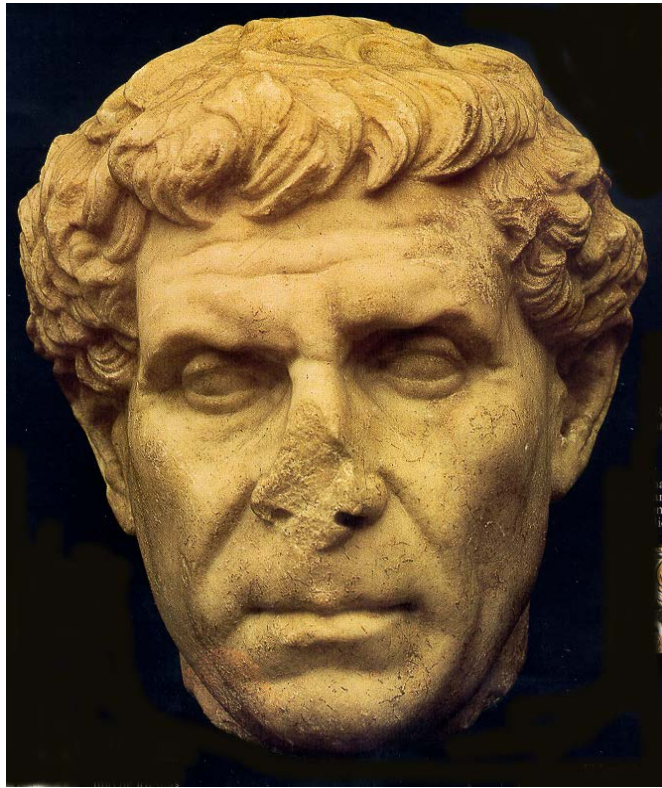


The background is a highly detailed, golden-brown engraving. It features a central scene with several figures: two winged cherubs at the top, a figure on the left, and a figure on the right. In the center, there is a shield with three bees. The entire scene is framed by elaborate, swirling scrollwork and architectural elements. The overall style is reminiscent of 18th-century decorative arts.

**De la pompa de jabón al satélite
artificial: lo optimo como diseño**

J.I. Díaz

**Ciclo de conferencias
“Promoción de la cultura matemática”
Logroño, 14 de diciembre de 2000**



Publio *Virgilio* Marón (70-19 a.C):
La Eneida (*La leyenda de la*
princesa Dido)

Hacia 814 (a. de C.), princesa fenicia,
huye de su hermano (el rey Pigmalión),
llega a Numidia, compra una parcela
(fundación de Cartago) al rey Jarbas.

• **Condición:** lo que pueda limitarse por
una piel de toro:

• **Estrategia** (Marcus Junianus Justinus
(III a. de C.): *Historiae Philippicae...*). :

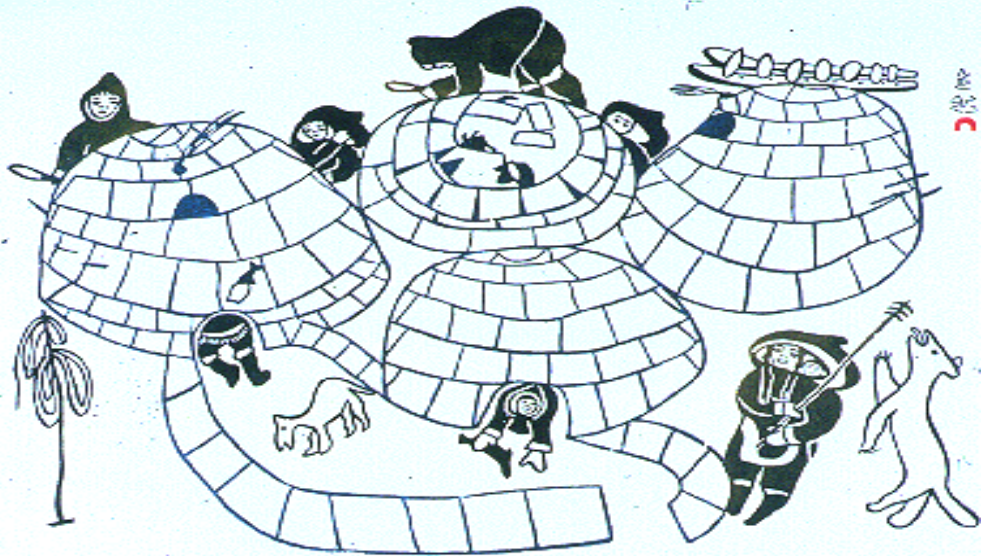
**1. Cortó la piel en finísimas tiras de más
de 1000 metros.**

**2. Entre todas las curvas de longitud dada
hallar la que encierra una región de área
máxima.**





El círculo



Esquimales

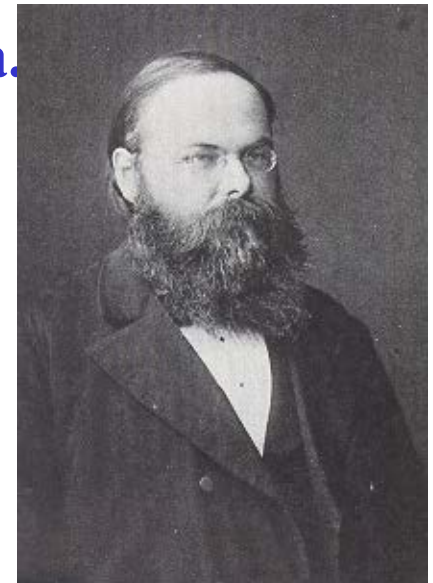
Superficie que encierra un mayor volumen, entre todas las de área fija:

La esfera

- La perfección geométrica: Pitágoras, Copérnico,...
- Problemas isoperimétricos. Aristóteles (siglo 4 a.C.), Arquímedes, Zenodoro (entre los siglos III a. de C. y el I) [polígonos de longitud dada]
- Noción de longitud, área, volumen:
- Hermann Amadeus Schwartz (1843-1921)

$$4\pi A \leq P^2, \quad 36\pi V^2 \leq A^3$$

Igualdad sólo para el círculo o la esfera



Pompas de jabón

B.E. Murillo (1617-1682)



J.J. de Boissieu, 1799



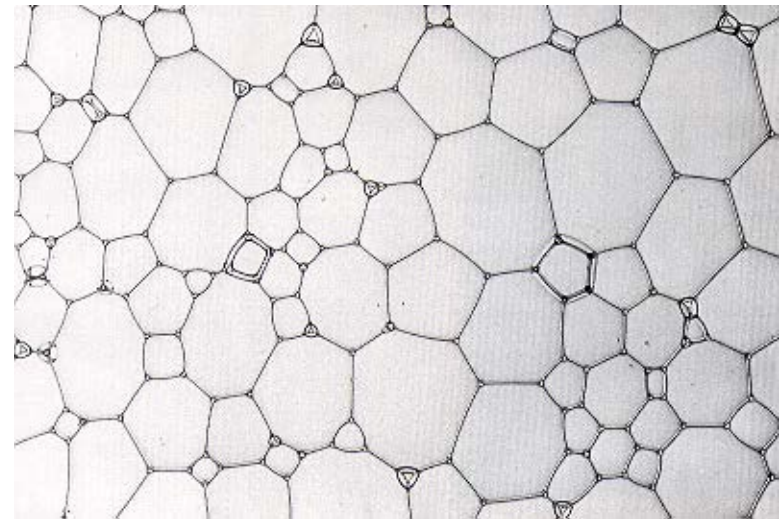
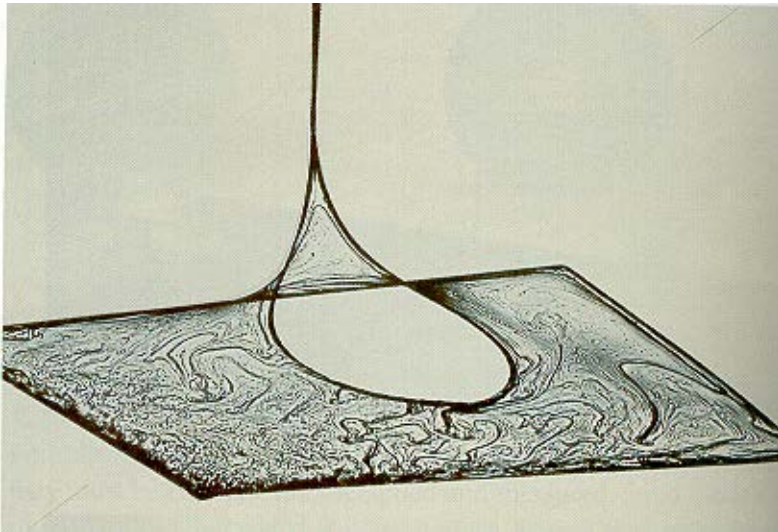
J.B.S. Chardin (1698-1779):
1739

E. Manet (1832-1883): 1867

***Superficies esféricas \Rightarrow área mínima (para un volumen dado).**

Superficies jabonosas entre alambres: el Problema de J.A.F. Plateau (1801-1883)

Superficies (de áreas) “mínimas” (entre las que toman el mismo valor en el contorno).

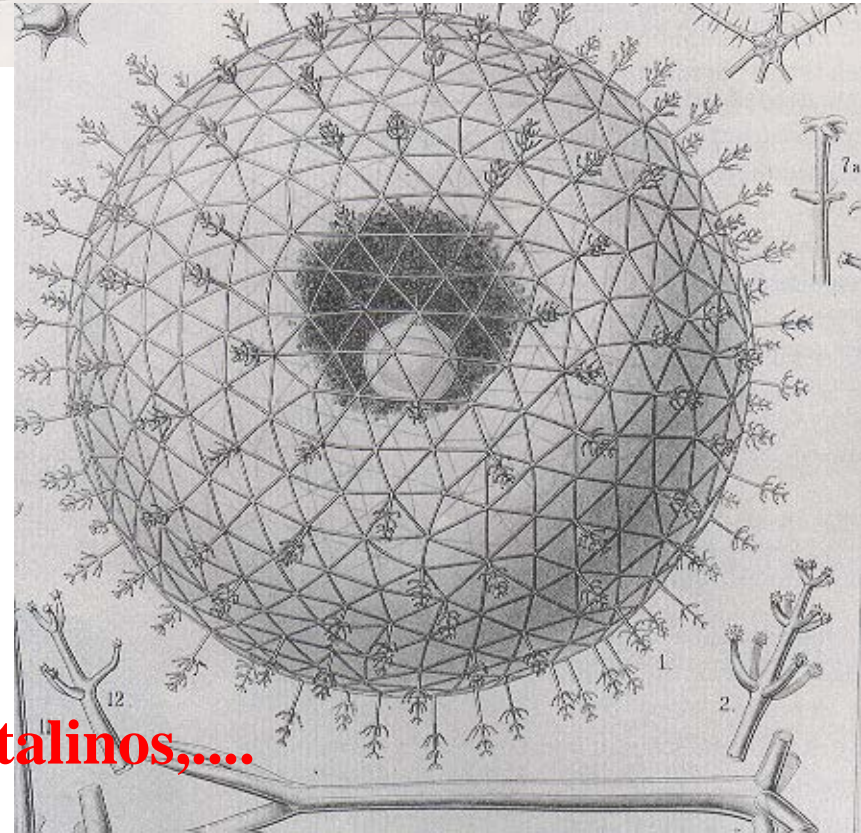
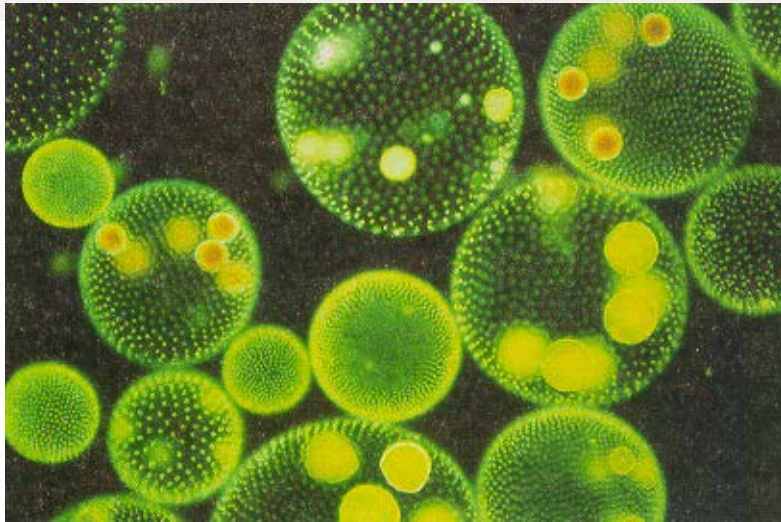
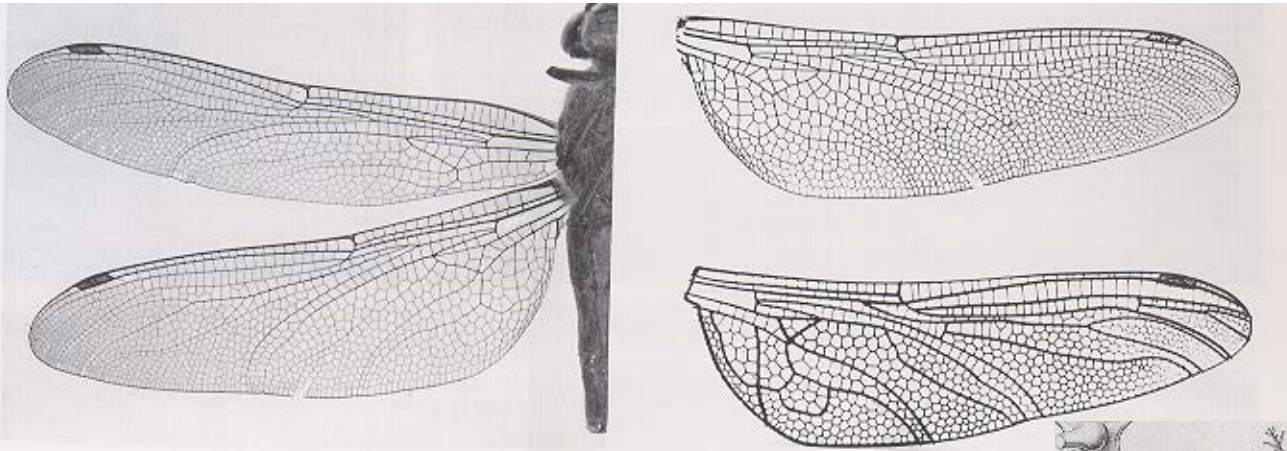


90° ,

120° ,

$109^\circ 28' 16''$

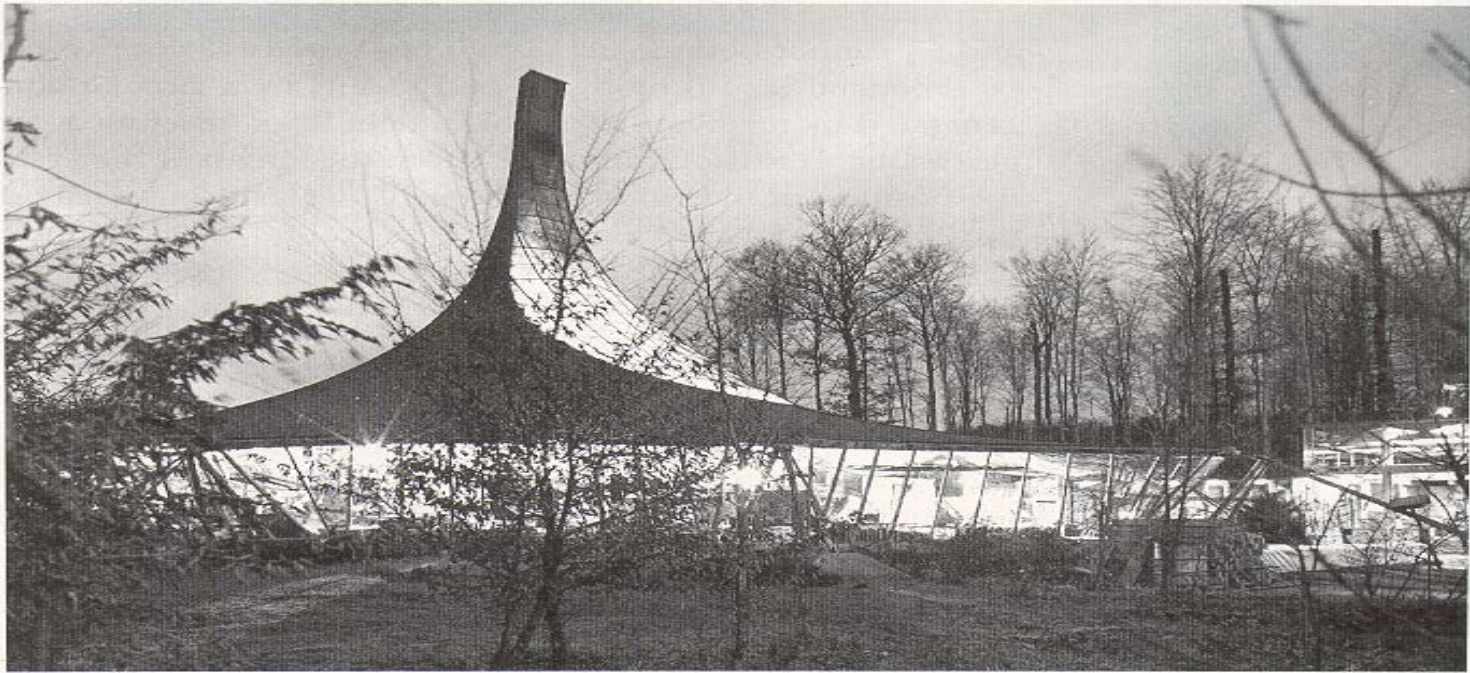
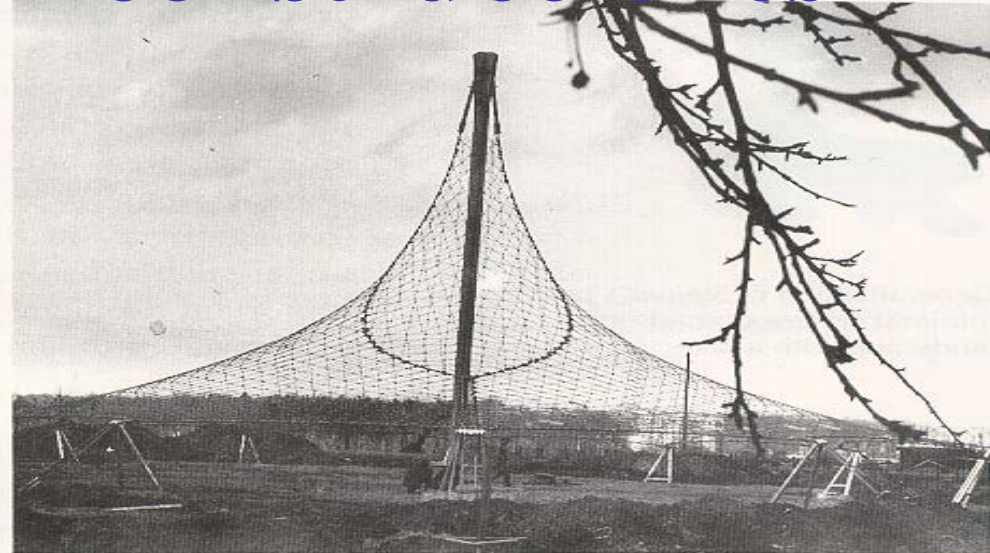
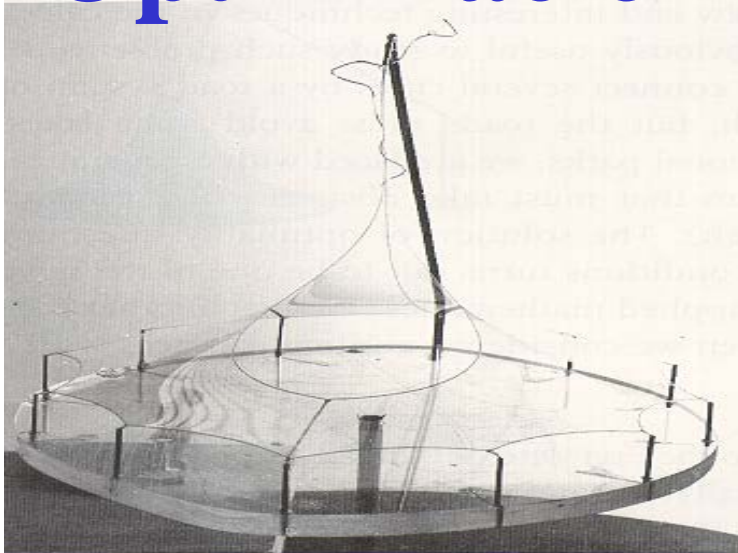
En el “mundo animal”



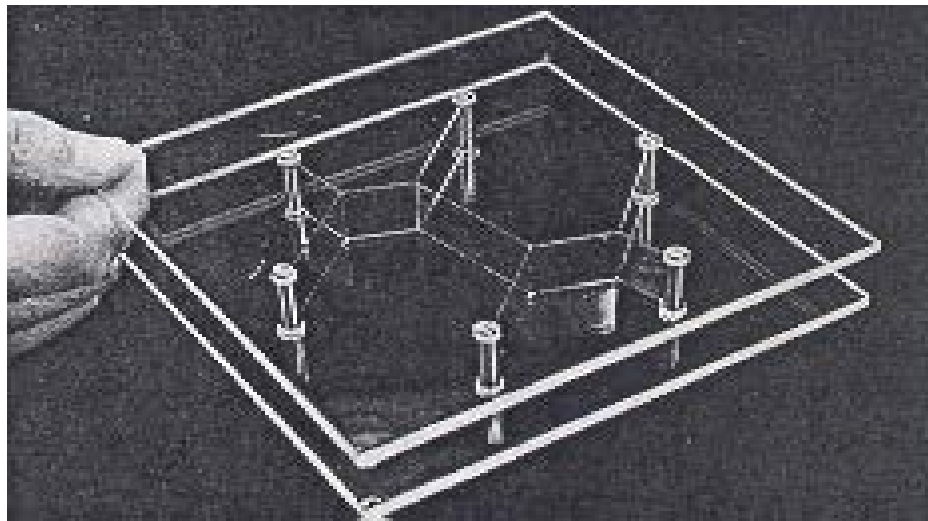
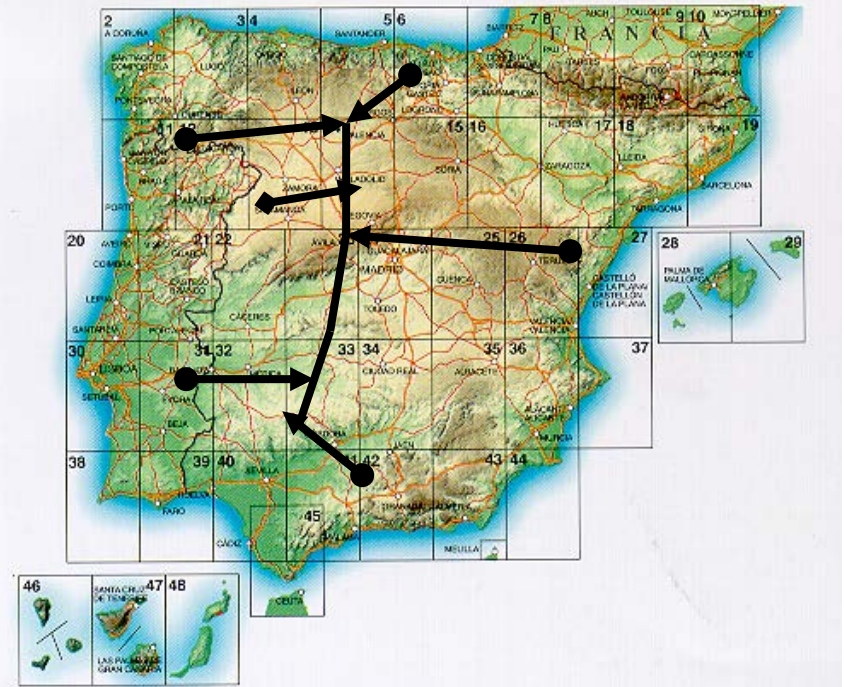
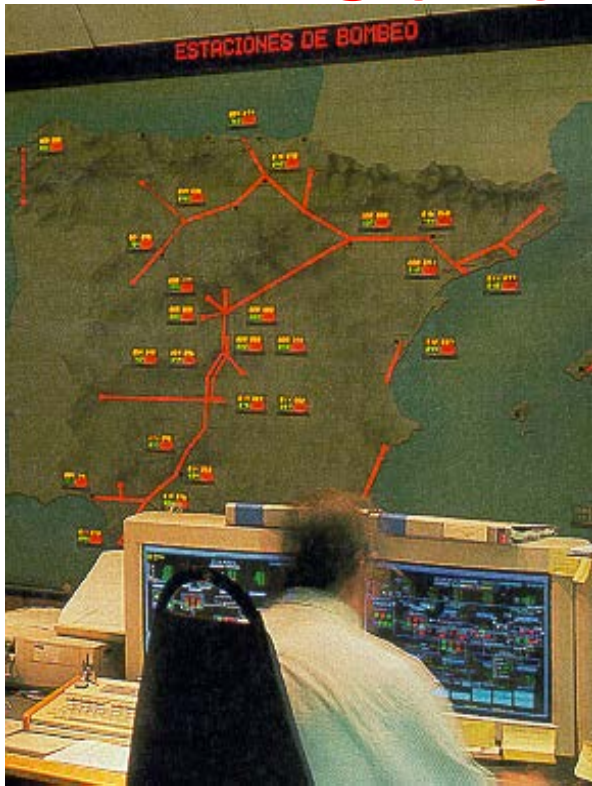
Paneles de abejas,

En el “mundo mineral”: Sistemas cristalinos,....

Optimización en construcciones



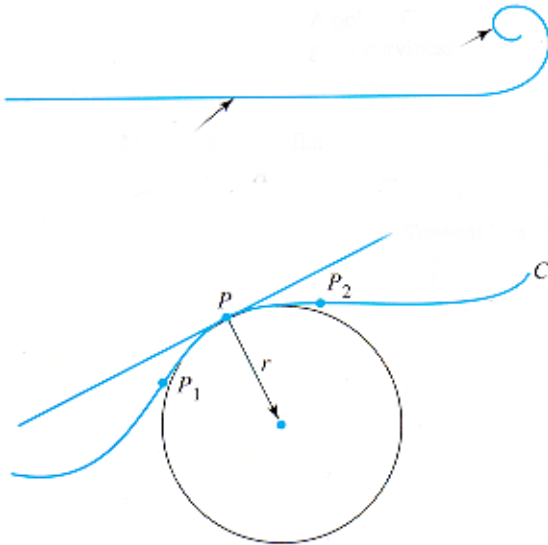
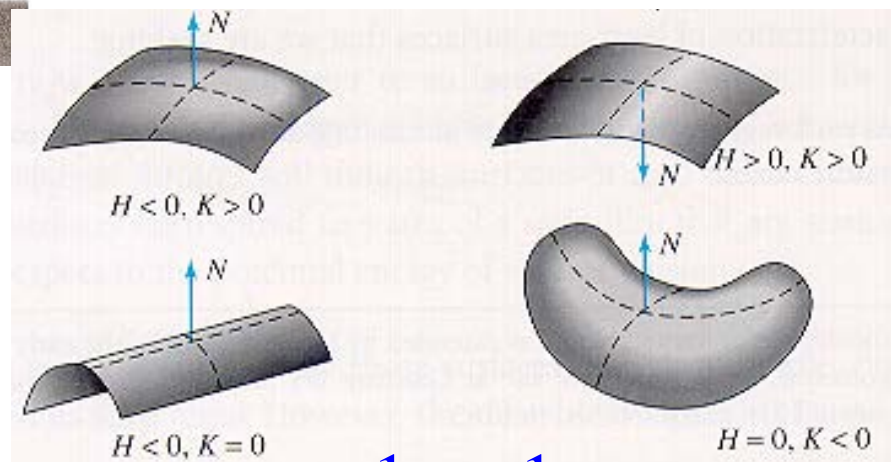
Conexiones óptimas



Jacob Steiner (1796-1863).

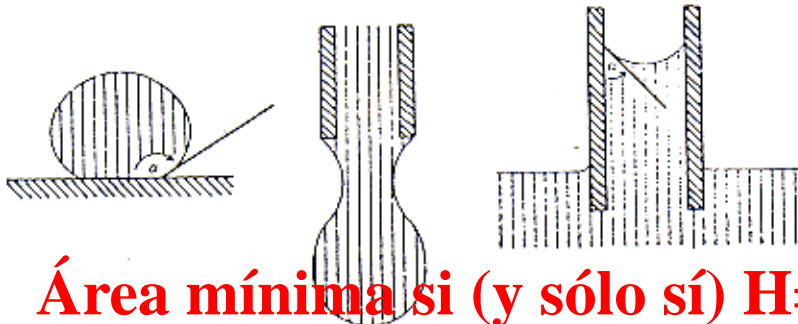
Teoría de grafos,..

Fluidostática: Curvatura media



$$p = \sigma \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = \sigma 2H$$

P. S. de Laplace (1749-1827),
 Th. Young (1773-1829), C.F.
 Gauss (1777-1855),



Área mínima si (y sólo si) $H=0$, Superficies jabonosas= minimales

Dinámica

La braquistócrona (más-corto-tiempo):

1696, Jean Bernoulli (1667-1748): *dados dos puntos A y B en un plano vertical, hallar la curva que los enlaza por la que un cuerpo que caiga desde A hasta B, por la gravedad, lo haga en el menor tiempo.*

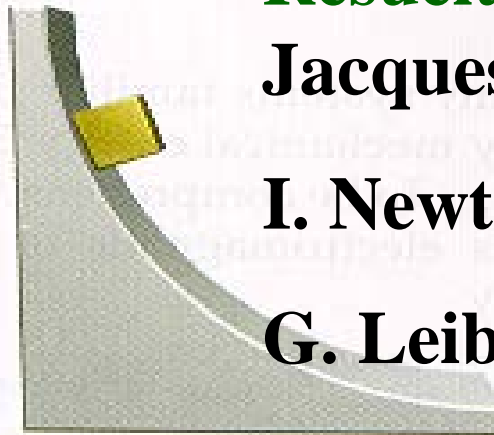
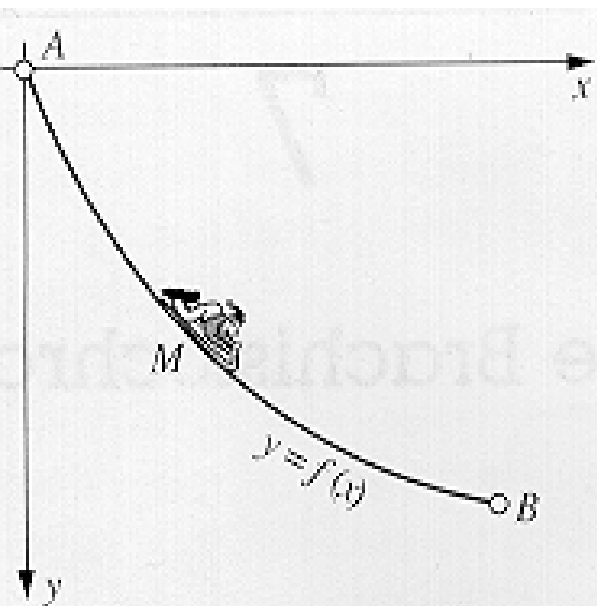
(Galileo (1561-1642), 1638: un arco de círculo).

Resuelto en 1697 por: Jean y Jacques Bernoulli (1654-1705),

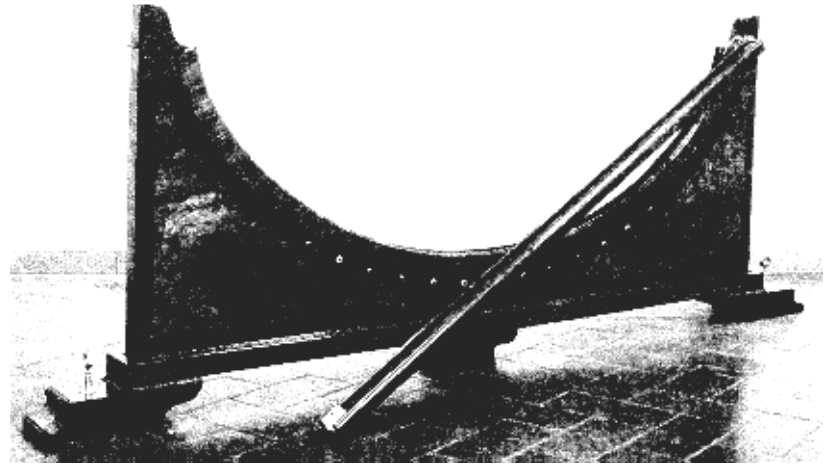
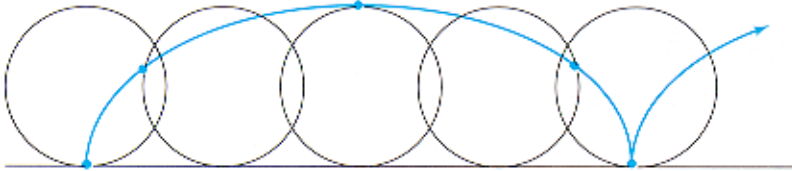
I. Newton (1642-1727),

G. Leibnitz (1646-1716),

G.F.A. l'Hôpital (1661-1704).



la cicloide



Galileo Galilei (1562-1642),

Blaise Pascal (1623-1662),..

Resultados pioneros sobre óptimos:

- **Pierre de Fermat (1601-1665): “la luz se propaga de la manera más rápida posible”**
- **I. Newton (1687): Cuerpo de revolución de menor resistencia al aire**

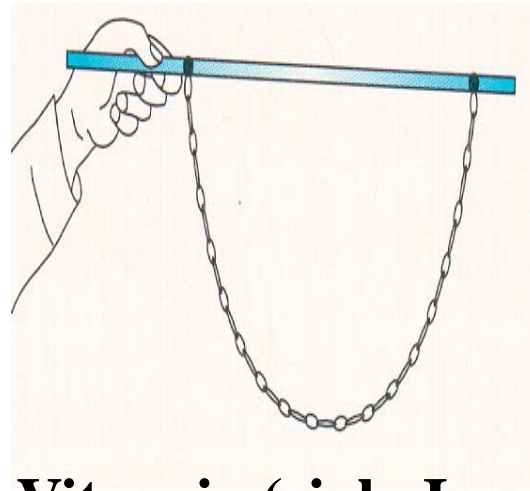
Otras curvas con nombre propio:

Elasto-estática

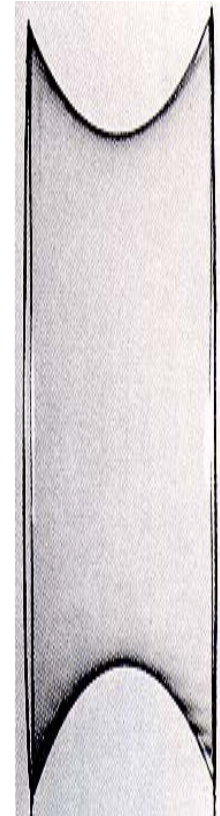
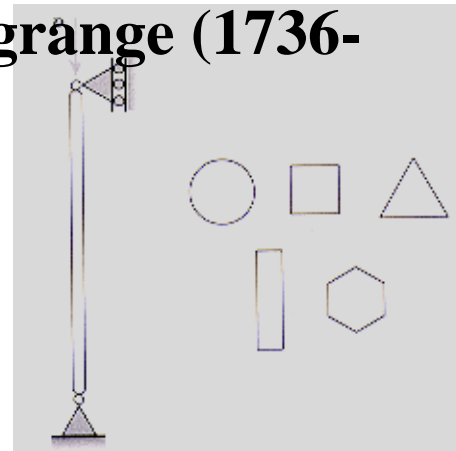
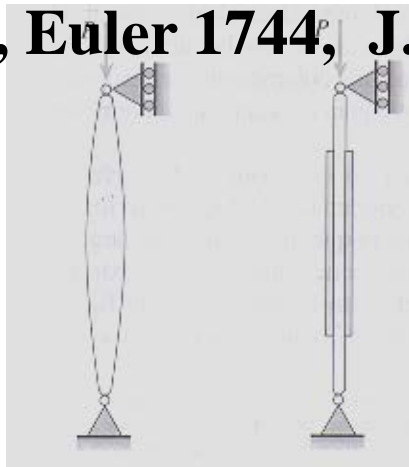
“La catenaria”:

Leonardo da Vinci (1452-1519)

1490, Leonhard Euler (1707-1783) 1743..



La mejor columna “elástica”: M. Vitruvio (siglo I a.de C.) *De Architectura* 25 a.de C., L.B. Alberti (1404-1472) 1450, Euler 1744, J. Lagrange (1736-1813) 1773,...



El principio de mínima acción

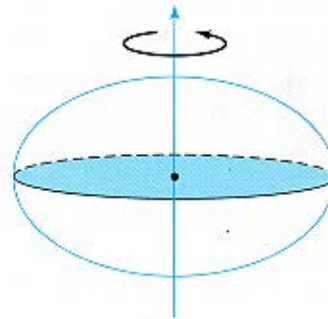
P.L.M. de Maupertuis (1698-1759)



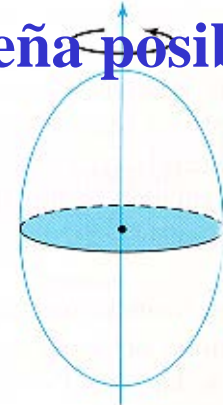
Expedición al Círculo Ártico
(1736-1738)

- Búsqueda de un esquema filosófico del mundo

1746: *Las leyes del movimiento y el equilibrio deducidas de un principio metafísico*: “Si ocurre algún cambio en la naturaleza, la cantidad de acción necesaria para este cambio ha de ser lo más pequeña posible”



Newton,



Descartes

Controversia

J.S. Köning 1751 (carta de 1707 de Leibnitz a Hermann)

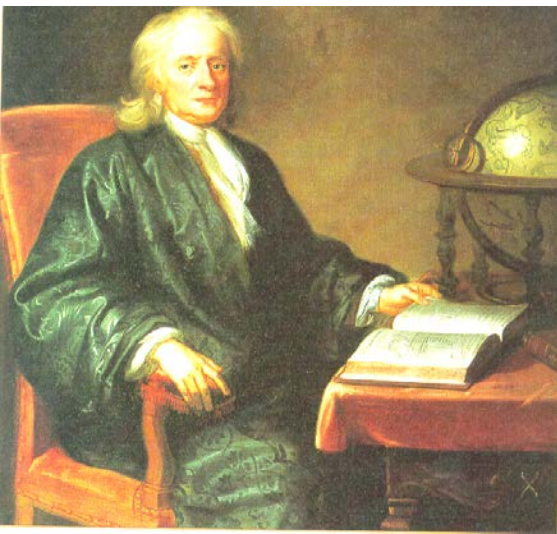
Leibnitz 1710: *Ensayo sobre la bondad de Dios, la libertad del hombre y el origen del mal*: “**El mejor de los mundos**”



Comparación con los *Principia Mathematica* de I. Newton (1687),

. Ciencia experimental, independencia de “causas finales”

Laplace a Napoleón: “No he necesitado esa hipótesis”





Voltaire (1694-1778)

Historia del Doctor Akakia (1752),

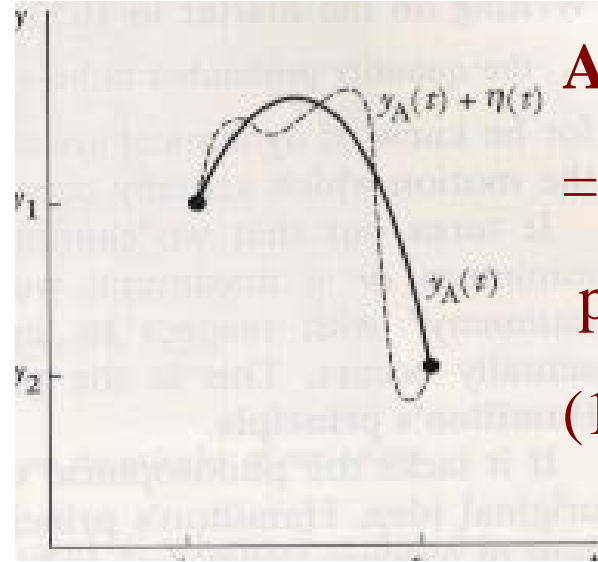
Cándido, ou l'Optimiste (1758)

(índice de libros prohibidos, 1762).

- Presidencia de la Academia de Ciencias de Prusia (Federico II, Berlin), 1740, Euler (F-M, 1741), Maupertuis (1746).
- **J.S. Köning, A. C. Clairaut, M. de Chatelet,..**
- *“Habeis confirmado con viajes y sufrimiento lo que Newton ya sabía sin salir de su aposento.”*

El Cálculo de Variaciones

Leonhard Euler (1707-1783)



Acción en un intervalo (t_1, t_2)
= energía cinética – energía
potencial

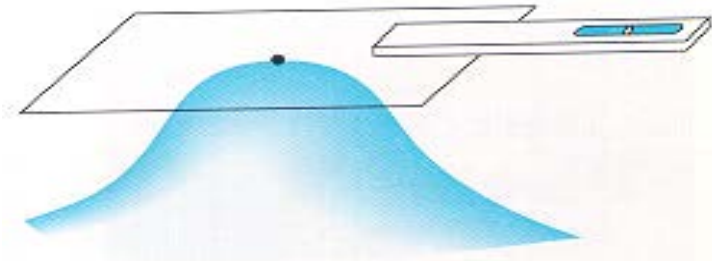
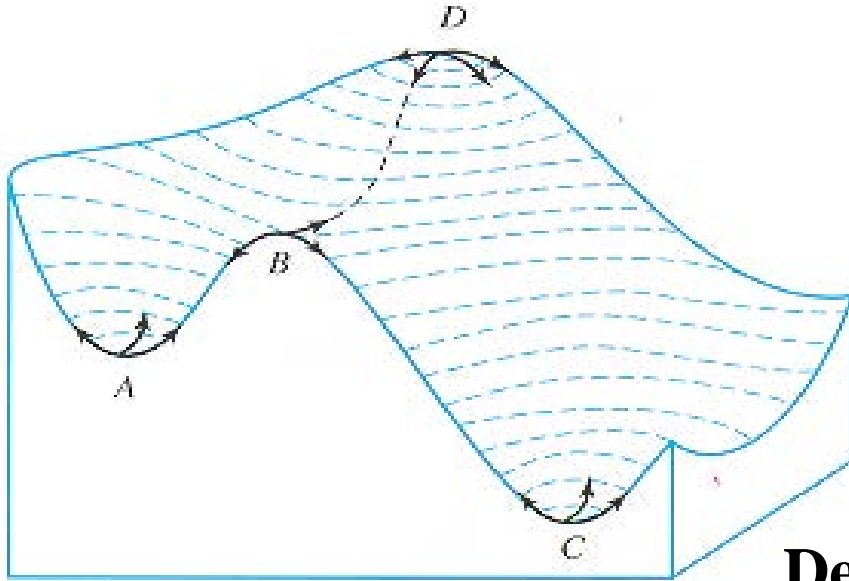
(1743 < 1746, Maupertuis)

Joseph Louis Lagrange
(1736-1813)

12 de agosto de 1755



Máximos, mínimos, puntos de inflexión:

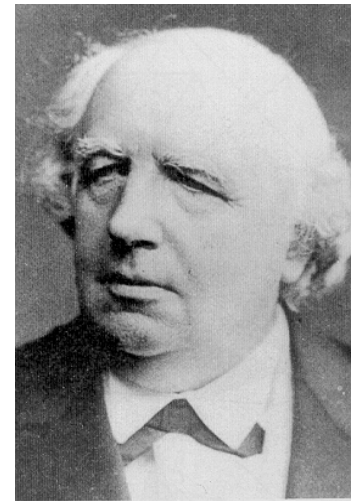


De dimensión 2 a dimensión infinita

- **W.R. Hamilton (1805-1865):** la acción es sólo un punto estacionario y a veces, incluso, un máximo.
- **Principio de acción estacionaria.**
- **Distinción entre pp. estacionarios:** A. Legendre (1752-1833), C. Jacobi (1804-1851).

Consolidación: rigor matemático

Karl Weierstrass (1815-1897):
Problemas sin solución,...

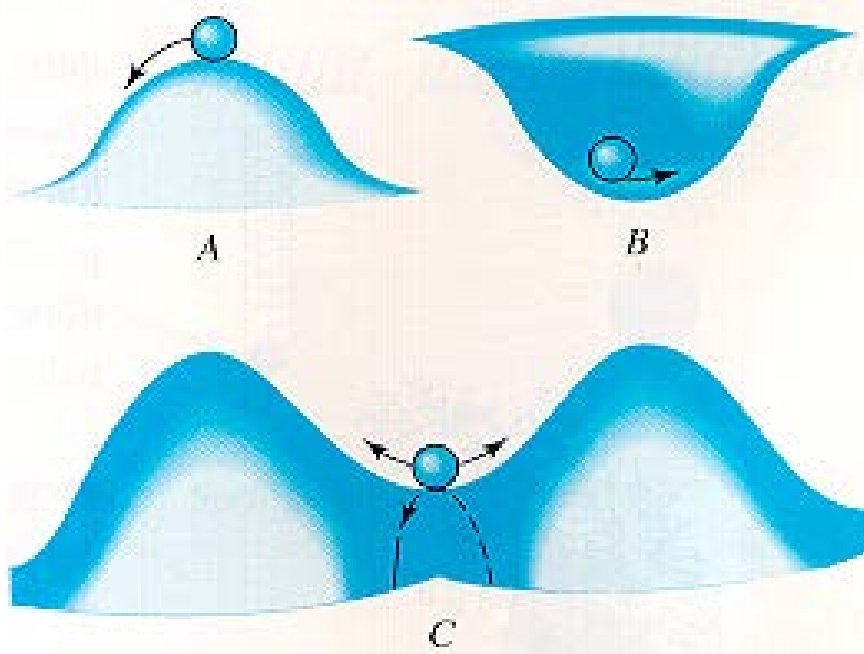


David Hilbert (1862-1943): Paris, 1900, 23
problemas

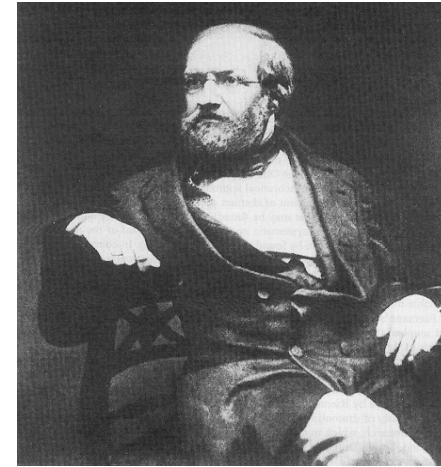
Problema 20: ¿Los problemas de contorno del
Cálculo de Variaciones admiten una solución,
una vez definida esa noción de manera
adecuada?



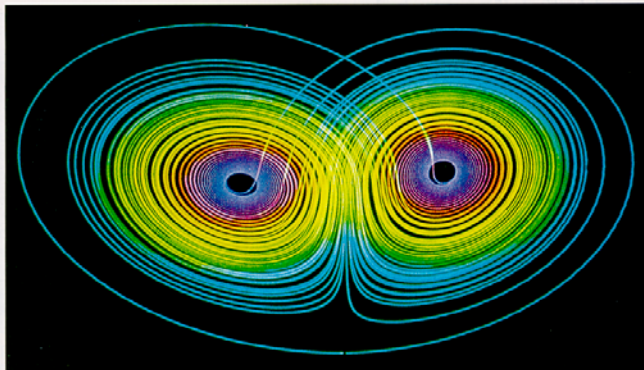
Gateaux, Lebesgue, Caratheodory, Frechet,
Hadamard, Tonelli, Sobolev, Morrey, Bliss,



Estabilidad ($t \rightarrow +\infty$)



- P. G. L. Dirichlet (1805-1859),
- H. Poincaré (1854-1912),
- A.M. Lyapunov (1857-1918),...



El atractor de Lorenz. Ilustración de Chaos and Fractals. New Frontiers of Science. Edit. Springer-Verlag.

El Cálculo de Variaciones en España

- **Benito Bails (1730-1797), 1772, (inquisición)**

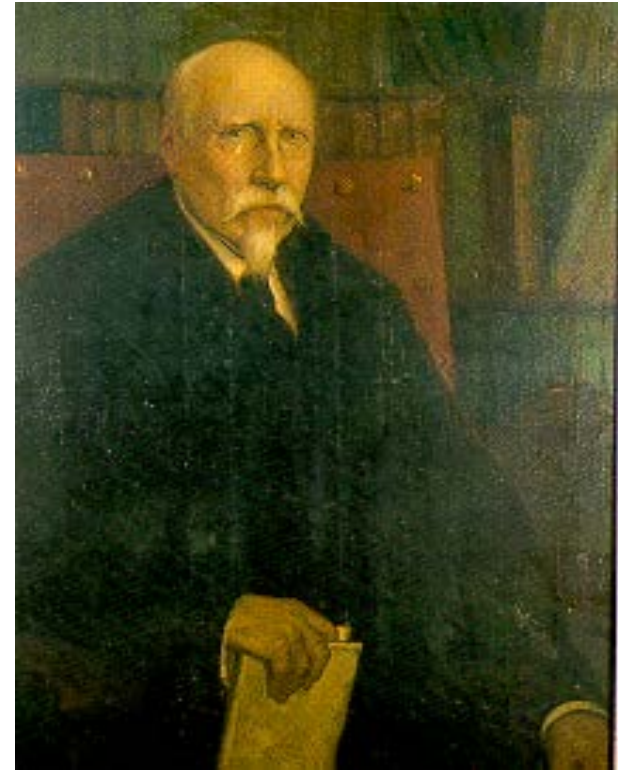
- **José Echegaray Eizaguirre (1833-1915), 1858.**

[Gumersindo Vicuña (1883),
Simón Arcilla (1888)]

- **E. Terradas (1883-1950):**

“Sur le mouvement d’un fil”, *Proceedings of the Fifth International Congress of Mathematicians (Cambridge Univ. Press, Cambridge, 2, 250-255, 1912).*

- **Julio Rey Pastor (1888-1962): Los problemas lineales de la Física (1955).**



CORRESPONSALES ESTRANJEROS.



RESIDENCIA.

NOMBRES.

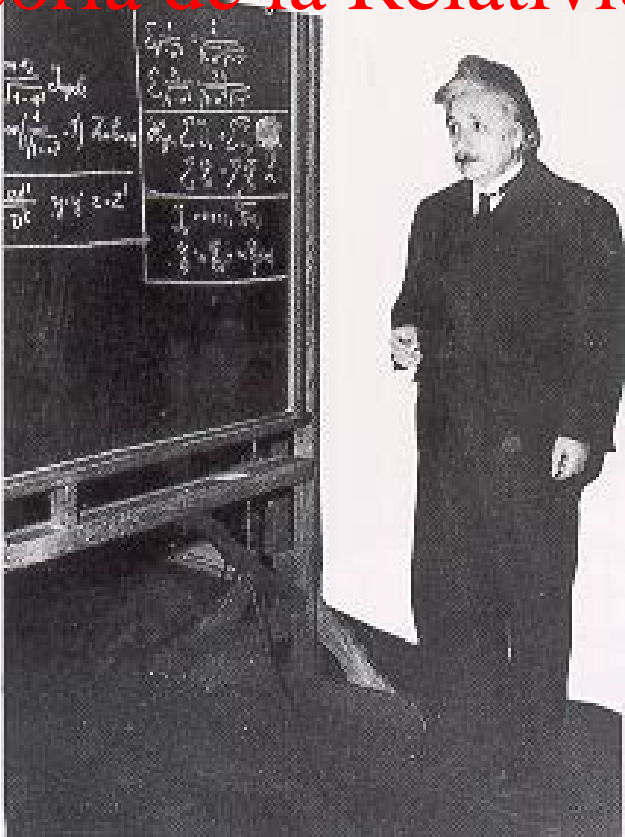
<i>Berlin.</i>	Sr. D. J. H. Alejandro Humbold.
<i>Londres.</i>	Sr. D. Miguel Faraday.
<i>Viena.</i>	Sr. D. N. Estinghausem.
<i>París.</i>	Sr. D. Arturo Julio Morin.
<i>Nápoles.</i>	Sr. D. Macedonio Melloni.
<i>Berlin.</i>	Baron D. Leopoldo de Buch.
<i>Londres.</i>	Sr. D. Roberto Brown.
<i>Londres.</i>	Sr. D. Ricardo Owen.
<i>Leipzig.</i>	Sr. D. Augusto Breithaupt.
<i>Lisboa.</i>	Ilmo. Sr. D. Joaquin José da Costa de Macedo.
<i>Poukowa.</i>	Excmo. Sr. D. Federico Jorge Guillermo Struve.
<i>S. Petersburgo.</i>	Excmo. Sr. D. Pablo Enrique Fuss.
<i>Berlin.</i>	Sr. D. Juan Francisco Encke.
<i>Gotinga.</i>	Sr. D. Carlos Federico Gauss.
<i>Turin.</i>	Sr. D. N. Plana.
<i>Copenhague.</i>	Sr. D. A. E. Oersted.
<i>Neufchatel.</i>	Sr. D. Luis Agassiz.
<i>París.</i>	Sr. D. María-Juan Pedro Flourens.
<i>Berlin.</i>	Sr. D. Carlos Gustavo Jacobo Jacobi.
<i>Giessen.</i>	Sr. D. Justo Liebig.
<i>París.</i>	Sr. D. Pedro Mateo Orfila.
<i>Leon de Francia.</i>	Sr. D. Leon Dufour.
<i>París.</i>	Sr. D. Domingo Francisco Juan Arago.
<i>Bruselas.</i>	Sr. D. A. Quetelet.
<i>Londres.</i>	Sr. D. Juan Herschel.
<i>París.</i>	Sr. D. Enrique Victor Regnault.
<i>París.</i>	Excmo. Sr. D. Juan Bautista Dumas
<i>París.</i>	Sr. D. M. J. E. Guerin-Meneville.
<i>Ginebra.</i>	Sr. D. Edmundo Boissier.

Correspondencia con matemáticos extranjeros

**1847: fundación
de la Real
Academia de
Ciencias.**

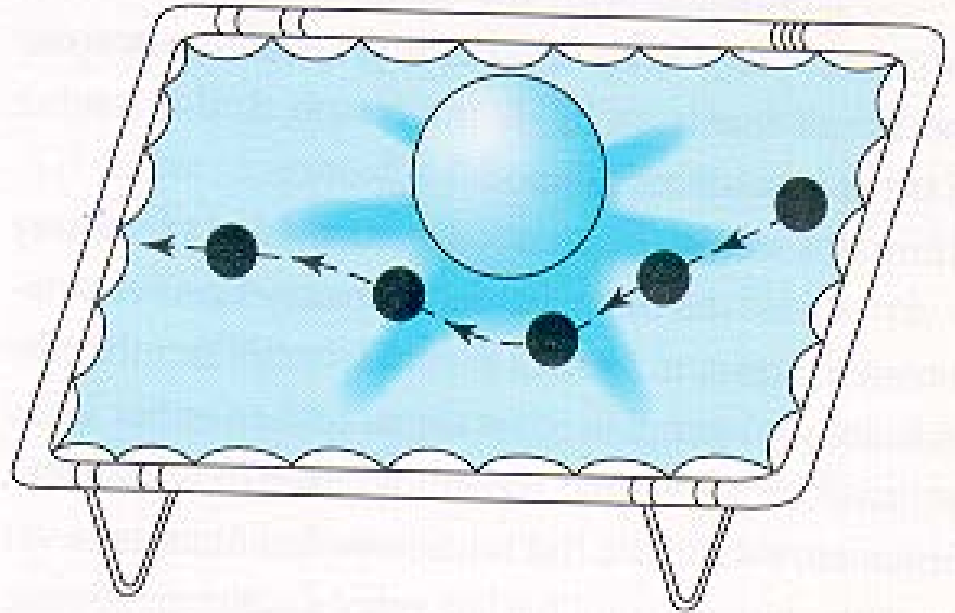
Gaus, Jacobi, ...

El principio de acción estacionaria y Termodinámica (Ley de Gibbs), Mecánica Cuántica (Principio de Feynman, 1948), Teoría de la Relatividad General (1915):

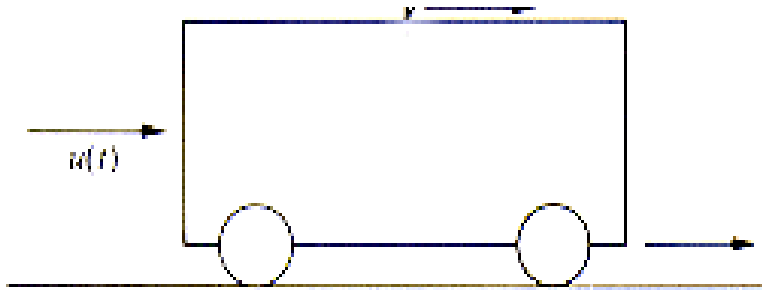


Albert Einstein (1879-1955)

David Hilbert (1862-1943)



Control de los procesos: un ejemplo

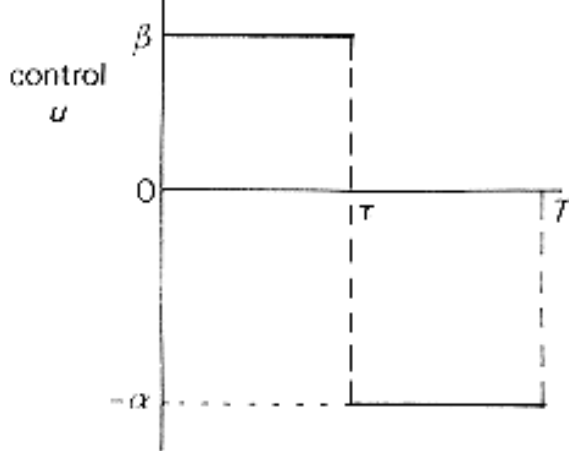


$$V(0)=0$$

$$V(T)=0$$

Aceleración $u(t)$, $-\alpha \leq u(t) \leq \beta$

Problema: hallar $u(t)$ para que T sea mínimo

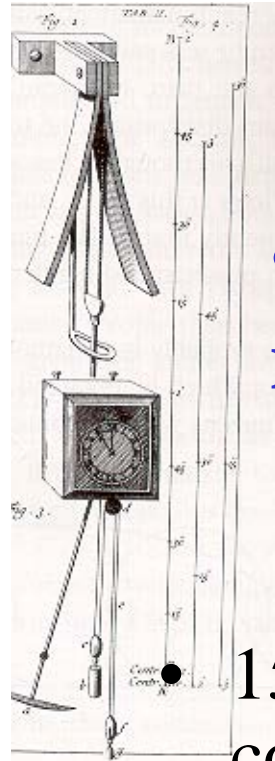


Controles bang-bang

Estado del sistema/Control

Ciencia /Tecnología

Control por realimentación (feedback): El péndulo cicloide de Christian Huygens (1629-1695), 1673.



- **Métodos precisos para medir el tiempo.**



1599: Felipe III ofrece 10.000 coronas por hallar la longitud de la posición en el mar (fácil por el Sol si se sabe la hora).

- John Harrison (1693-1776)

“Gobernador” para el control de velocidad de rotación

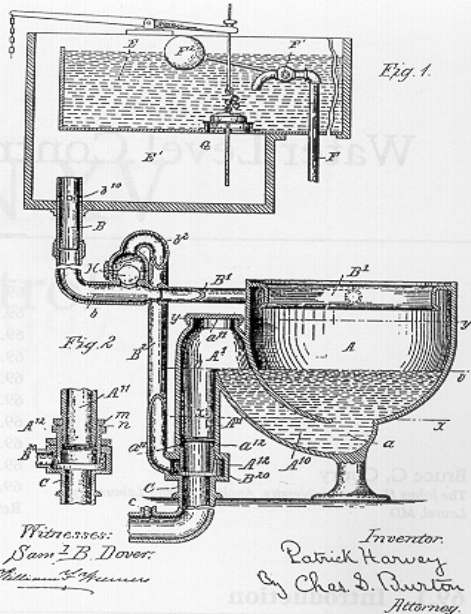


Th. Mead 1787: Molino de viento

J. Watt (1736-1819): Máquinas de vapor

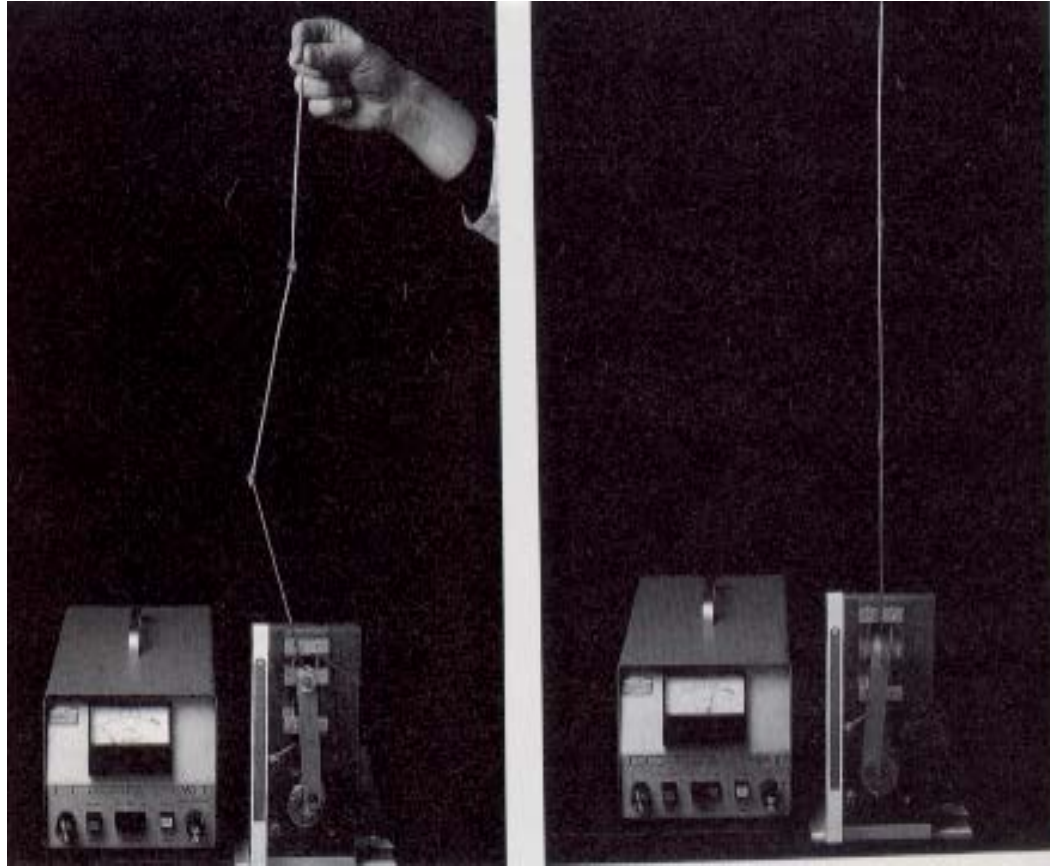
G. B. Airy (1801-1892): Telescopios astronómicos.

J. B. L. Foucault (1819-1868), J.C. Maxwell (1831-1879): Rotor magnético



P. Harvey, 1886 (Ktesibious 285-247 a. de C.)

El péndulo invertido: **lograr “lo imposible”**

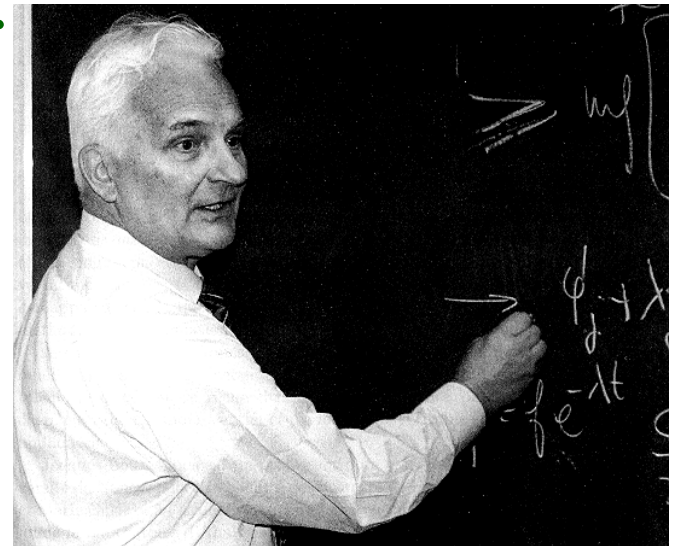


Posición inestable

Actuar sobre un proceso: Teoría de Control

Teoría matemática de Control

- L.S. Pontryagin, V.G. Boltyanskii, ...
- L.C. Young, E.J. McShane, N. Wiener, R. Bellman, R. E. Kalman, ...
- A. Blaquiere, J.L. Lions, .

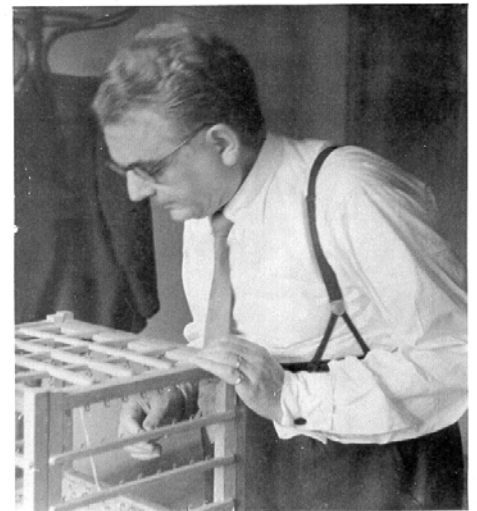


Teoría de Control en España

H. Bateman, “The control of an elastic fluid”, *Bulletin of the AMS*, Vol. 51, 1929, 601-646, cita J.J. Corral:
“Nueva solución del problema de Lord Kelvin sobre ecuaciones de coeficientes reales, *Revista de la Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales de Madrid*, Tomo XXII, 25-31, 1928
(firmado en la Habana, marzo de 1925).

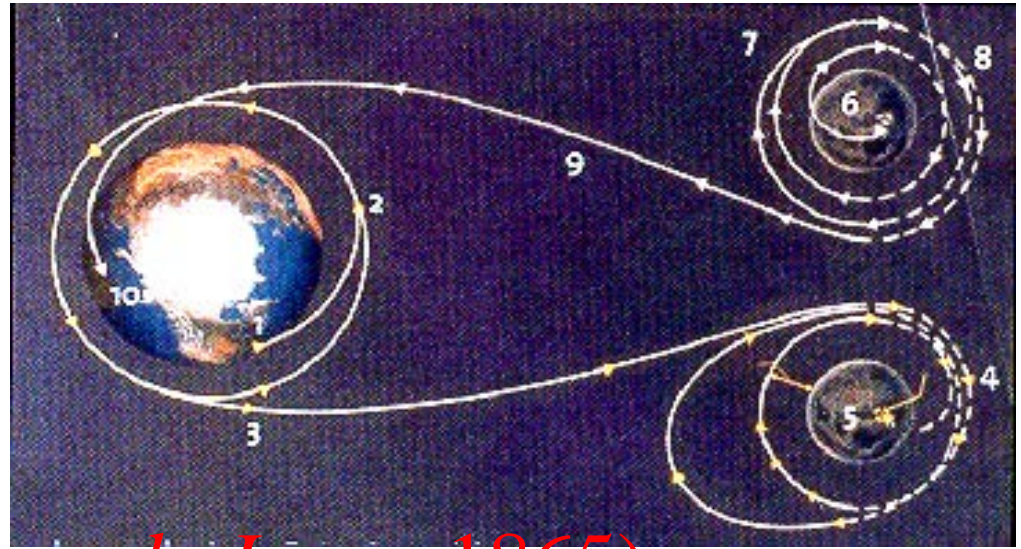
Pedro Puig Adam (1952, N. Wiener)

Antonio Valle (1965, J.L. Lions),



Misiones espaciales

Apolo 11, 20 de julio de 1969



Julio Verne (*De la Tierra a la Luna*, 1865),

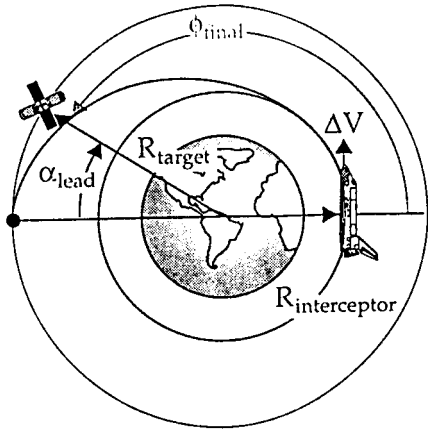
**Konstantin E.
Tsiolkovsky
(1857-1935)**



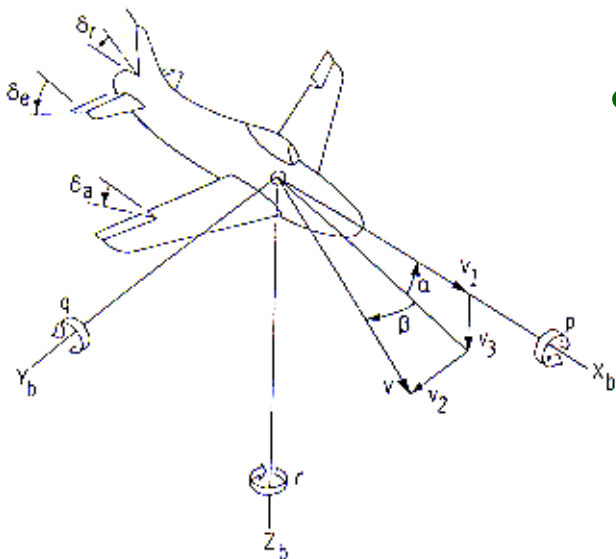
**Robert H.
Goddard
(1882-1945)**



Control óptimo en navegación espacial



- Cálculo y optimización de trayectorias (Mecánica Celeste) [aceleración indirecta] muy anterior a la construcción de las lanzadoras y astronaves.
- Optimización (economía) de combustible,..
- Multiplicadores de Lagrange: D.F. Lawden 1955, A. Miele 1958, G. Leitmann 1959, A.I. Lurie 1963,....

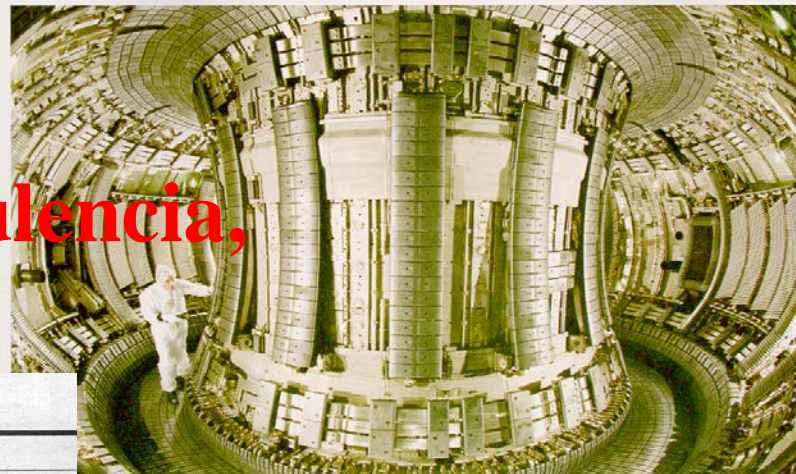


Retos:

Fusión termonuclear, turbulencia, Control del clima

EL PAÍS, jueves 13 de mayo de 1999

DEPORTES



Vista interior del JET después la instalación del divertor (a principios de 1994)

El Parma se corona sin rival

El **Marsella** se rinde al primer contratiempo y acaba goleado en la final de la **Copa de la UEFA**

MARSELLA	0
PARMA	3

Olimpico de Marsella: Porato; Blondeau, Issa, Blanc, Domoraud, Da Silva (Cámara, m. 46); Brandó, Bravo, Gourvenec, Pires; y Mauricio.

Parma: Buffon; Thuram, Sensini, Cannavaro; Fuser, Dino Baggio, Boghossian, Vanoli; Verón (Fiore, m. 76); Chiesa (Balbo, m. 72) y Crespo.

Goles: 0-1. M. 26. Blanc cabecea pifado hacia su portero, Hornán Crespo adivina la cesión, se anticipa y bate a Porato por arriba.

0-2. M. 36. Vanoli ajusta un cabezazo al palo izquierdo tras un centro preciso de Fuser.

0-3. M. 55. Verón centra desde la derecha, Crespo deja pasar el balón y Chiesa fusilla a la escuadra.

Árbitro: Dallas (Escocia). Mostró tarjeta amarilla a Blondeau.

65.000 espectadores en el estadio Luzhnikí de Moscú. Final de la Copa de la UEFA. Campeón, el Parma.



Los jugadores del Parma celebran el triunfo con la Copa de la UEFA. / REUTERS

JOSÉ MIGUÉLEZ
No es el Parma un equipo voraz, de esos que siempre quieren más y más. Por eso la final de Moscú concluyó en 3-0. La superioridad italiana fue mucho más grande que el resultado. Pero se sintió tan seguro, tan dueño de

El alcalde de Moscú ordenó quitar las nubes



Componentes económicos y sociales: varios controles (agentes, jugadores)

- A. Cournot, *Recherches sur la les principes mathematiques de la theorie des richesses*, 1838.
- V. Pareto “*Manuel d’economie politique*” 1909.
- J. von Neumann 1928,.. O. Morgenstern “*Theory of games and economic behavior*” 1947.
- H. von Stackelberg, 1934.
- J. Nash 1954, *Non-cooperative games*, *Annals of Mathematics*.

Premio Nobel de Economía (1994):

John Nash,

Reinhard Selten.

Desarrollo sostenible, ...

lo óptimo como estrategia.

