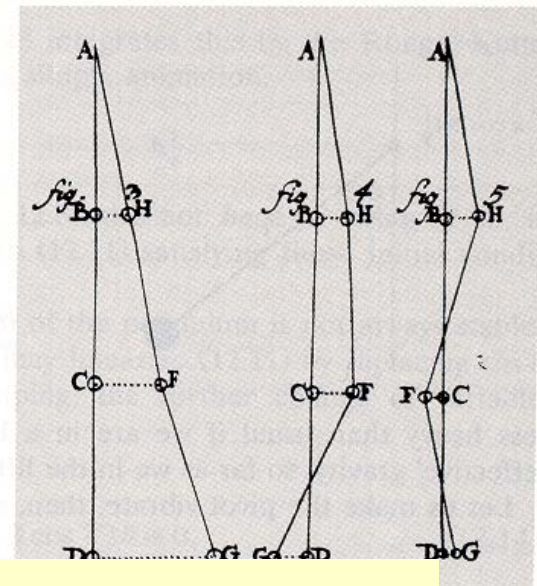
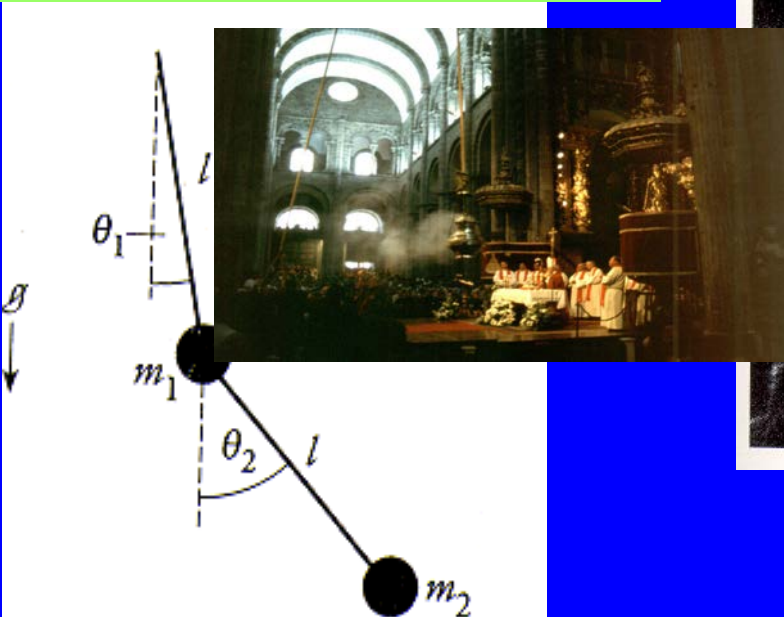
Péndulo no lineal

Ecuaciones no lineales:

teoría cualitativa, aproximación,...



el péndulo múltiple

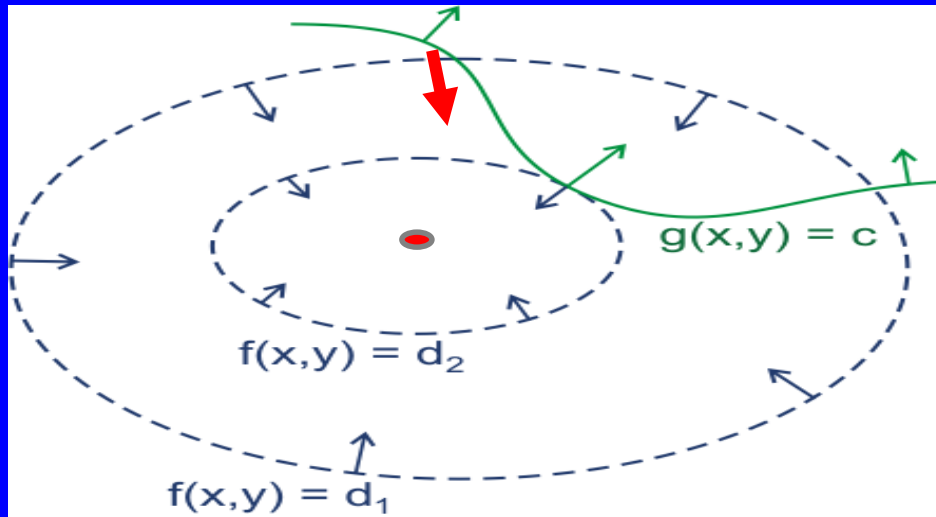


Daniel Bernoulli (1700-1782)



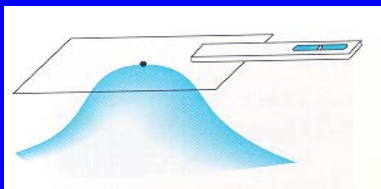
Multiplicadores de Lagrange

- Evitan las ligaduras pero “complican” la función Lagrangiana (o funcional de coste)



Max de $f(x,y)$ sobre la curva $g(x,y)=c$

Solo cuando el nivel de g es tangencial al de f , al pasear por la curva (por la derecha o por la izquierda) en ese punto f no varía: es un máximo o mínimo



gradiente de $f = (\textit{gradiente}$ de $g) \cdot \text{Cte}$



- **W.R. Hamilton (1805-1865): la acción es sólo un punto estacionario y a veces, incluso, un máximo.**
- Principio de acción estacionaria.
- Dualidad: formulación hamiltoniana



$$p_i = \partial L / \partial \dot{q}_i, \quad H(t, q_i, p_i)$$

$$\frac{dq_i}{dt} = \frac{\partial H}{\partial p_i}, \quad \frac{dp_i}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial q_i}, \quad i = 1, \dots, n.$$

- Distinción entre la naturaleza de pp. estacionarios: A. Legendre (1752-1833), C. Jacobi (1804-1851).



Métodos directos

Karl Weierstrass (1815-1897)



Consolidación (rigor matemático)

Problemas sin solución,...

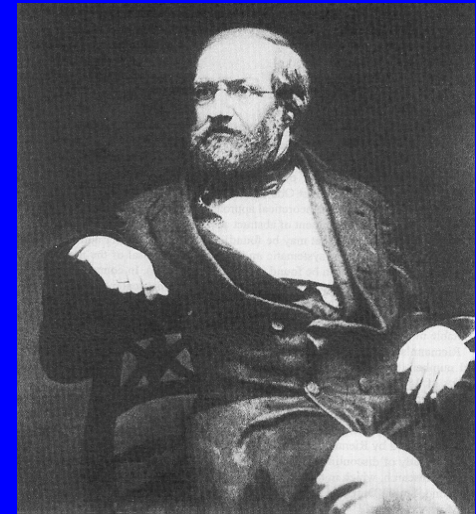
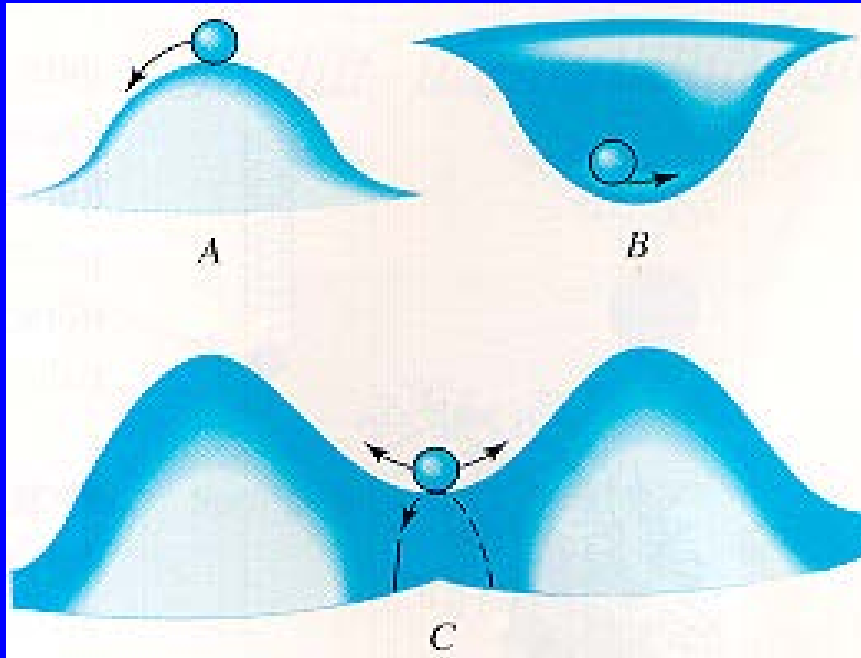
David Hilbert (1862-1943): Paris, 1900,



Problema 20: ¿ admiten solución los problemas de contorno del Cálculo de Variaciones, una vez definida de manera adecuada la noción de solución?



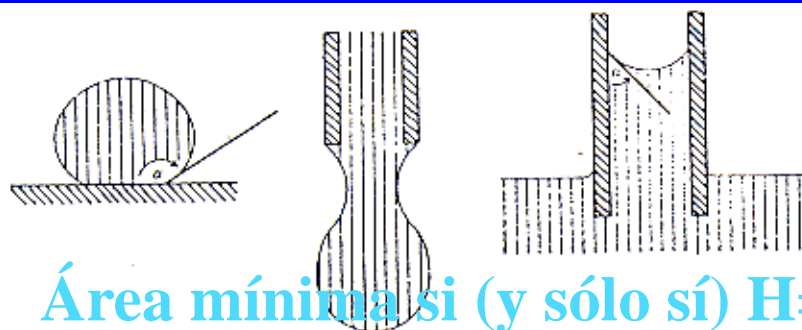
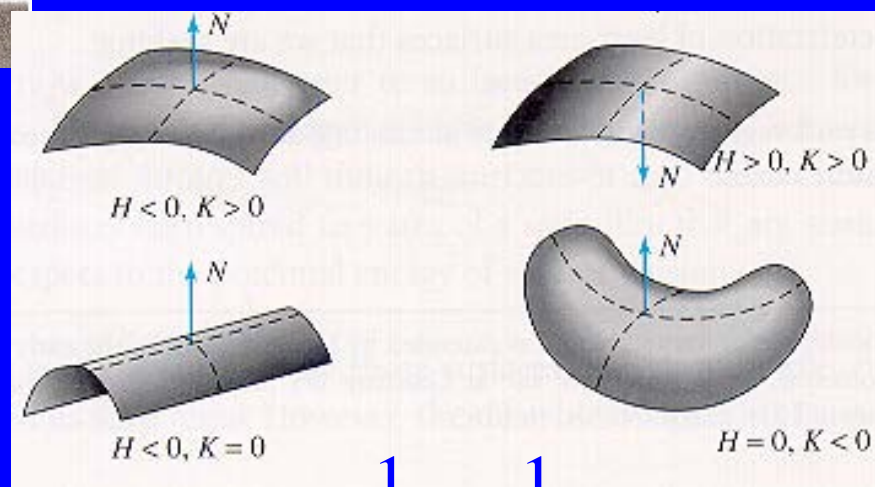
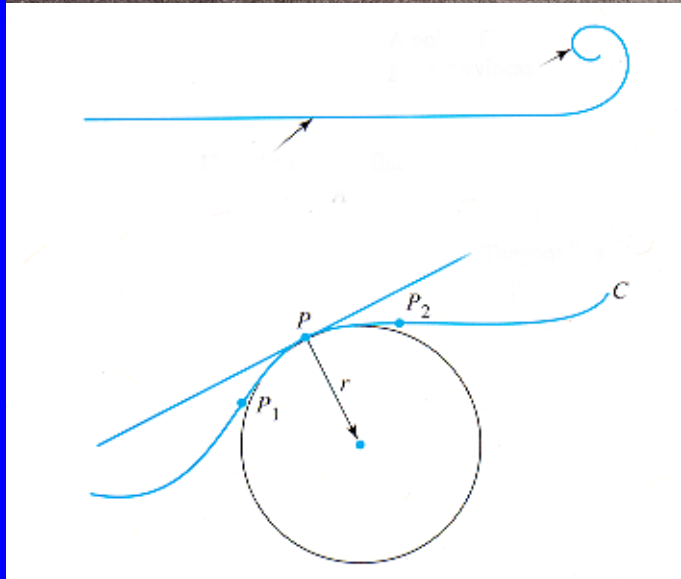
Principios variacionales y estabilidad (sistemas conservativos)



- P. G. L. Dirichlet (1805-1859),
- H. Poincaré (1854-1912),
- A.M. Lyapunov (1857-1918),...



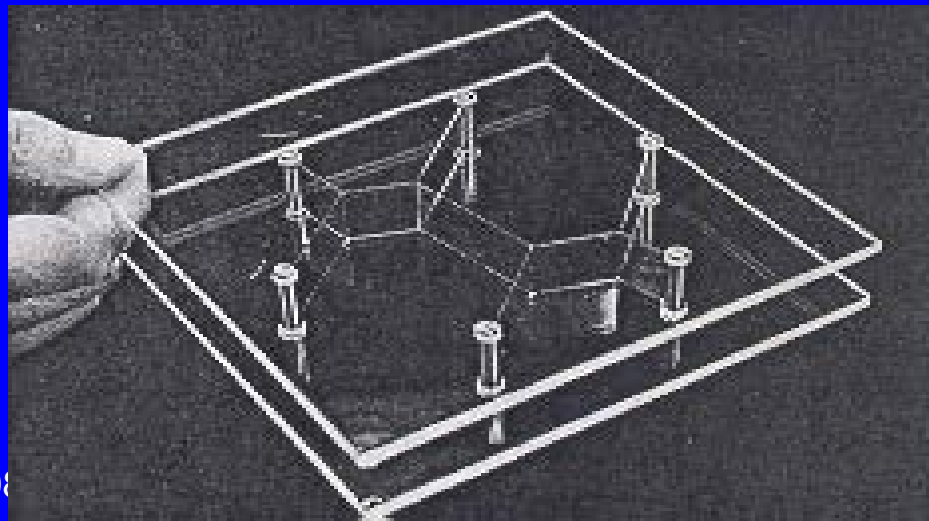
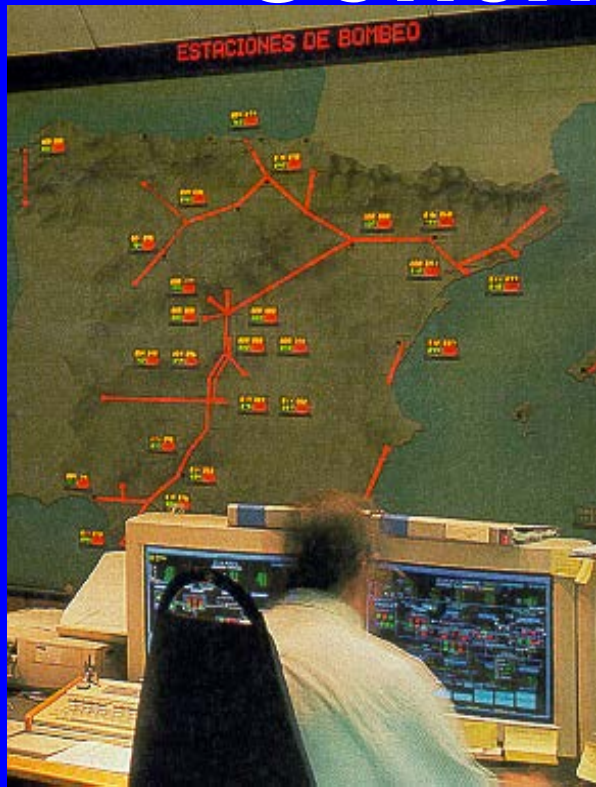
C. de V. en Fluidoeestática: Curvatura media



P. S. de Laplace (1749-1827),
Th. Young (1773-1829), C.F.
Gauss (1777-1855),

Área mínima si (y sólo si) $H=0$, Superficies jabonosas  minimales 28

Conexiones óptimas



Jacob Steiner (1796-1863).

Teoría de grafos,..



El Cálculo de Variaciones en España

- Benito Bails (1730-1797), 1772, (inquisición)

- José Echegaray Eizaguirre

(1833-1915), 1858.

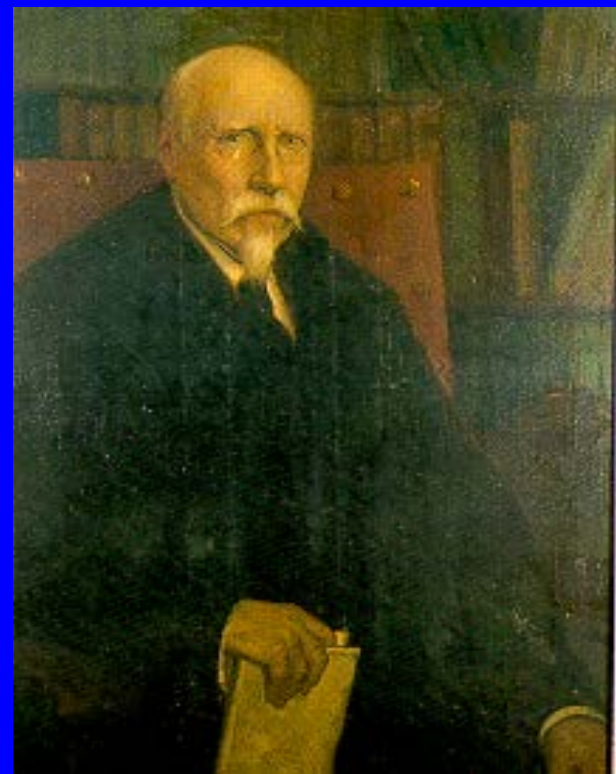
[Gumersindo Vicuña (1883),

Simón Arcilla (1888)]

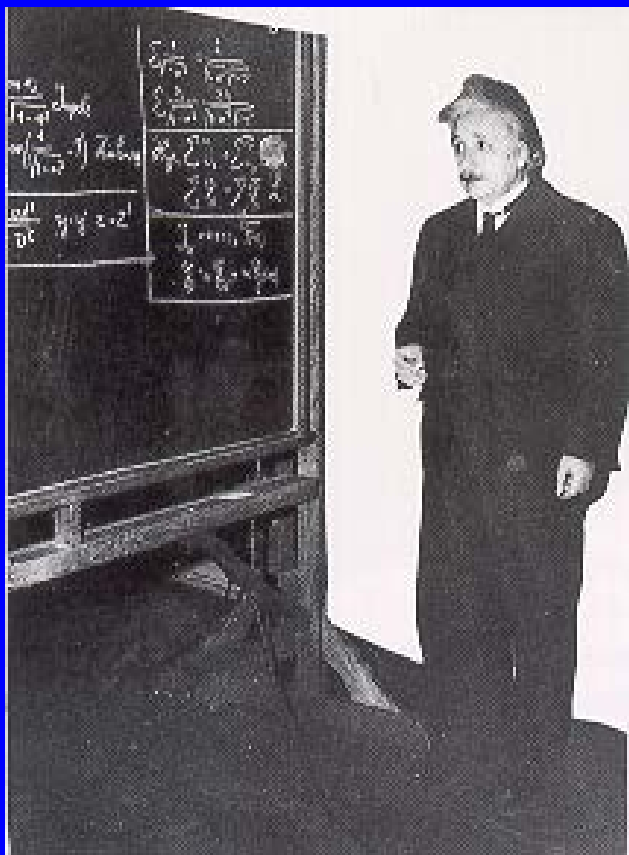
- E. Terradas (1883-1950):

“Sur le mouvement d’un fil”, *Proceedings of the Fifth International Congress of Mathematicians (Cambridge Univ. Press, Cambridge, 2, 250-255, 1912).*

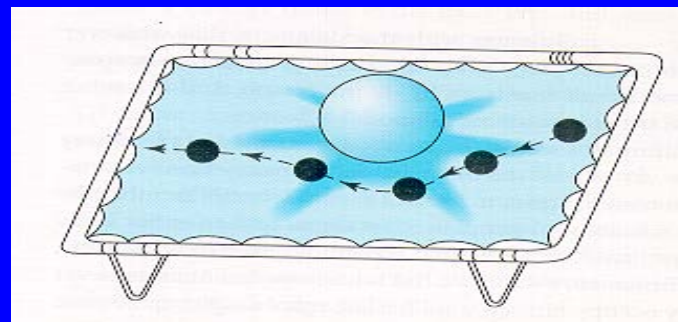
- Julio Rey Pastor (1888-1962): Los problemas lineales de la Física (1955).



Principio de acción estacionaria y Relatividad General (1915):



Albert Einstein (1879-1955)



David Hilbert (1862-1943)



- **D. Hilbert**, “Die Grundlagen der Physik”, *Nachrichten von der Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen* (1915), 395-407.
- **A. Einstein**, “Zur allgemeinen Relativitätstheorie (Nachtrag)”, *Sitzungsberichte der Königlichen Preussischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin*, **46**, (1915), 799-801.
- **L. Corry, J. Renn, J. Stachel**, “Belated Decision in the Hilbert-Einstein Priority Dispute”, *Science*, **278**, 1270-1273, 1997

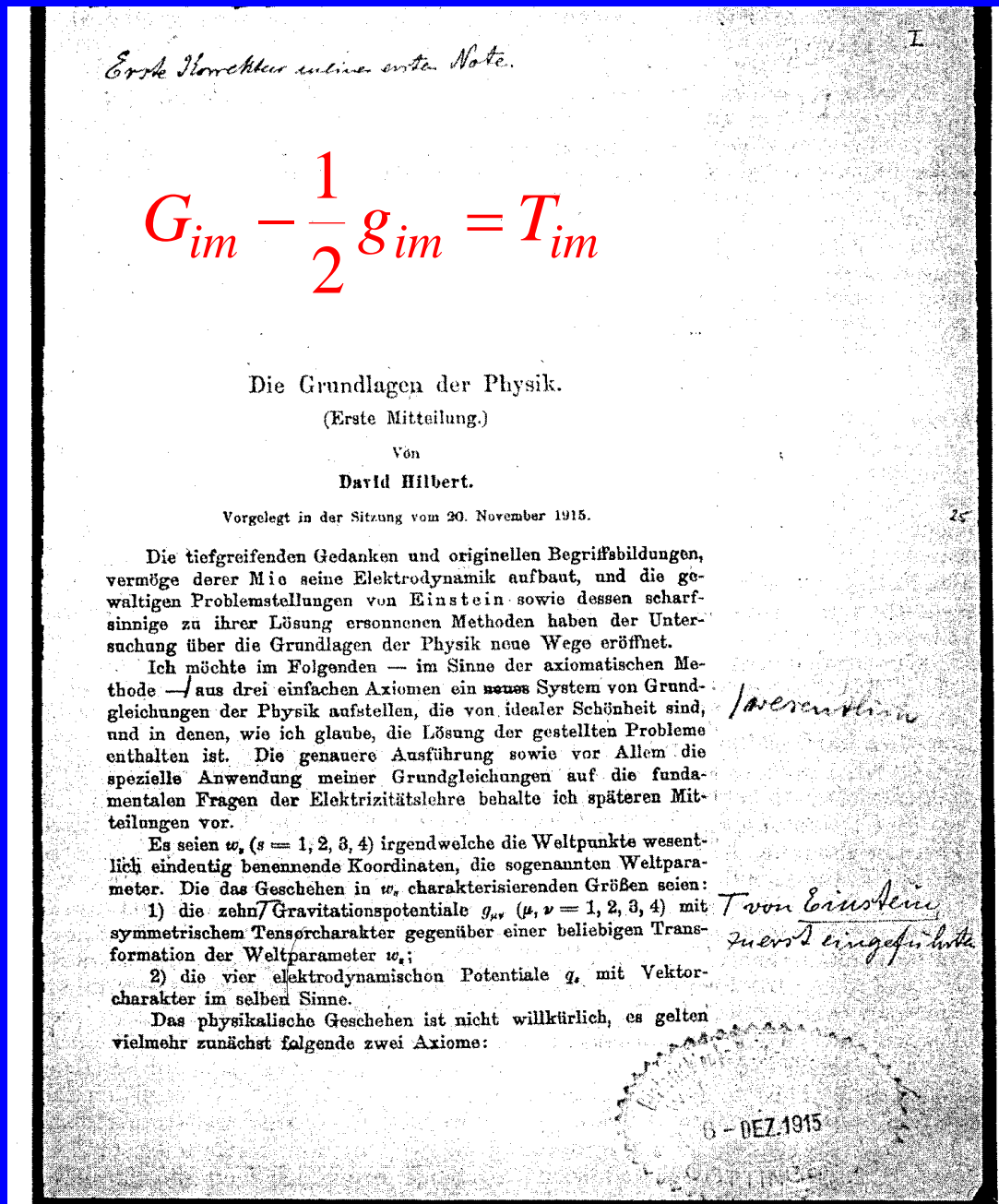
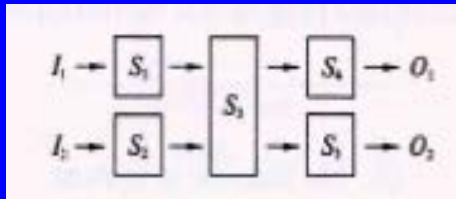
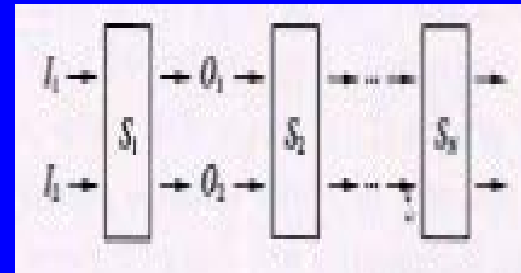
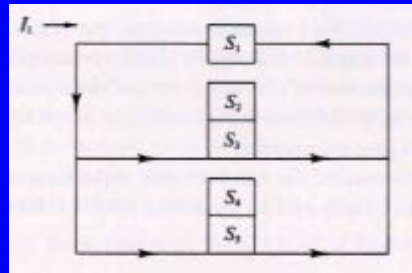
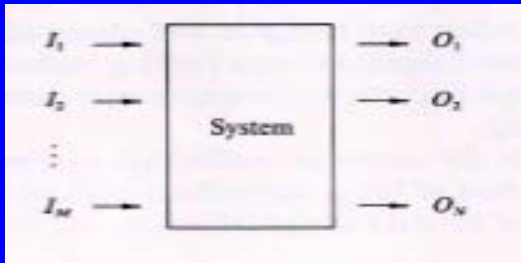


Fig. 1. The first page of a set of proofs of Hilbert's first communication, with Hilbert's handwritten corrections and a printer's stamp, dated 6 December 1915. [Reproduced with permission by the

3. Control



Objetivo: mejorar el comportamiento del sistema



• **Control óptimo** (alcanzar lo mejor):

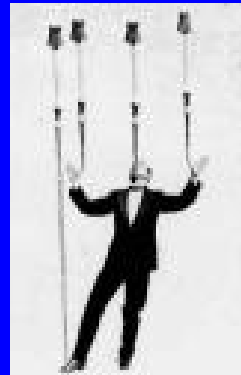
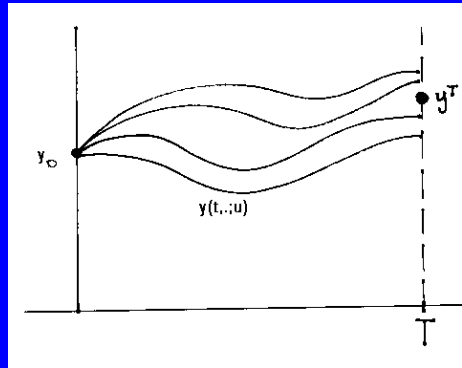
$$\text{Min}\{J(u): u \text{ en } K\}$$

Usualmente $J(u)=J_1(u)+c|y(u)-y_d|$, $c \geq 0$

- * Ecuación de estado determinista (EDO o EDP) o estocástica
- * Ecuación estacionaria o dinámica
- * Ecuación continua o discreta



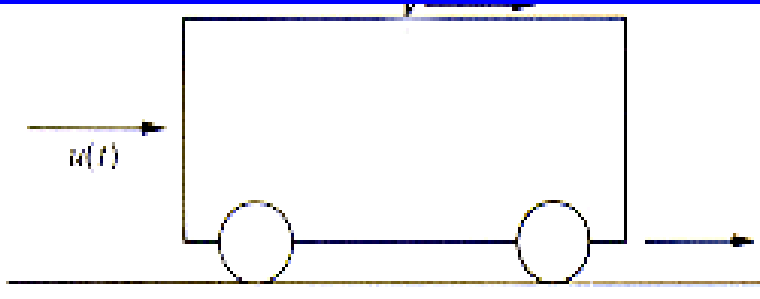
* **Control posicional** (bordear lo imposible):



Posición inestable.



Control óptimo: Controles bang-bang

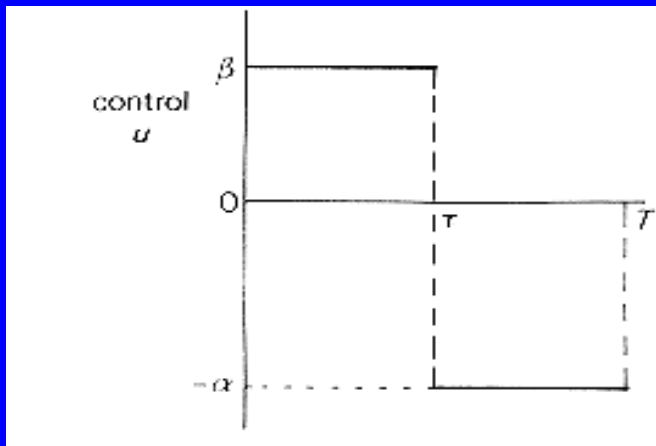


$$V(0)=0$$

$$V(T)=0$$

Aceleración $u(t)$, $-\alpha \leq u(t) \leq \beta$ $v'(t) = u(t)$

Problema: hallar $u(t)$ para que T sea mínimo



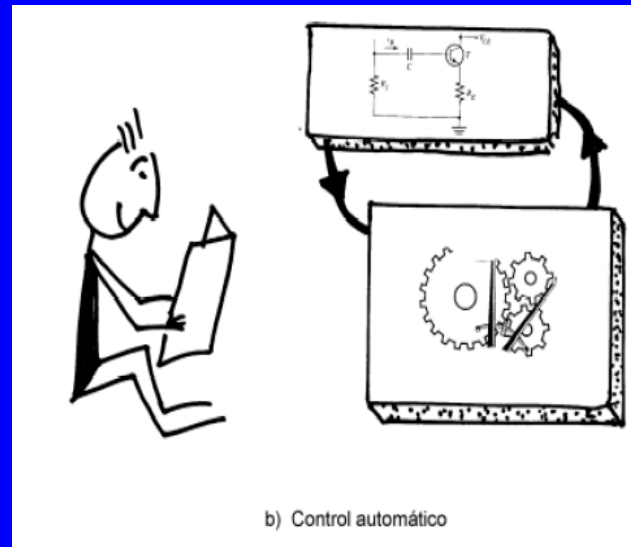
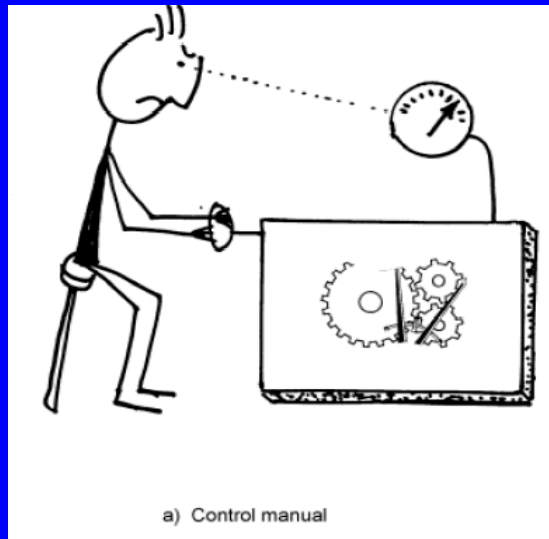
EDO con coeficientes discontinuos

C. Caratheodory (1873-1950),.....

El control óptimo conduce intrinsecamente a comportamientos no regulares

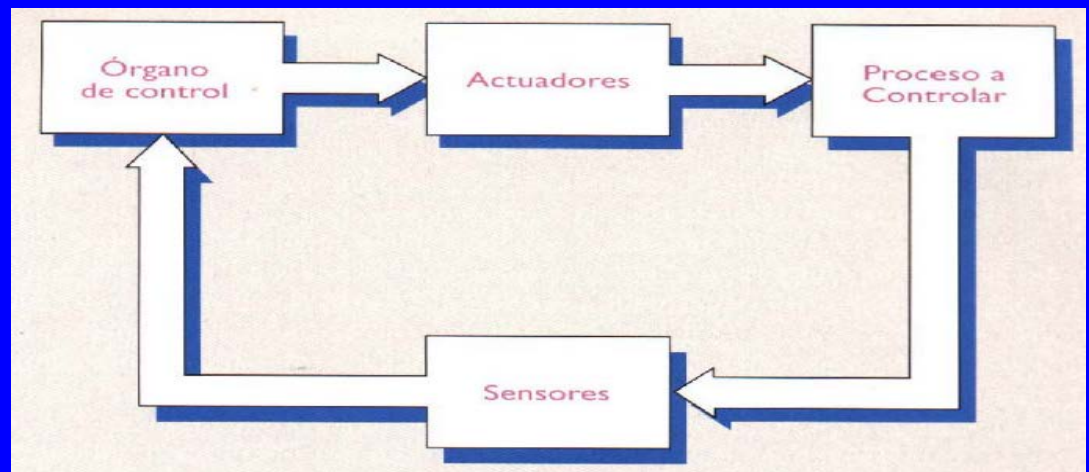


Lazo abierto / lazo cerrado

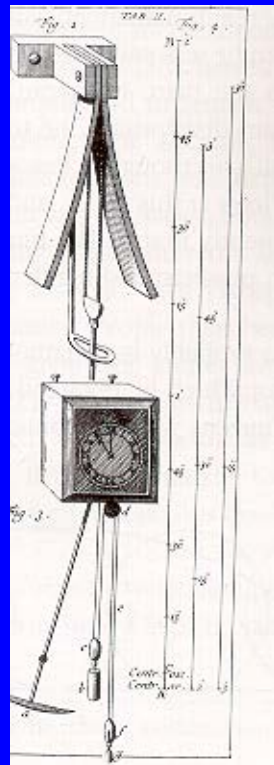


realimentación
(feedback)

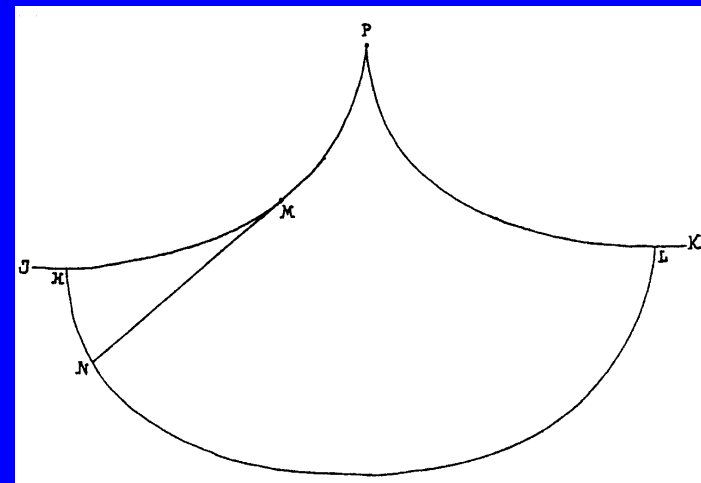
retroalimentación



Antecedentes del control por realimentación (feedback): El péndulo cicloide de Christian Huygens (1629-1695), 1673.



- Métodos precisos para medir el tiempo.



“Gobernador” para el control de velocidad de rotación



Th. Mead 1787: Molino de viento

J. Watt (1736-1819): Máquinas de vapor

G. B. Airy (1801-1892): Telescopios astronómicos

Enfoque totalmente matematizado:

J. B. L. Foucault (1819-1868),

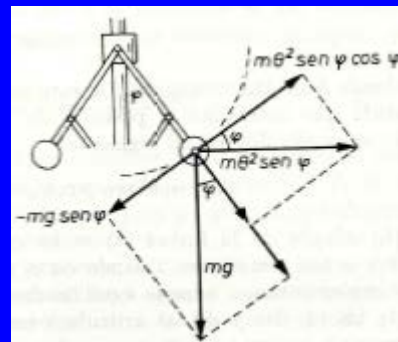
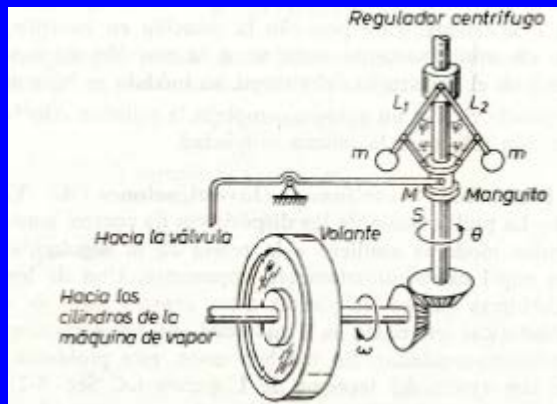
J.C. Maxwell (1831-1879)

On governors (1866)



I. I. Vichnegradski

Sobre los reguladores de acción directa (1876)

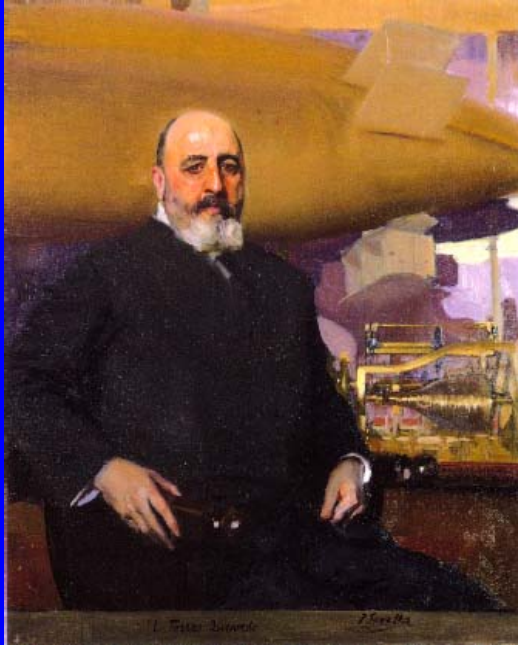


$$\left. \begin{aligned} m\ddot{\varphi} &= mn^2\omega^2 \operatorname{sen} \varphi \cos \varphi - mg \operatorname{sen} \varphi - b\dot{\varphi}, \\ J\dot{\omega} &= k \cos \varphi - F, \end{aligned} \right\}$$



Realimentación: automática

Leonardo Torres Quevedo (1852-1936)



Presidente de la RSME

Presidente de la Real Academia de Ciencias

Miembro extranjero de la Acadèmie des Sciences

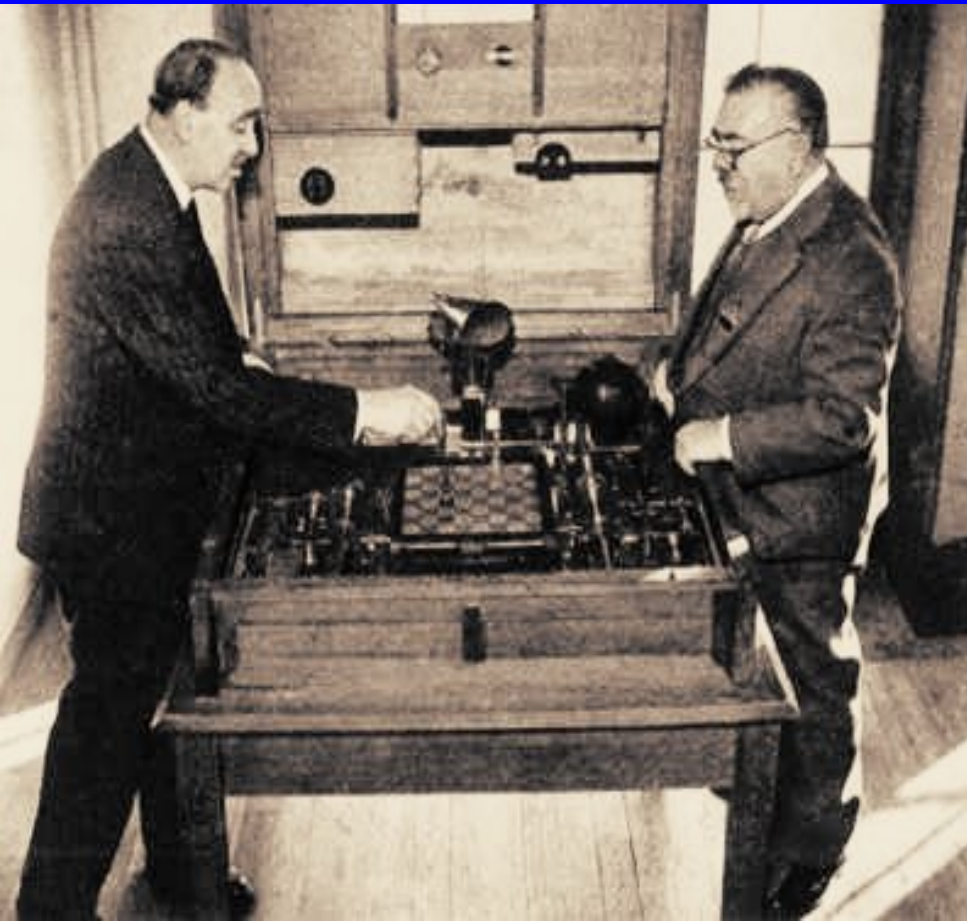




1894 - 1964 **N. Wiener**, Cybernetics,
The M.I.T. Press, 1948 (2^a 1961).

Subtítulo : “El control y la comunicacion
en el animal y en la maquina”

R. Lorente de No (1902-1990)

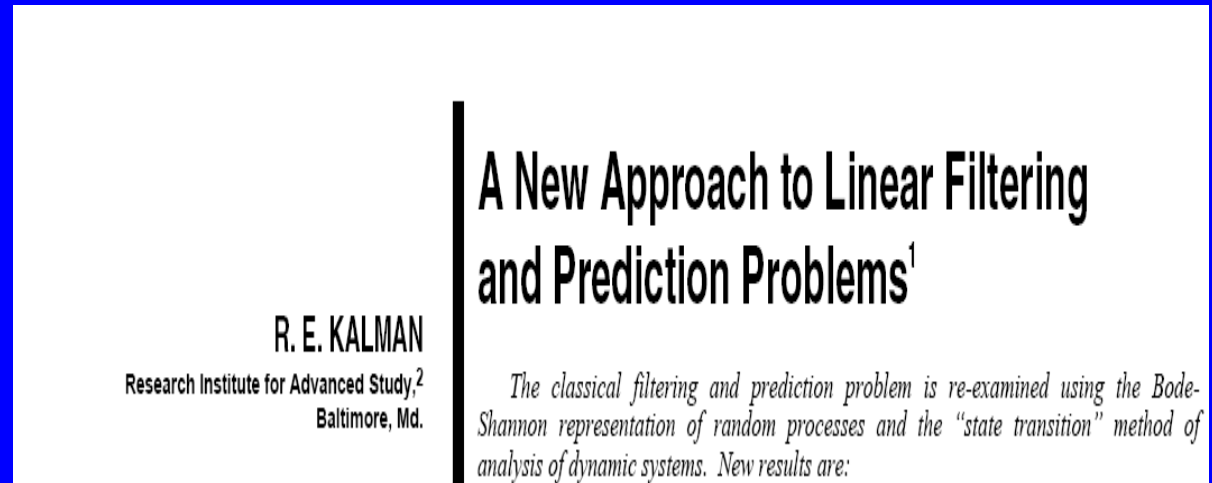


Pedro Puig Adam (visita
de N. Wiener en 1952)

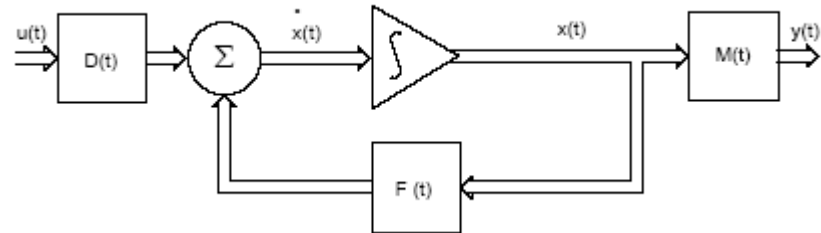


Criterios de controlabilidad y observabilidad

Rudolf Emil Kalman (1930-)



$$\left. \begin{aligned} \frac{d\mathbf{x}}{dt} &= \mathbf{F}(t)\mathbf{x} + \mathbf{D}(t)\mathbf{u}(t) \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{M}(t)\mathbf{x}(t) \end{aligned} \right\}$$

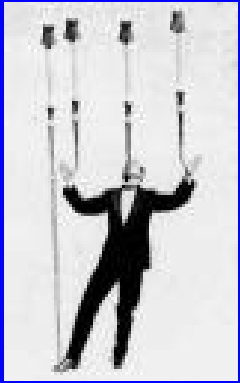


Condiciones necesarias y suficientes para Controlabilidad, Observabilidad en sistemas lineales, Filtro de Kalman, ...

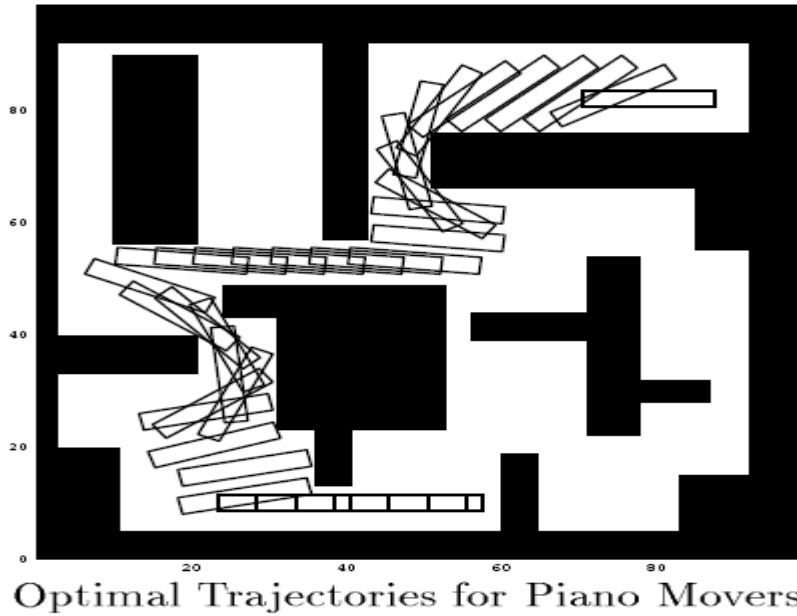


El péndulo invertido: lograr “lo imposible”

Posición inestable.



bucle cerrado



Control = análisis
intrínsecamente no
regular

Control del caos,...



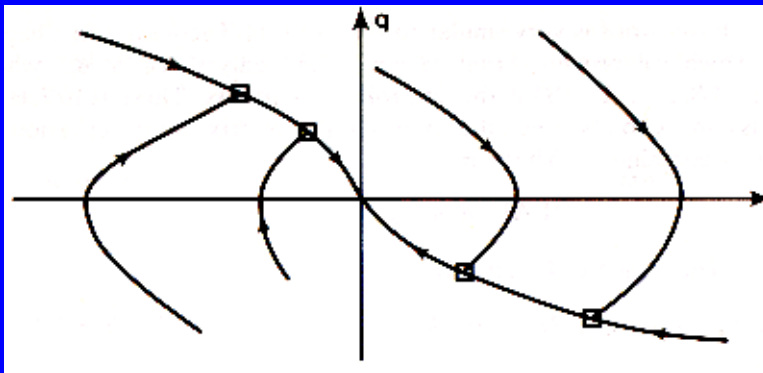
Regreso a Control Óptimo

El principio del máximo de L.S. Pontriaguin (1960),...

Lev Semenovich Pontryagin
1908 - 1988



Reducción a un n° finito de dimensiones: inspirado en la dualidad Hamiltoniana y multiplicadores de Lagrange



Curva de cambios (switch)



Principio de la programación dinámica de R. Bellman (1967)

Richard Ernest Bellman (1920–1984)



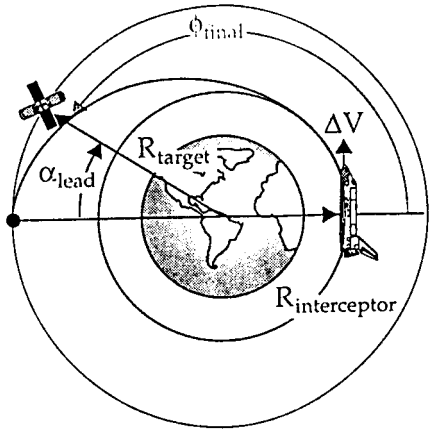
$$S(t, x) = \int_t^T F(s, x(s), u(s)) ds$$

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \min_{u \in U} \left(\left(\frac{\partial S}{\partial x} \right)' \cdot (f(t, x(t), u(t)) - F(t, x(t), u(t))) \right) = 0,$$

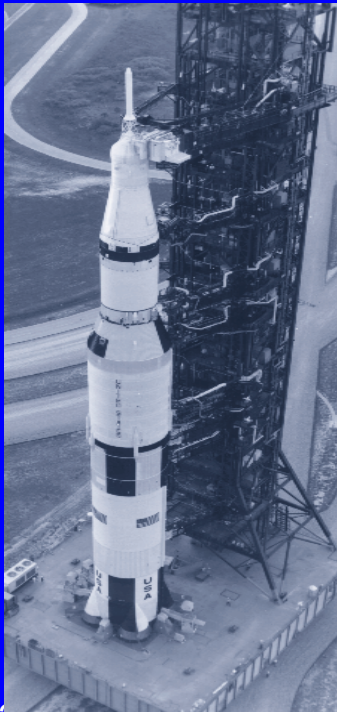
Ecuación de tipo Hamilton-Jacobi (EDP de primer orden)



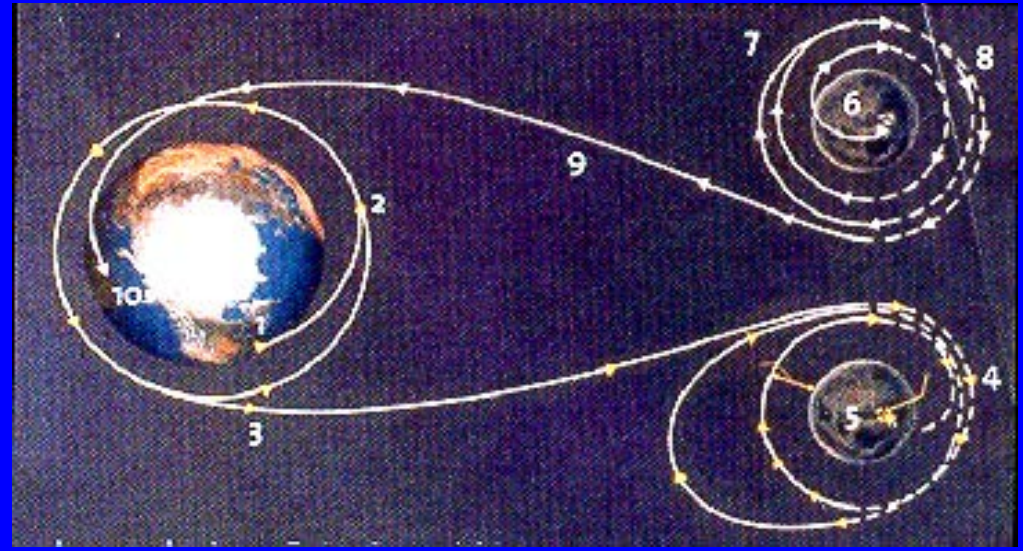
Control óptimo en navegación espacial



- Cálculo y optimización de trayectorias (Mecánica Celeste) [aceleración indirecta] muy anterior a la construcción de las lanzadoras y astronaves.
- Optimización (economía) del combustible,..
- Multiplicadores de Lagrange: D.F. Lawden 1955, A. Miele 1958, G. Leitmann 1959, A.I. Lurie 1963,.....



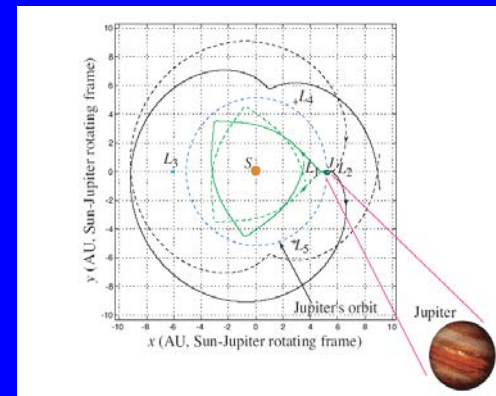
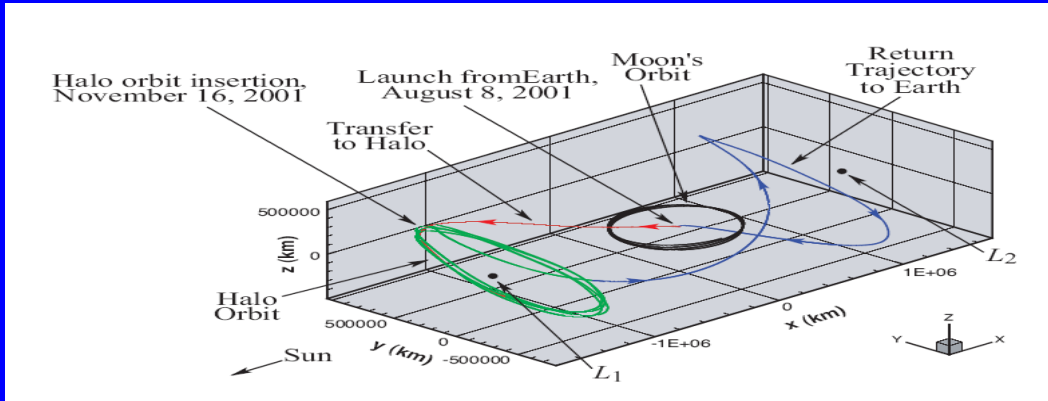
Misiones espaciales



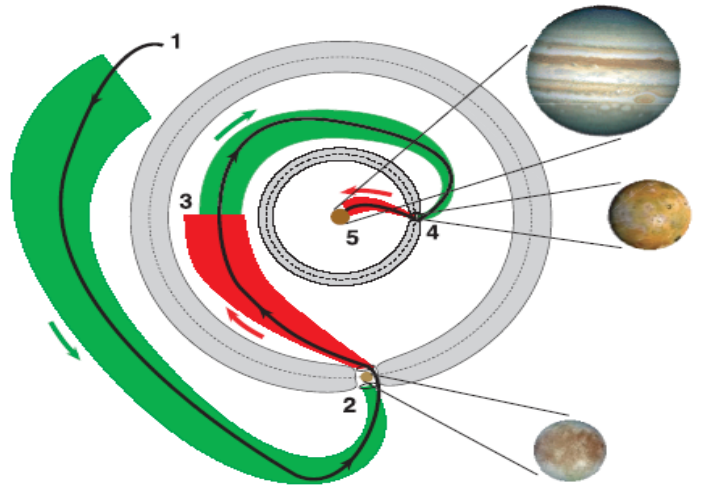
Apolo 11, 20 de julio de 1969

Expedición a las lunas de Júpiter

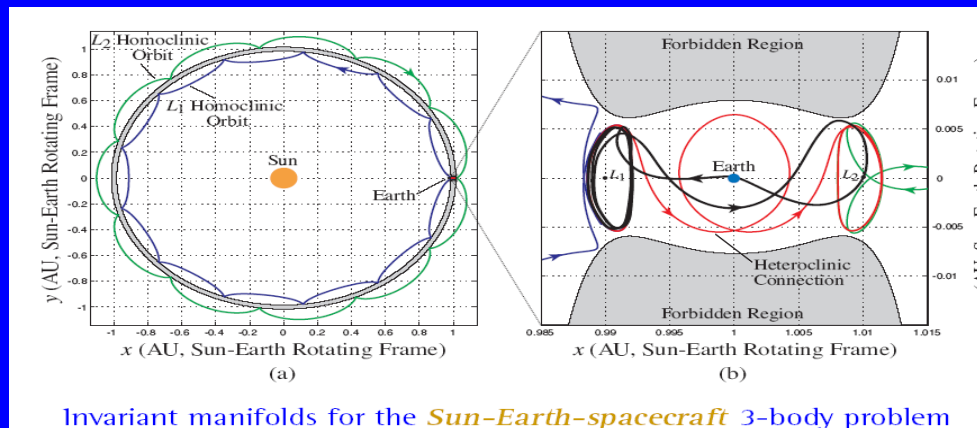
2000-present: Barrabés, Font, Gómez, Nunes, and Simó (part of the Barcelona group) systematically study jumping between resonant orbits; Koon, Lo, Marsden, and Ross at Caltech systematically study jumping between interior and exterior resonances and its application to space mission trajectory design



1. Begin tour
2. Europa encounter
3. Jump between tubes
4. Io encounter
5. Collide with Jupiter



Expedición a las lunas de Júpiter



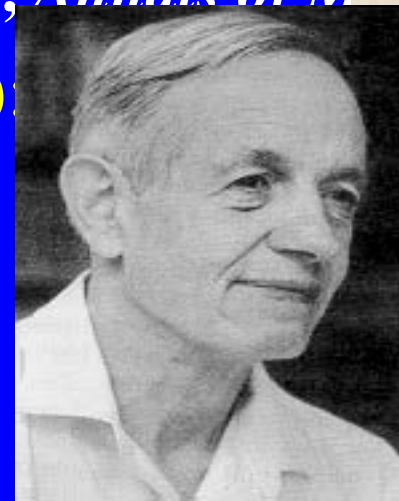
Componentes económicos y sociales: varios controles (agentes, jugadores)

- A. Cournot, Recherches sur la les principes mathematiques de la theorie des richesses, 1838.
- V. Pareto “Manuel d’economie politique” 1909.
- J. von Neumann 1928,.. O. Morgenstern “Theory of games and economic behavior” 1947.
- H. von Stackelberg, 1934.
- J. Nash 1954, Non-cooperative games, *Annals of M*

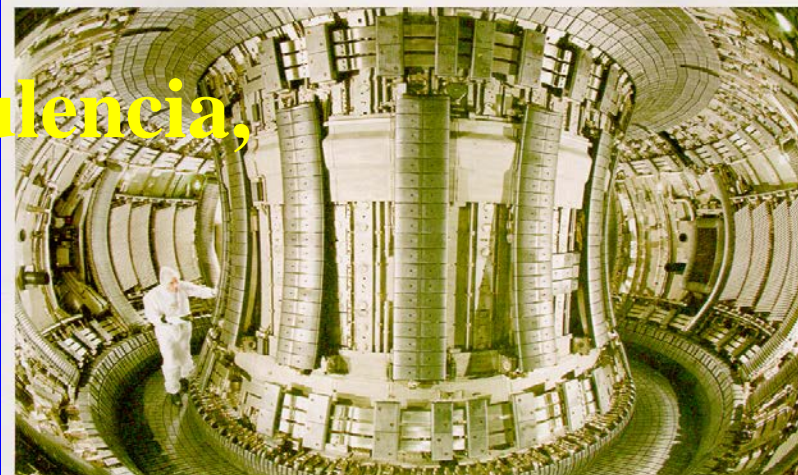
Premio Nobel de Economía (1994)

John Nash

Reinhard Selten



Fusión termonuclear, turbulencia, Control del clima



Vista interior del JET después la instalación del divertor (a principios de 1994)



10:37 LST-16,100'



11:12 LST-14,250'
26 min. después de la inseminación



11:20 LST-16,100'
34 min. después de la inseminación

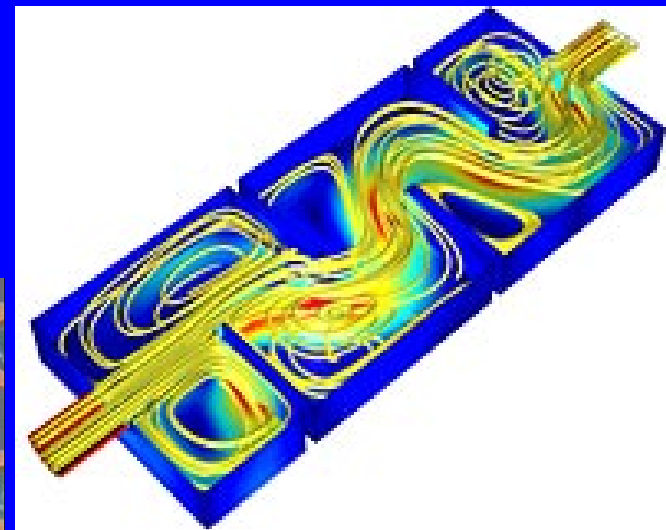
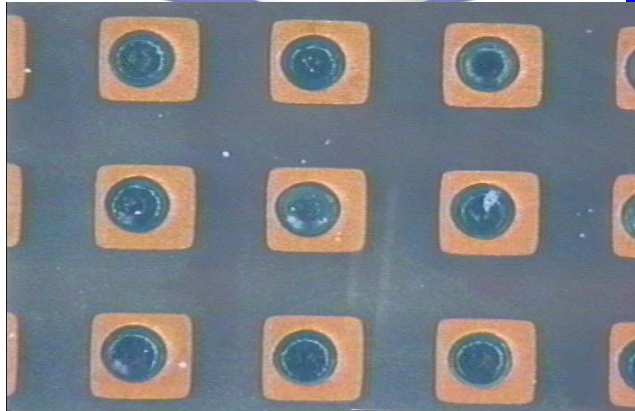
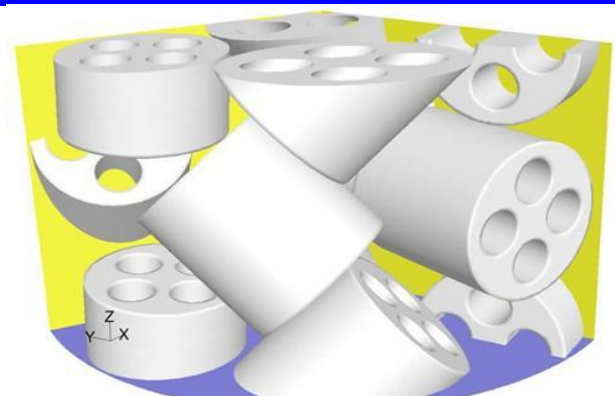
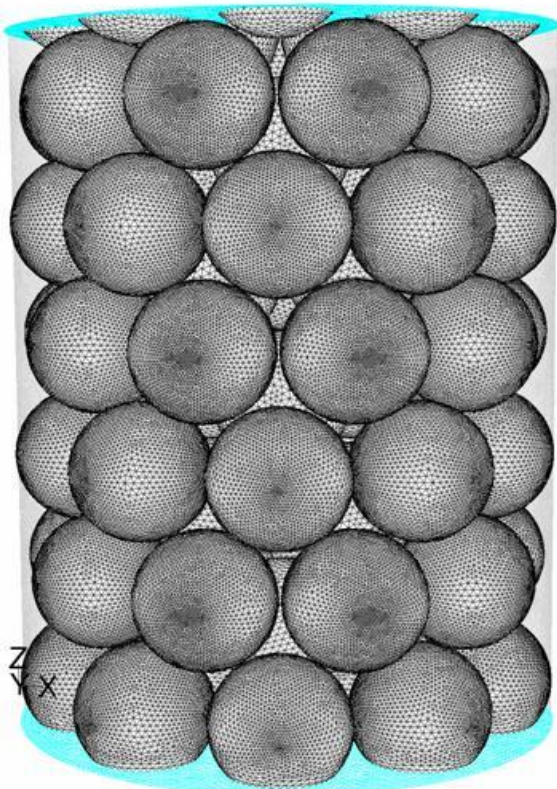


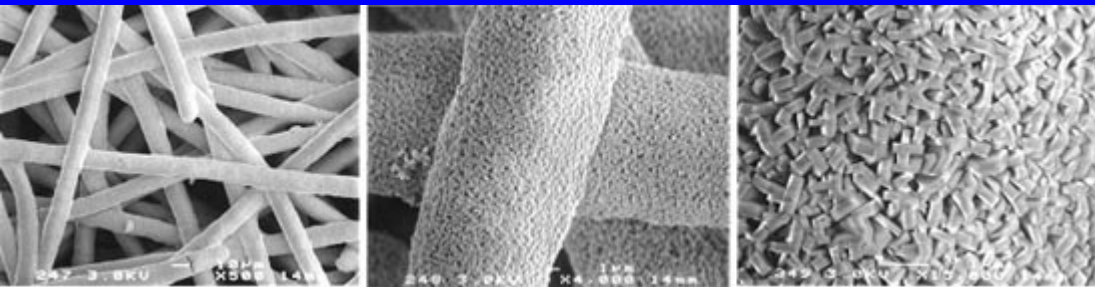
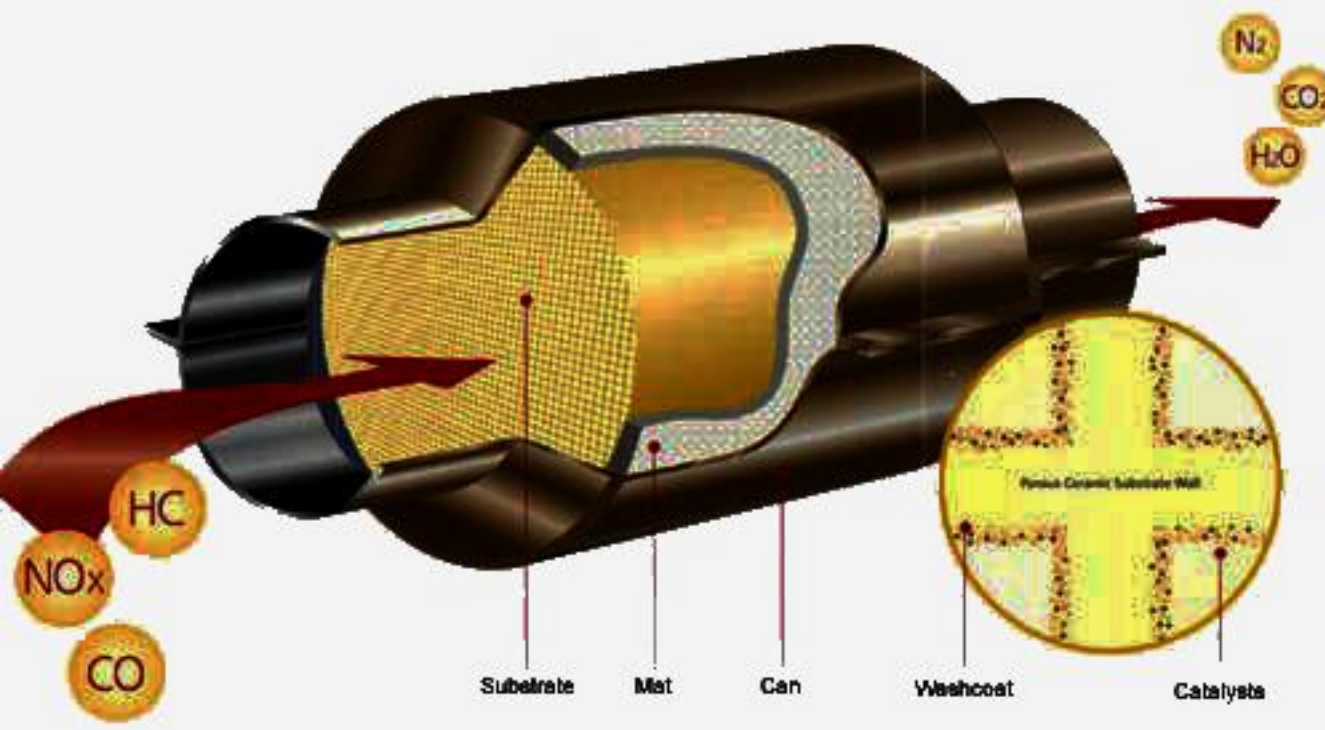
11:31 LST-16,200'
45 min. después de la inseminación

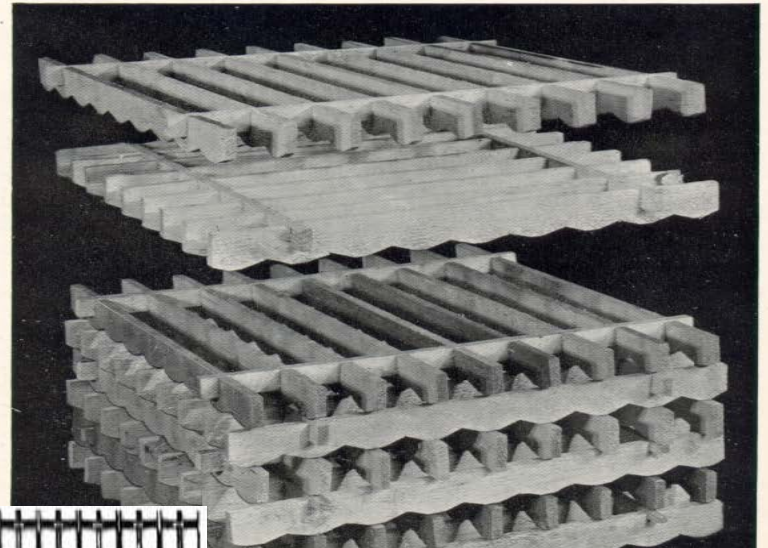
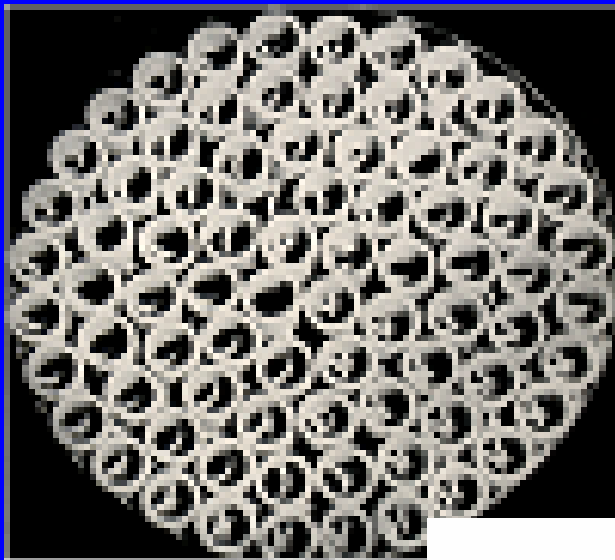


1972: Cambridge, EE.UU.

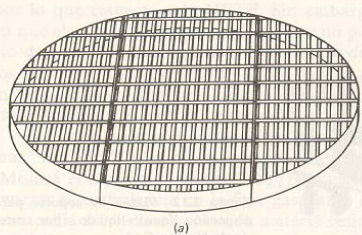
Control en sistemas complejos: reacciones químicas



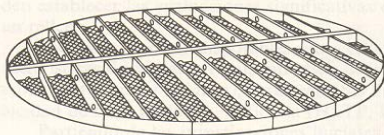




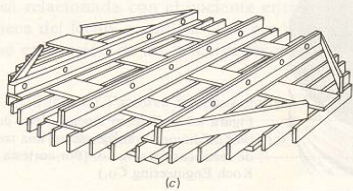
Equipo para contacto de fase múltiple



(a)



(b)



(c)

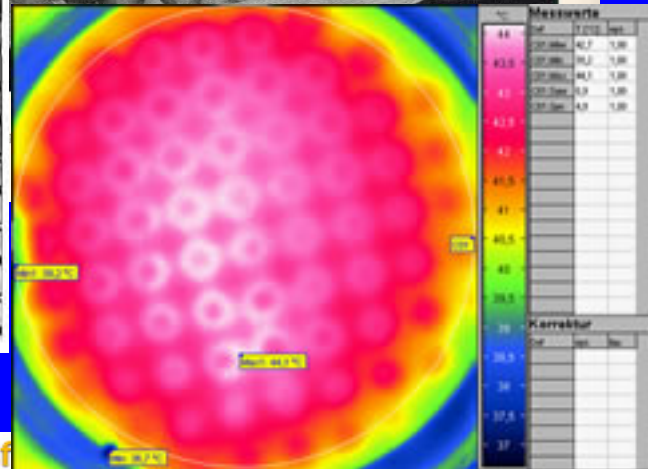
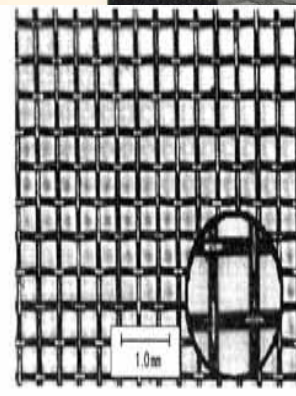
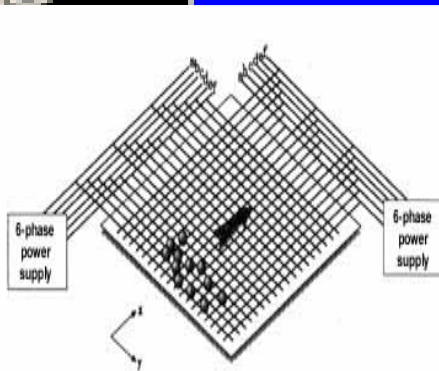
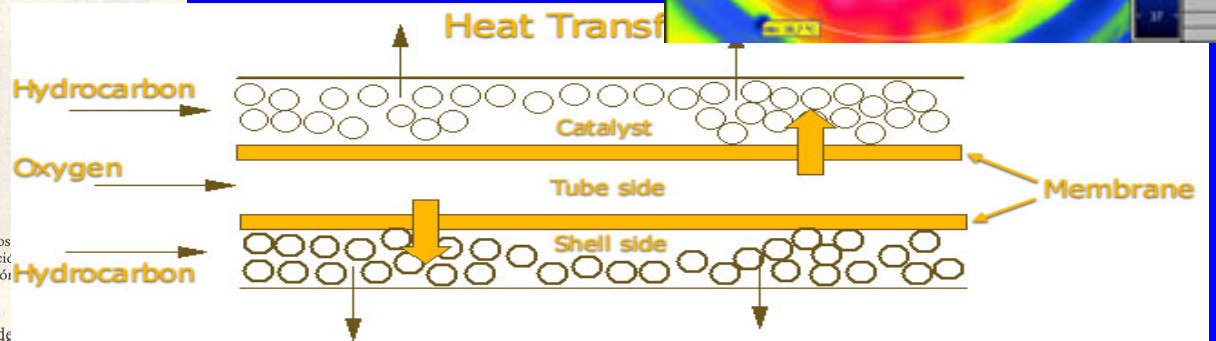
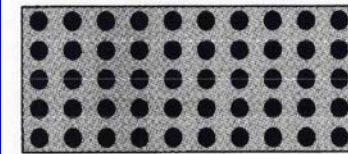
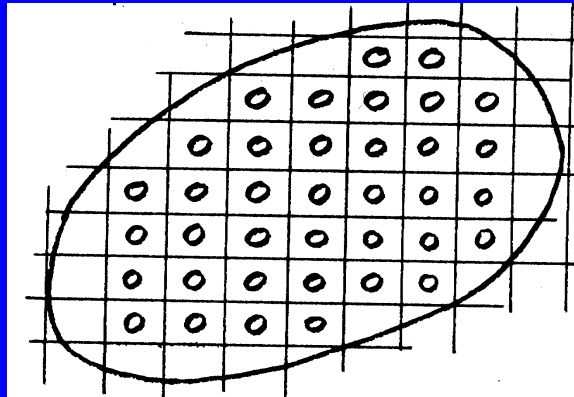


Figura 2.11 Platos
(a) Plato de retención
(b) Plato de distribución
(c) Plato de sujeción
(Engineering Co.)

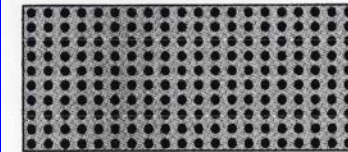


quido se crea por combinación de los efectos de penetración de

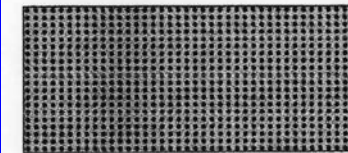
Homogeneización



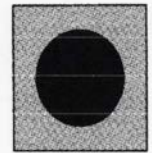
$\epsilon=0.2$



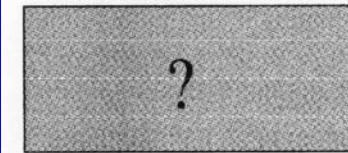
$\epsilon=0.1$



$\epsilon=0.05$



$y=x/\epsilon$



$\epsilon \rightarrow 0$

Sánchez-Palencia, Bensoussan-Lions-Papanicolau,



Control del comportamiento a escala macroscópica mediante la actuación de controles (forma de partículas) a escala microscópica

Piensa globalmente y actúa localmente

Gracias por su atención



