

# Modelos simplificados ante el Cambio Global Climático: *un punto de encuentro multidisciplinar*

**J.I. Díaz**



Real Academia de Ciencias  
Exactas, Físicas y Naturales



16 de abril de 2021



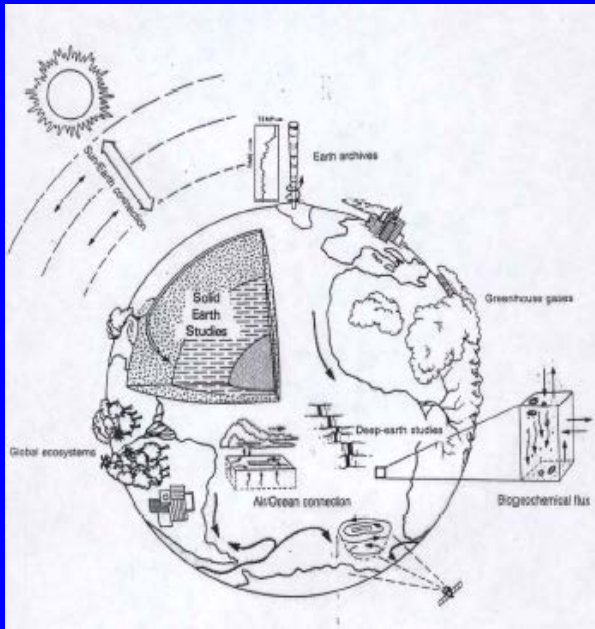
Residencia de Estudiantes

ÁGORA PARA LA CIENCIA

ABRIL-MAYO 2021 / CICLO DE CONFERENCIAS EN TORNO AL

**CAMBIO  
CLIMÁTICO**

# 0. Cambio Climático e Inter-disciplinariedad



Evidencias del Cambio Climático....

Conferencias previas en este ciclo:

- *Química, medio ambiente y desarrollo sostenible:* Luis Oro.
- *Causas del cambio climático en la historia de la Tierra:* Teresa Bardají.

## **Cambio Climático: una cuestión de valores**

(uno se siente parte de un movimiento social, ciudadano, que trata de introducir en nuestra escala de valores cosas que antes no se tenían en consideración, como el respeto al planeta y a nuestro entorno medio-ambiental más cercano).

## Repercusión en España. Sequías / Desertización

- ¿Conferencia de Jorge Olcina el 28 de Abril?

Comparación periodo 1961-1990 con proyecciones de futuro para el **2050**;  
**Agencia Europea de Medio Ambiente**

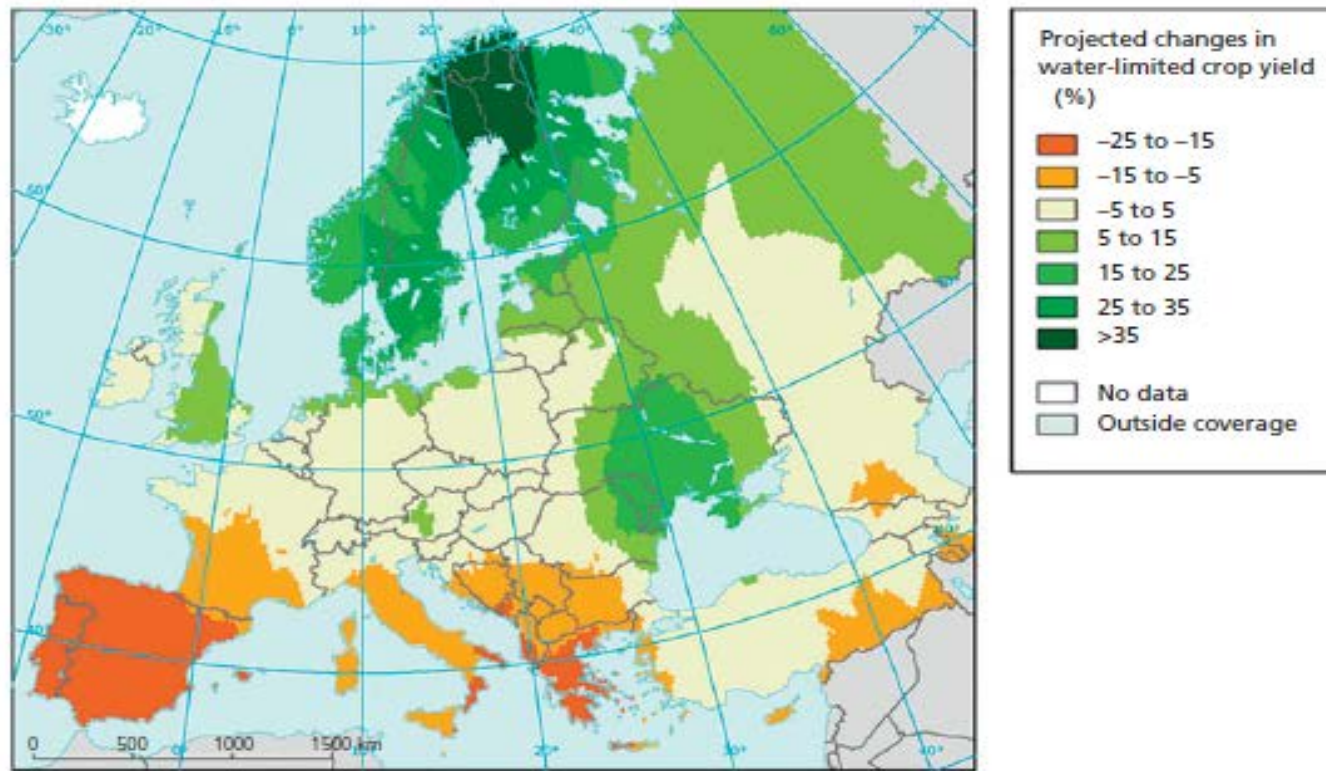


Figure 3.5 Projected changes in water-limited crop yield. Source: EEA 2017a, using data from Ciscar et al. (2011) and Iglesias et al. (2012). This map compares relative changes for the 2050s with the period 1961–1990 for a medium–high climate change scenario. The simulation assumes that the irrigated area remains constant: the results combine the impacts on the key crops wheat, maize and soybean, weighted by their current distribution.

# 1. Contextos histórico y matemático de los modelos de predicción del tiempo

Convocatoria, en 1738, del Premio de Matemáticas de la Academia Francesa de Ciencias sobre “la causa del flujo y reflujo del mar”. Premiados: *Daniel Bernoulli*, y *Leonhard Euler*



Daniel Bernoulli (1700-1782)

Leonhard Euler (1707-1783)

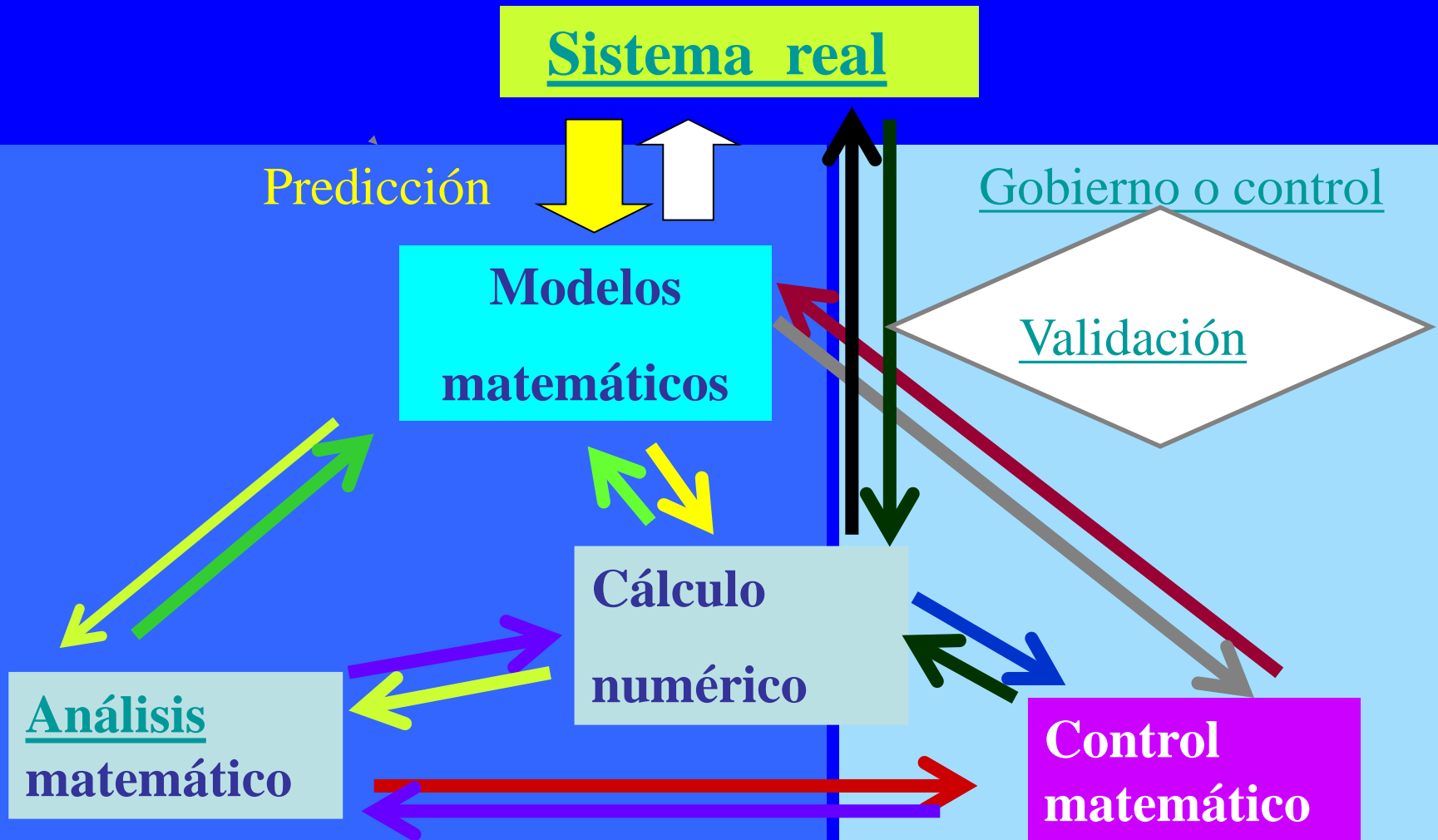
1755 Ecuaciones de los fluidos  
(no viscosos)



Joseph Fourier  
(1768-1830)

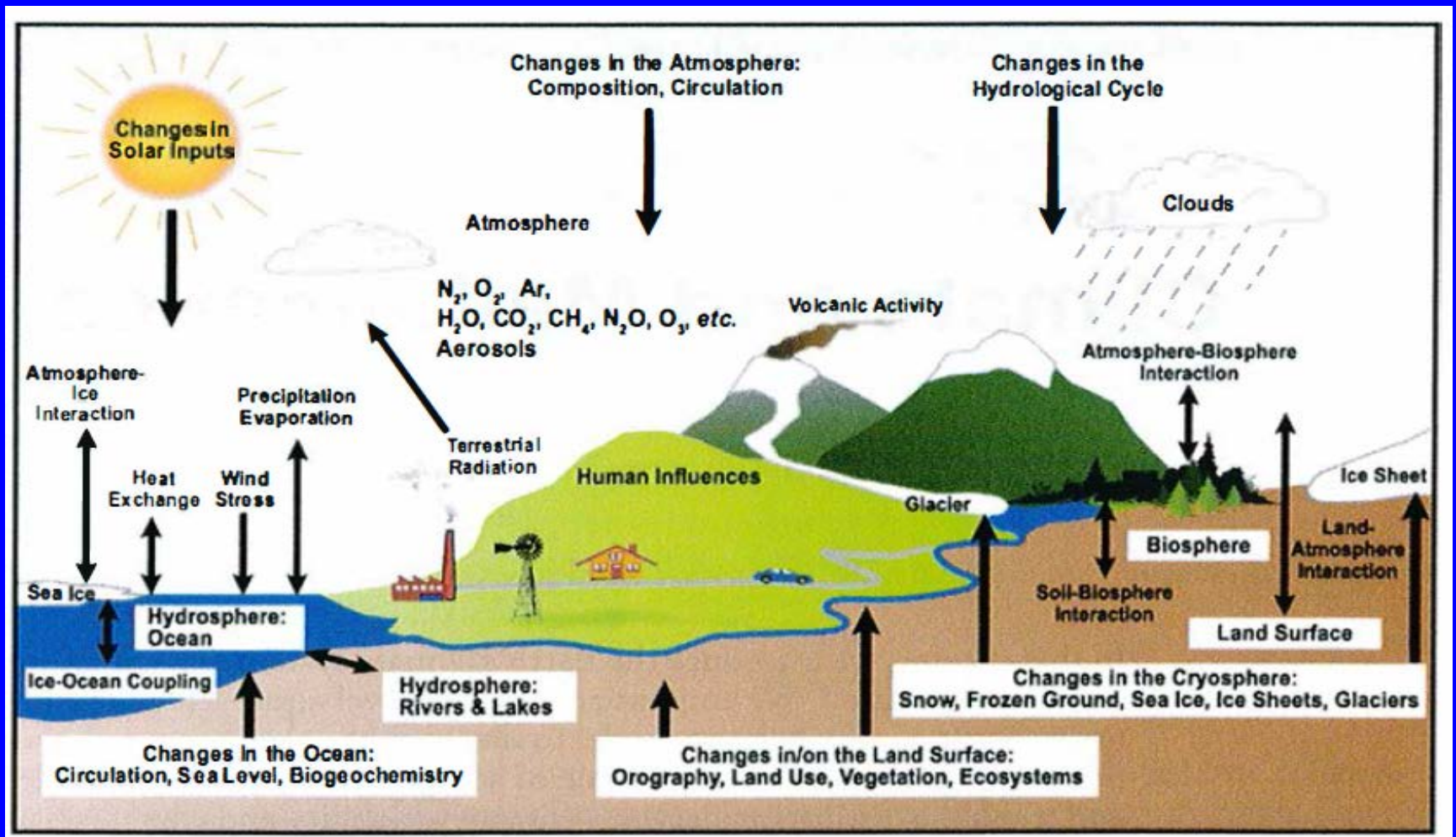
*(1824) El establecimiento y el progreso de las sociedades humanas, la acción de las fuerzas naturales, pueden cambiar notablemente y dentro de grandes regiones, el estado de la superficie del suelo, la distribución de las aguas y los grandes movimientos del aire. Dichos efectos son capaces de hacer variar el calor medio a lo largo de varios siglos ...*

# Metodología universal de la Matemática Aplicada



# El problema real = sistema climático

## Componentes externos e internos



# Modelos globales / locales.

## Modelos globales de Balance de Energía.

**Clima:** *Estado promediado de la atmósfera observado como tiempo meteorológico sobre un periodo finito de tiempo a lo largo de los años* (S.H. Schneider, 1992)

$$u(x,t) = \frac{1}{2\tau |B(x)|} \int_{t-\tau}^{t+\tau} \int_{B(x)} T(y,s) dy ds$$

Predicción del *tiempo*  
meteorológico

Modelos climáticos

### **Pronóstico**

Modelos muy complejos

Métodos computacionales

Escalas de tiempo cortas: horas,...

### **Diagnóstico**

Modelos simplificados

Escalas estacionales o  
anuales

# Escalas temporales y espaciales: Jerarquía de Modelos Climatología / Meteorología

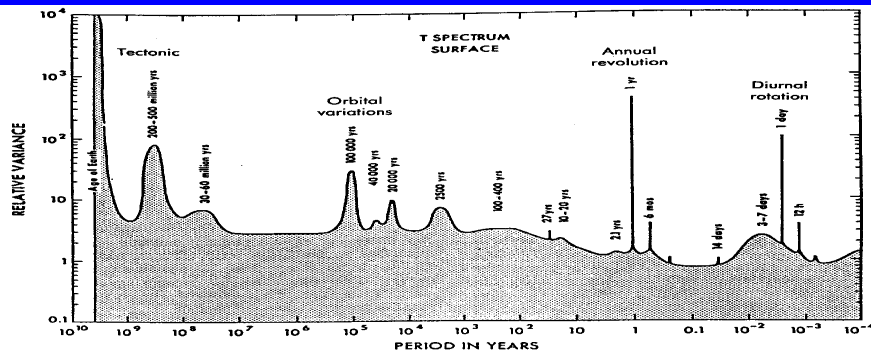
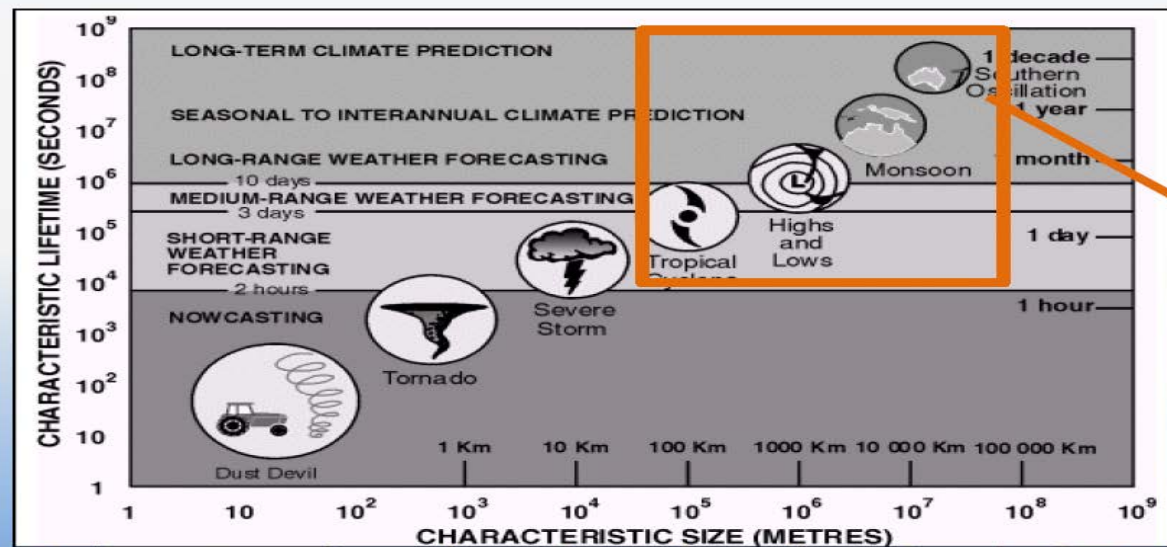


Fig. 2. Tentative spectrum of climatic variations. Estimate of relative variance of climate over all periods of variation. A background level of variability, deriving from internal stochastic mechanisms and correlation, appears to increase in amplitude toward shorter periods, due to external high degree of predictability (adapted from [source]).

Espectro de variaciones climáticas



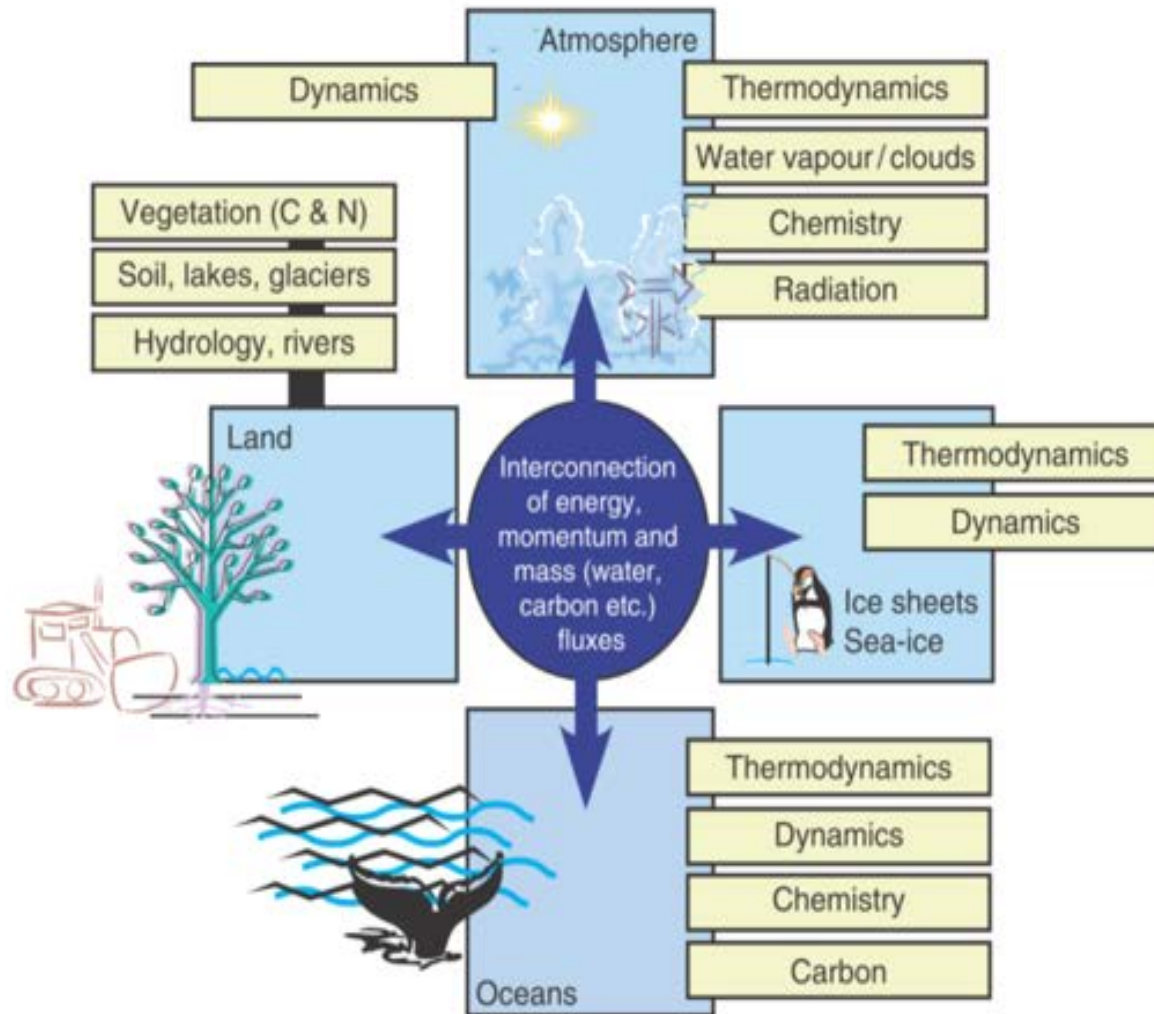
Escala a similar





# “Ecuaciones primitivas” de la atmósfera y del océano

## Modelo de Circulación General (GCM)



# Ecuaciones “primitivas” de la atmósfera (y del océano)

$$\frac{Du}{Dt} + 2f \times u + \frac{1}{\rho} \nabla p + g = \nu \nabla^2 u,$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho u) = 0,$$

$$C \frac{DT}{Dt} - \frac{RT}{\rho} \frac{D\rho}{Dt} = \kappa_h \nabla^2 T + S_h + LP,$$

$$\frac{Dq}{Dt} = \kappa_q \nabla^2 q + S_q - P,$$

$$p = \rho RT.$$

Campo de velocidades

Distribución de masa

Balance de energía: temperatura  
(Meyer, Joule, Rankine, Clausius,  
Helmholtz, Lord Kelvin, Gibbs, ...)

Humedad y salinidad

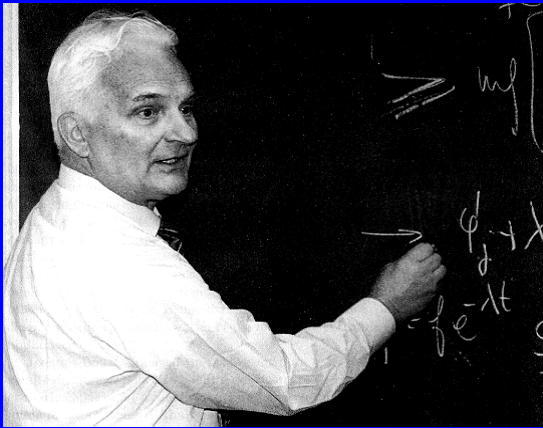
Ley de estado: presión

Acoplamiento con otras ecuaciones, casquetes polares, interfaces atmósfera/océanos, ....

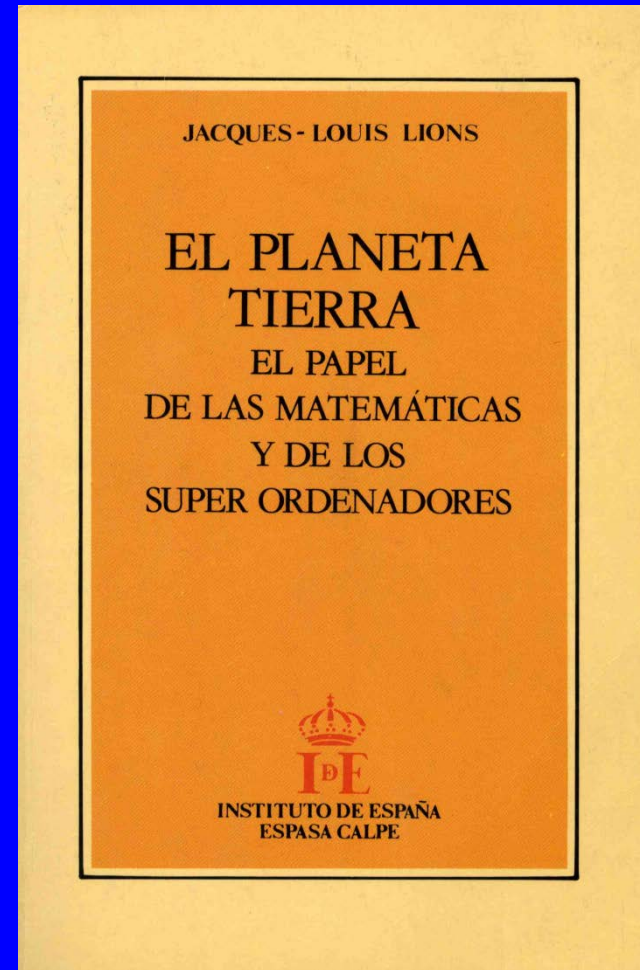
Primera demostración de que están bien planteadas matemáticamente (localmente en el tiempo)

J.L. Lions, R. Temam, S. Wang, Mathematical theory for the coupled atmosphere-ocean models.  
J. Math. Pures Appl., (1995).

# Papel fundamental de la Meteorología para el avance de la computación.



**J.L. Lions**  
**(1928-2001)**

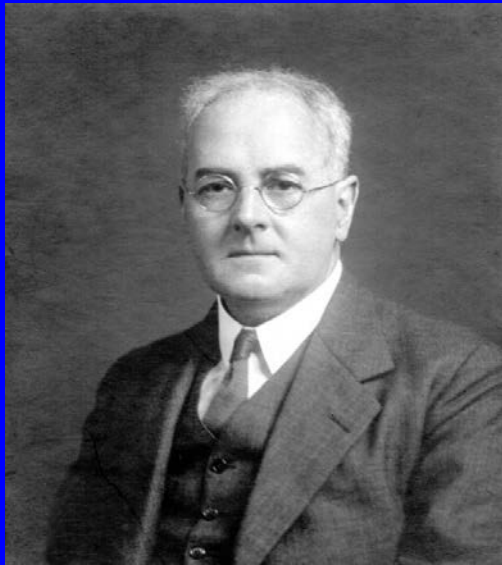


Instituto de España, Enero 1990

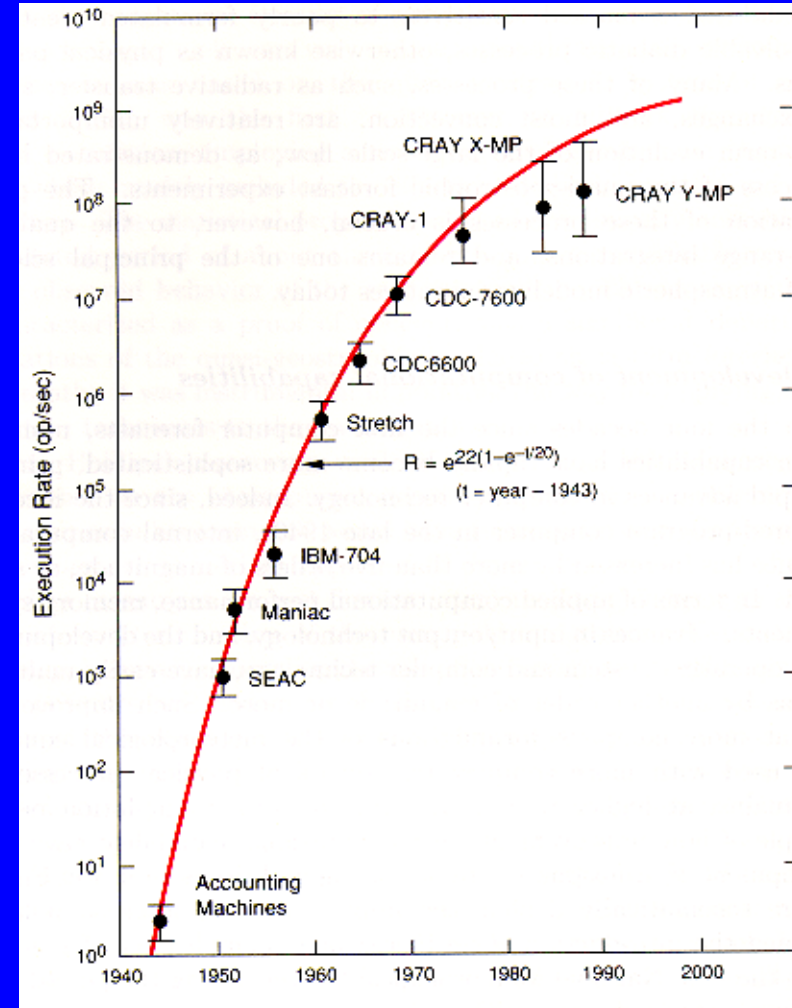
# Super-ordenadores: Cálculo paralelo.

Las 64.000 máquinas de  
Richardson

*Predicción del tiempo por  
procesos numéricos, 1922 !!!*

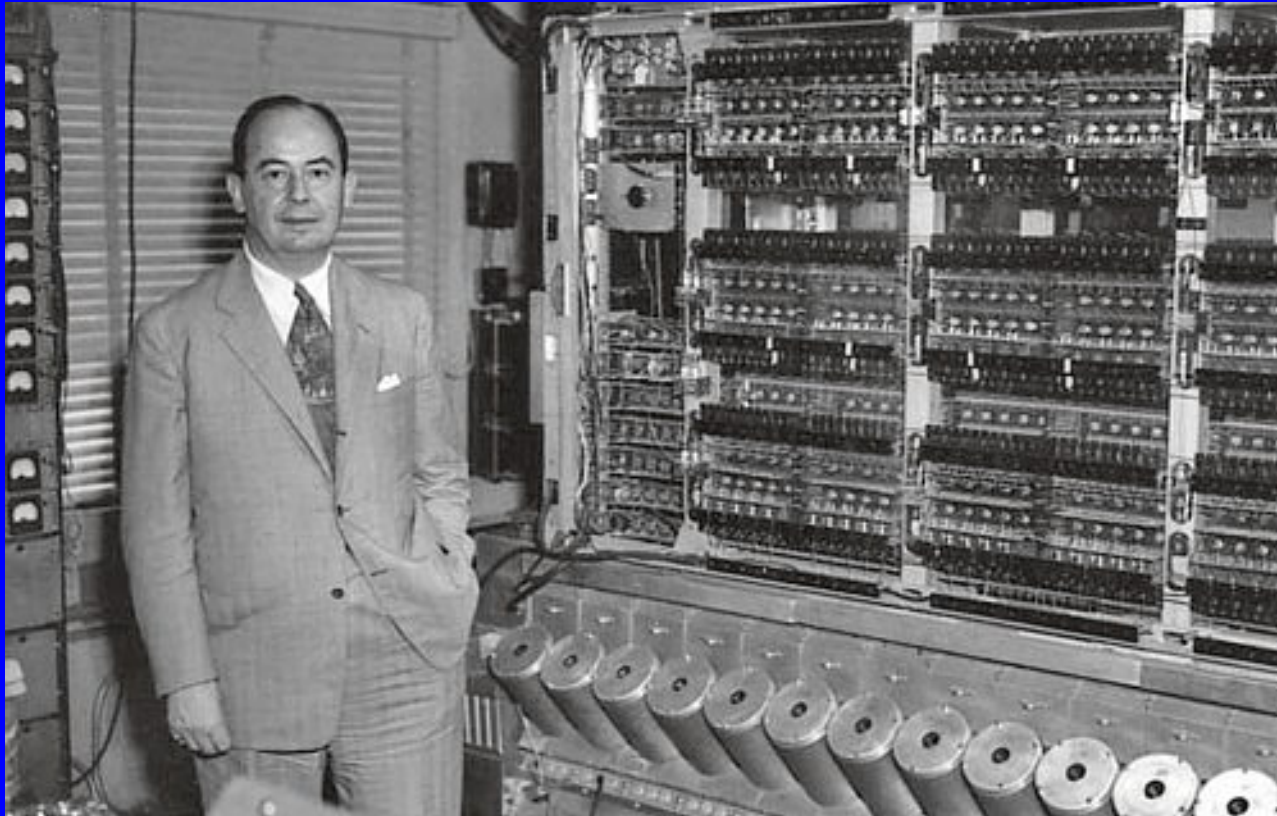


Lewis Fry Richardson (1881-1953)

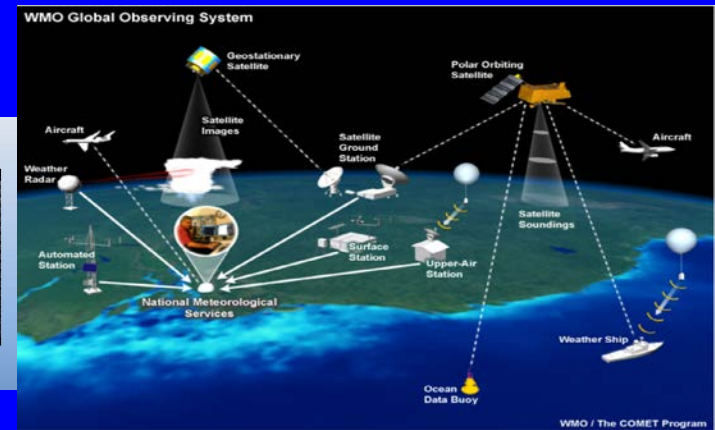
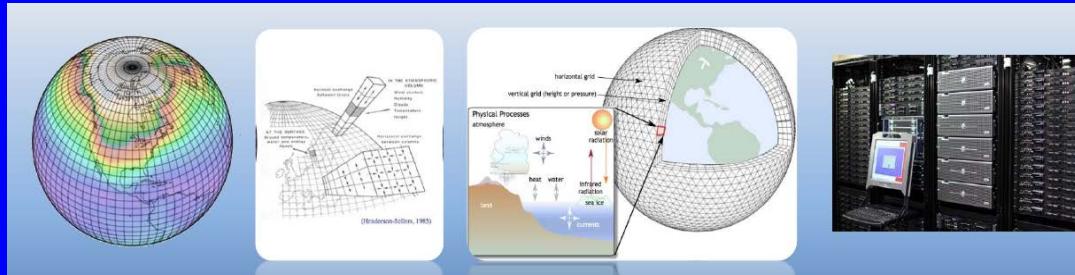


Ley de G.E. Moore (1965) : “La  
potencia de computación se duplica  
cada año”

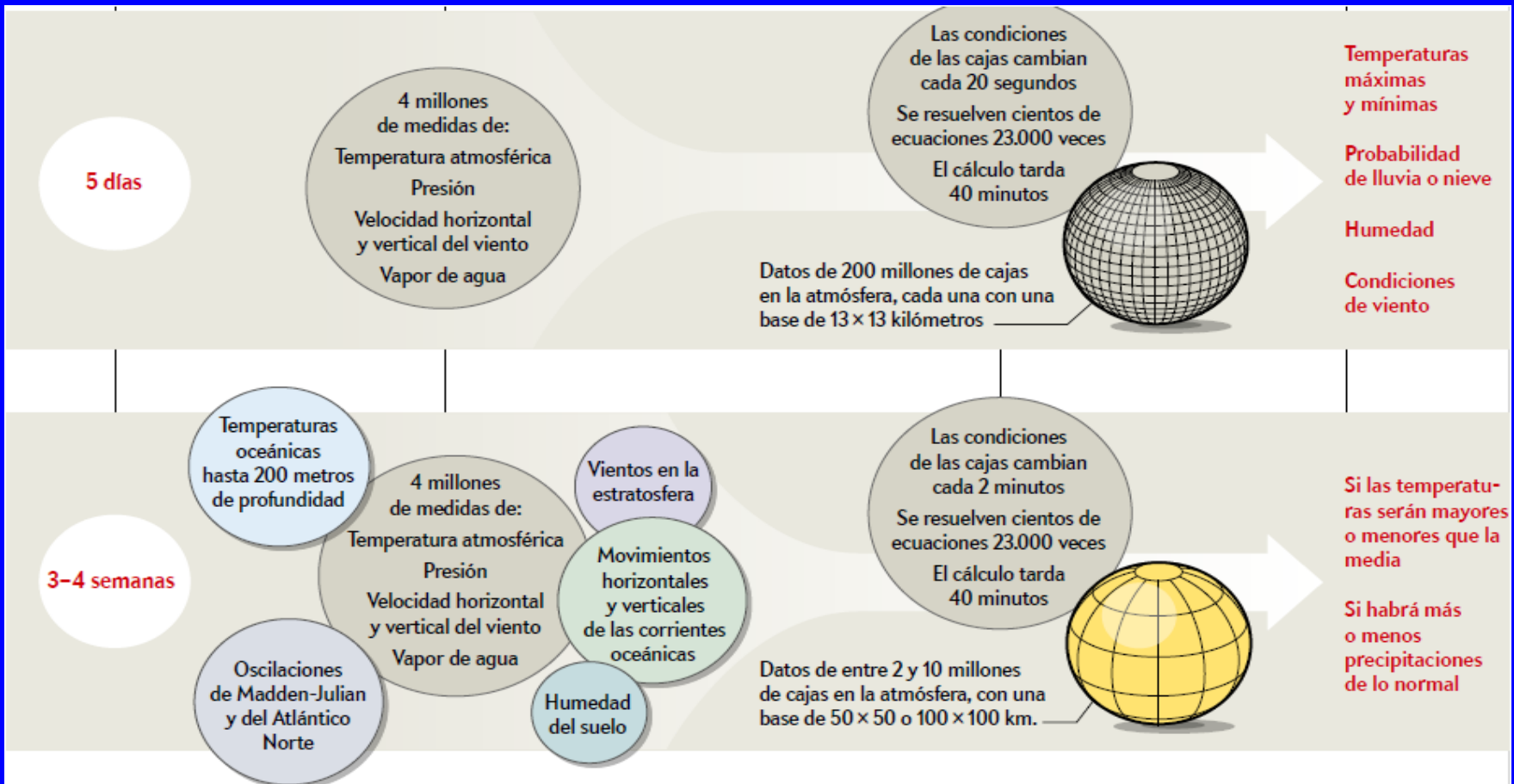
John von Neumann (1903-1957) escogió, en 1947, la Meteorología Numérica como futuro banco de pruebas del ordenador del *Institut for Advanced Study* (Princeton), EDVAC, en 1947 (posterior al ENIAC, de 1946).



Primera predicción con éxito (con un modelo 3d-baroclínico, propuesto por N. Phillips), 24 horas antes, de una gran tormenta, en la costa Este, el *Día de Acción de Gracias* de 1950.



## Pronósticos para 28 días del tiempo, Kathy Pegion, Investigación y Ciencia, Marzo 2021,



Vídeo de 3 minutos:

Laboratoire des Sciences du Climat et de l'Environnement de l'**Institut Pierre Simon Laplace**  
et de la  
Direction des Sciences de la Matière du **CEA** (2008)

# Corto tiempo de predicción del modelo GCM

(menos de “diez días” para el GCM, casi 30 para modelos zonales)




Edward Lorenz  
(1917-2008)

- En 1961 simplificó (tres términos frente a infinitos términos) las ecuaciones primitivas de la atmósfera.
- Falta de **dependencia continua** respecto de datos iniciales.
- **Teoría del Caos Matemático** (Poincaré; péndulo doble), **efecto mariposa, dimensión fractal del atractor, ...**

$$\begin{aligned}\frac{dX(t)}{dt} &= \sigma Y(t) - \sigma X(t) \\ \frac{dY(t)}{dt} &= \rho X(t) - Y(t) - X(t)Z(t) \\ \frac{dZ(t)}{dt} &= X(t)Y(t) - \beta Z(t)\end{aligned}$$

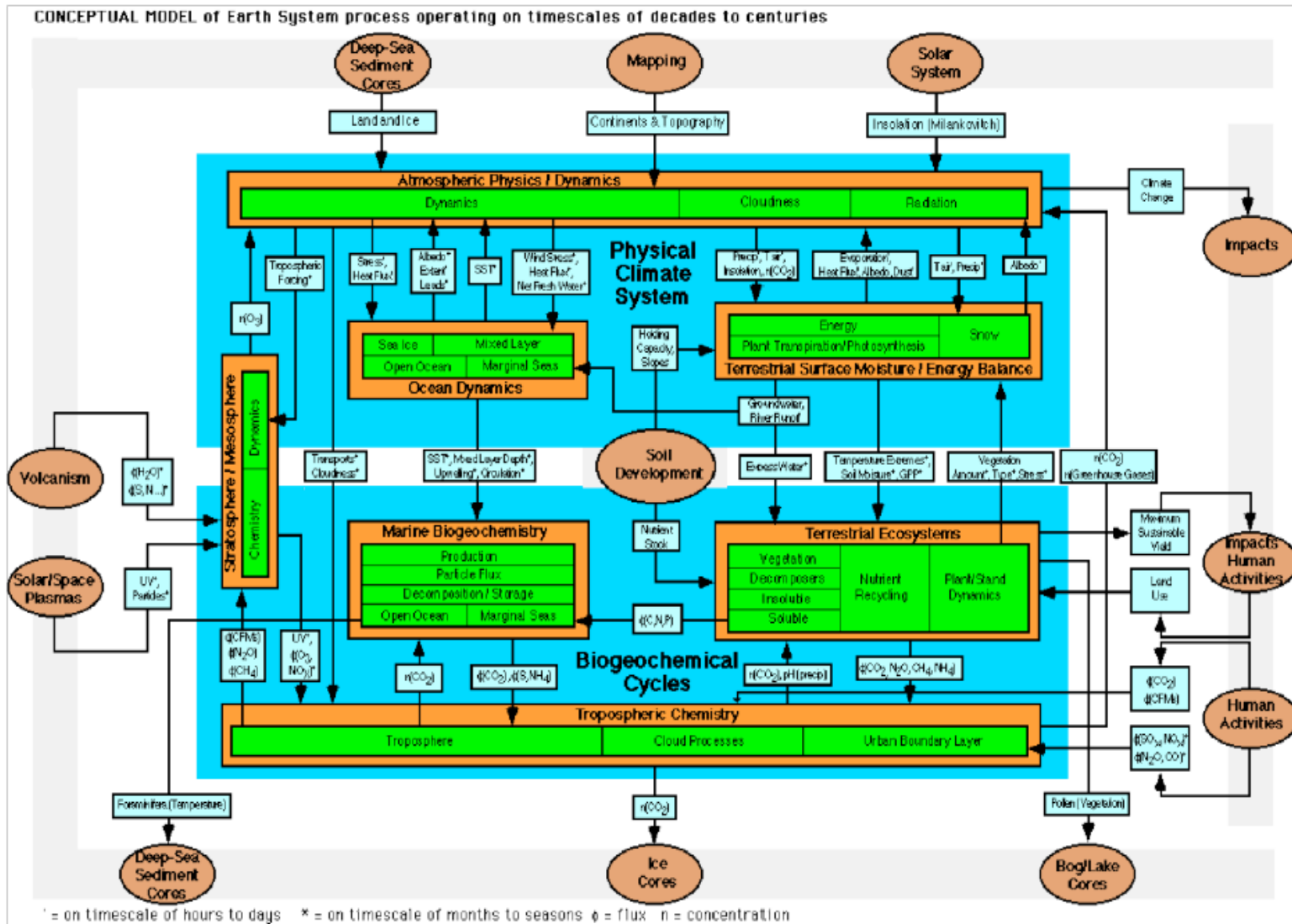
¿Término responsable de la gran dificultad: en Navier-Stokes?

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla_h) \mathbf{u} + w \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial z} + \mathbf{f} \times \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho_0} \nabla_h p + \mathbf{D}_u + \mathbf{F}_u$$
A red arrow points upwards from the bottom center of the slide to the term  $(\mathbf{u} \cdot \nabla_h) \mathbf{u}$  in the Navier-Stokes equation above.

De las ecuaciones linealizadas de Stokes y Osen (que se explican en el grado de Matemáticas) a uno de los 8 *Problemas del milenio*: Fundación Clay (2000: un millón de dólares).



# Necesidad de simplificar los modelos: Horrendograma de acoplamientos entre los componentes principales del clima



(a) Bretherton horrendogram

## 2. Modelos simplificados de Clima

1896 cálculo del efecto de la duplicación del dióxido de carbono atmosférico: incremento de la temperatura 5-6 grados Celsius.

**Svante Arrhenius**  
(1859 - 1927)

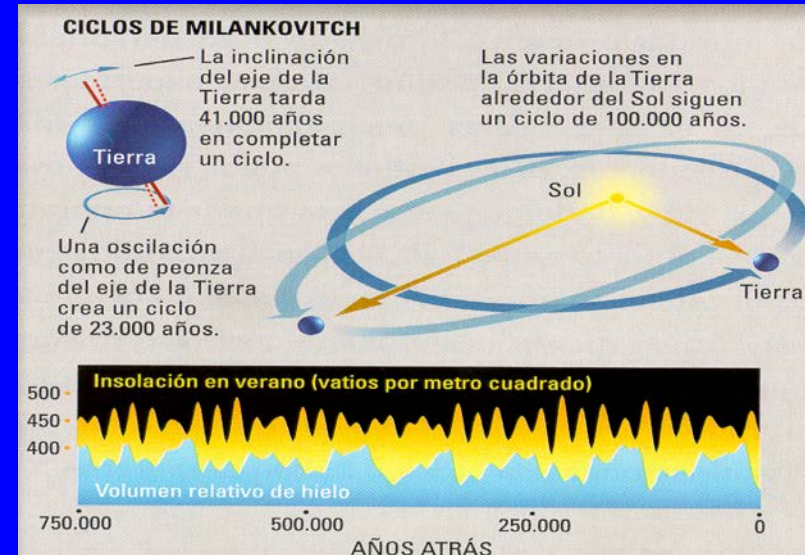


**Milutin Milankovitch**  
(1879-1958)

*Teoría matemática de los fenómenos térmicos producidos por la radiación solar (1920)*

**Teoría de las Glaciaciones**

- \*irradiación solar en distintas latitudes a lo largo de las estaciones,
- \*cálculo de tablas de gran precisión.
- \*evolución del *clima matemático*



## Modelos climáticos sencillos de Balance de Energía Radiativo

Propuestos, **independientemente**, en 1969, por:

**W.D. Sellers**



(1928-2014)

**M.I. Budyko (1969)**



(1920–2001)

Validación tras más de 50 años:

Z. Hausfather, H.F. Drake, T. Abbott and G. A. Schmidt<sup>4</sup>

Evaluating the Performance of Past Climate Model Projections, *Geophysical Research Letters* · December 2019

# De los progresos **individuales** en la investigación del clima a **informes corales** de infinidad de investigadores:



Organización intergubernamental de las Naciones Unidas, 1988.  
Sede en Ginebra (Suiza).

**5 Informes**  
(el próximo en 2022)

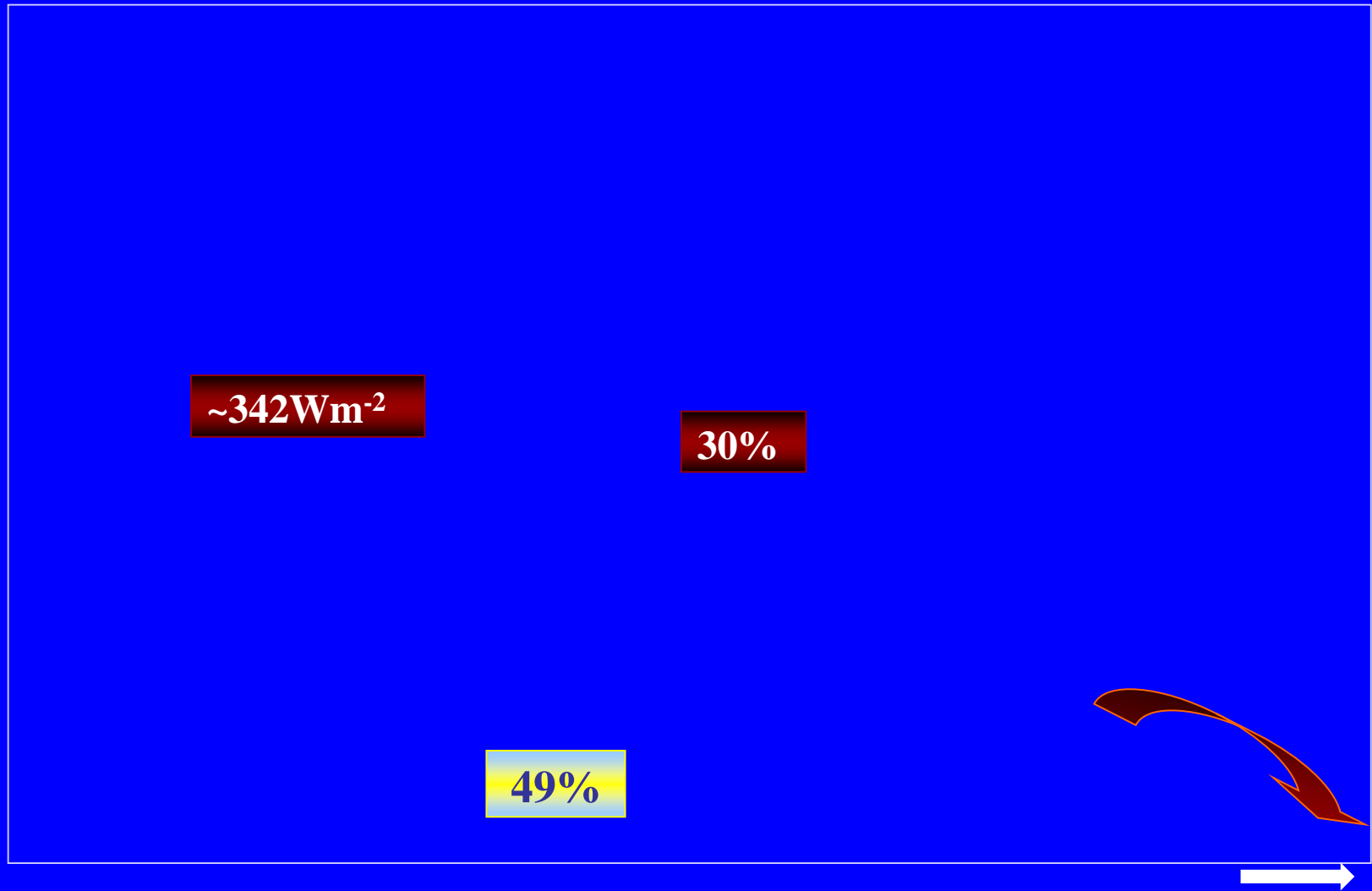
- Working Group I – The Physical Science Basis
- Working Group II– Impacts, Adaptation, and Vulnerability
- Working Group III– Mitigation of Climate Change

Representa el consenso de la **comunidad científica internacional sobre el Cambio Climático**

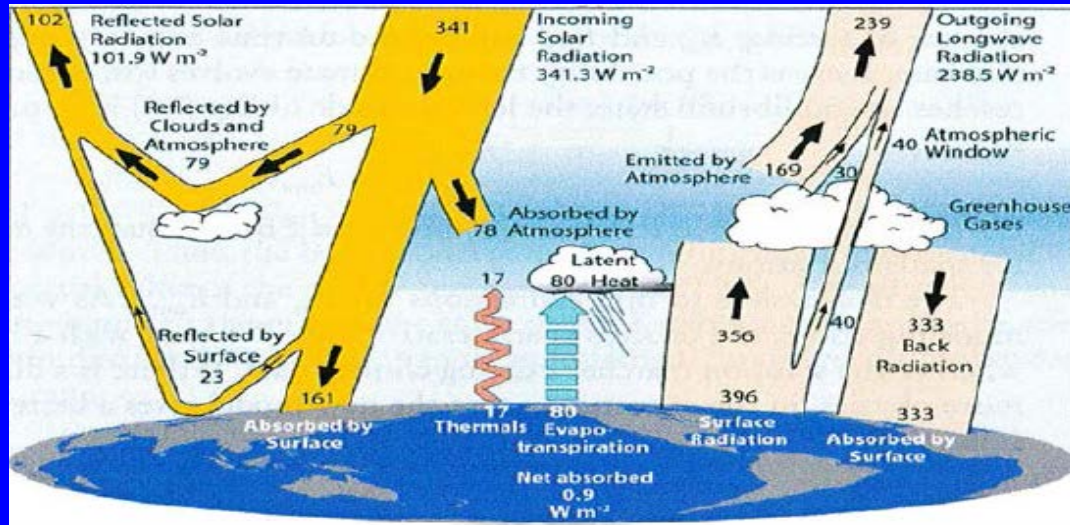
El Premio Nobel de la Paz de 2007 fue otorgado, a partes iguales, entre el IPCC y Al Gore. "Miles de científicos y funcionarios de más de cien países han colaborado para conocer con mayor certeza la escala del calentamiento", declaró el Comité Nobel

# Radiación solar

El sistema climático de la Tierra recibe su energía del Sol en forma de *radiación electromagnética*, que se origina en el Sol.



# Balance de energía radiativa



$R_a$

Albedo

$R_e$

Efecto invernadero

$D$

Difusión superficial

Promedios en la ecuación de la energía (ecuaciones primitivas):  
**Jerarquía de modelos**

$$\xi = \xi(t, z, \lambda, \phi)$$

$$\bar{\xi} = \frac{1}{2\tau} \int_{t-\tau}^{t+\tau} \xi(s, z, \lambda, \phi) ds$$

$$[\xi] = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \xi(t, z, \lambda, \phi) d\lambda$$

$$\hat{\xi} = \frac{1}{z_0} \int_0^{z_0} \xi(t, z, \lambda, \phi) dz$$

$$\langle \xi \rangle = \frac{1}{2\pi^2} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \int_0^{2\pi} \xi(t, z, \lambda, \phi) \cos \phi d\lambda d\phi$$

$$c \frac{\partial u}{\partial t} = R_a - R_e + D$$

# Propagación del calor. Energía de Radiación: ondas electromagnéticas

Tres tipos diferentes de conducción del calor:

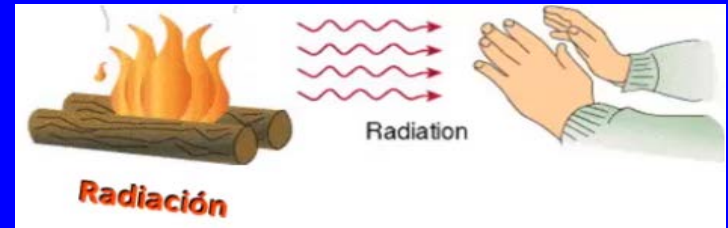
Propagación del calor en sólidos: **conducción**



Propagación del calor en medios continuos: **convección**



Propagación del calor por ondas electromagnéticas: **radiación**



**Radiación solar**

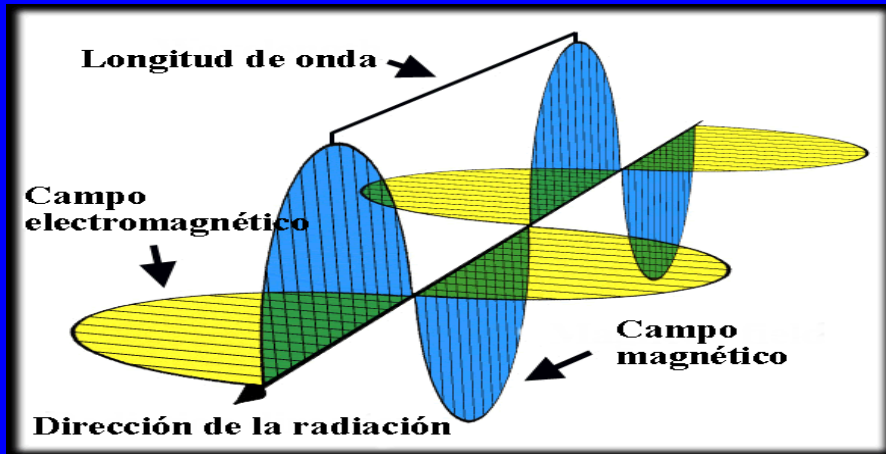
Permite que el calor se transmita a través del vacío

Todos los cuerpos emiten y absorben radiación

En general a mayor temperatura se emite más energía radiante y mayor es la sensación de calor

Esta sección contiene una ilustración del sol como una gran esfera naranja brillante a la izquierda y un pequeño planeta azul y blanco (la Tierra) a la derecha. A la derecha del sol, hay tres recuadros de texto que describen las propiedades de la radiación.

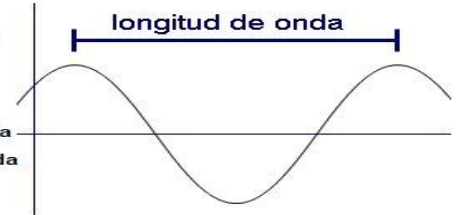
Ondas electromagnéticas: longitud de onda.  
Las ondas transportan energía.



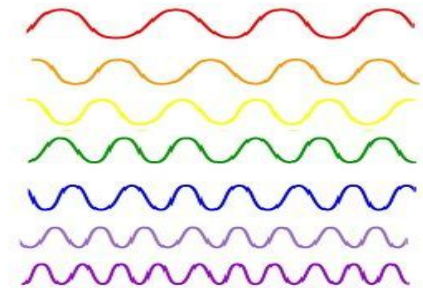
$$\lambda = 1/f$$

$$f = 1/\lambda$$

$\lambda$  = Longitud de Onda  
 $f$  = Frecuencia de la Onda



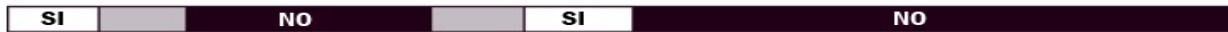
- Onda Luz Roja
- Onda Luz Naranja
- Onda Luz Amarilla
- Onda Luz Verde
- Onda Luz Azul
- Onda Luz Añil
- Onda Luz Violeta



La Onda de la Luz Puede Tener Diferentes Longitudes de Onda.  
El color de la Luz depende de la Longitud de su Onda

## El Espectro Electromagnético

¿Penetra la atmósfera terrestre?



Longitud de onda (metros)

Radio	Microondas	Infrarojo	Visible	Ultravioleta	Rayos-X	Rayos Gamma
$10^3$	$10^{-2}$	$10^{-5}$	$.5 \times 10^{-6}$	$10^{-8}$	$10^{-10}$	$10^{-12}$



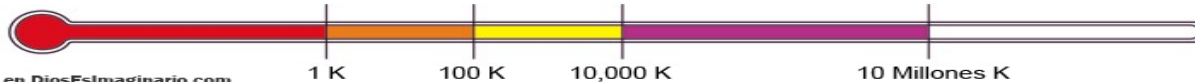
Del tamaño de...



Frecuencia (Hz)



Temperatura de los cuerpos emitiendo la onda (K)



Visto en DiosEsImaginario.com

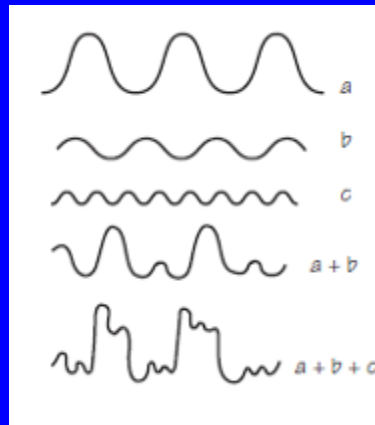
Velocidad de la luz  $c$  en el vacío.

En otros medios valor inferior a  $c$  (refracción)

$$t(^{\circ}\text{C}) = T(\text{K}) - 273,15$$



## Suma (superposición) de ondas



Parte de la energía se elimina por absorción en la fotosfera solar, pero una buena parte del espectro de energía solar llega a la atmósfera de la Tierra (similar a la de **un cuerpo negro ideal**) a una **temperatura de 5.780 K.**

La diferente absorción por los gases de la atmósfera le da al espectro solar (sobre la superficie de la Tierra) unos **perfiles más irregulares**

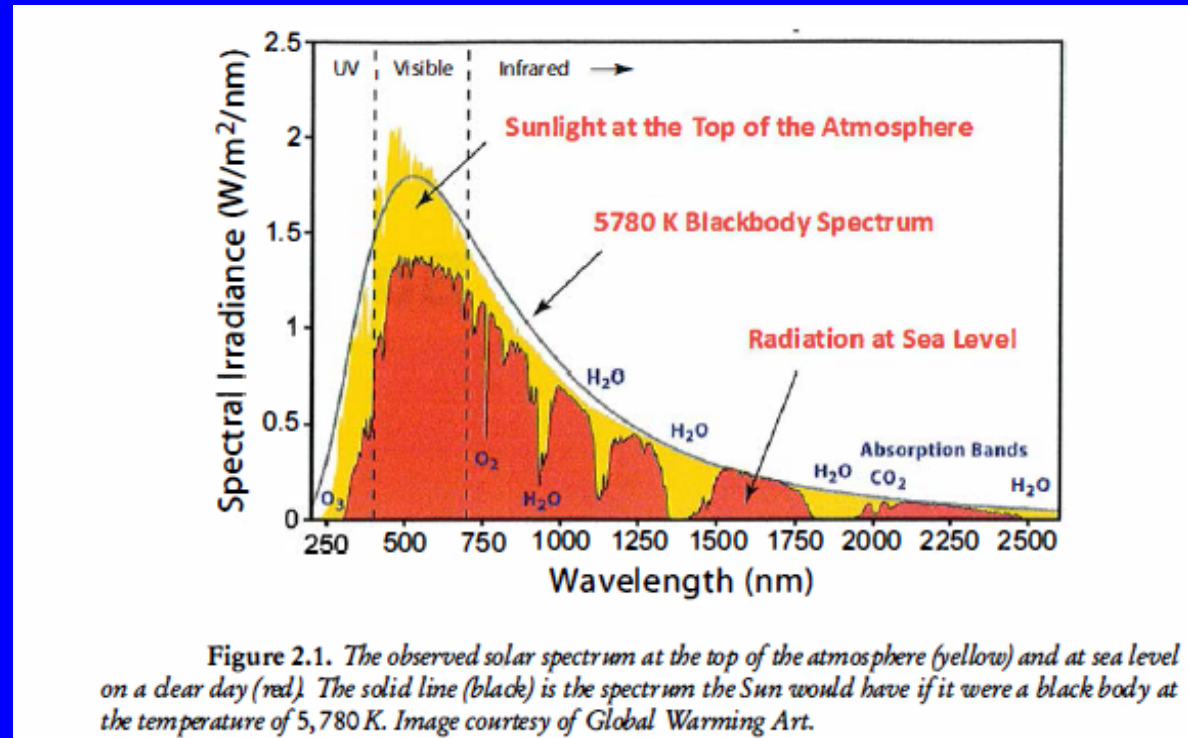
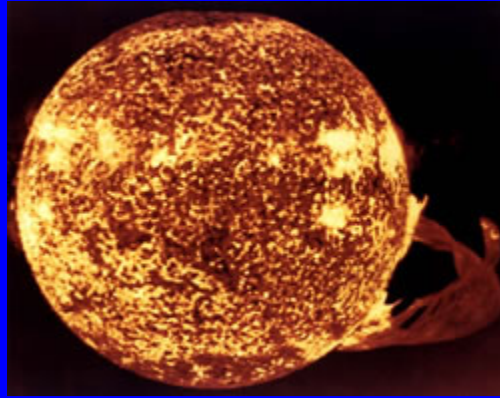


Figure 2.1. The observed solar spectrum at the top of the atmosphere (yellow) and at sea level on a clear day (red). The solid line (black) is the spectrum the Sun would have if it were a black body at the temperature of 5,780 K. Image courtesy of Global Warming Art.

La energía solar que incide anualmente sobre toda la superficie terrestre supone unas **diez mil veces la demanda de energía de la población mundial (7.700 millones de personas)**.



En el interior del Sol, los núcleos atómicos de Hidrógeno se fusionan bajo una presión enorme, dando lugar a núcleos atómicos de Helio. Parte de la masa atómica se transforma en **energía térmica** que provoca temperaturas de **millones de grados en el interior**. **La temperatura de la superficie del Sol es de aproximadamente 6.000 °C.**

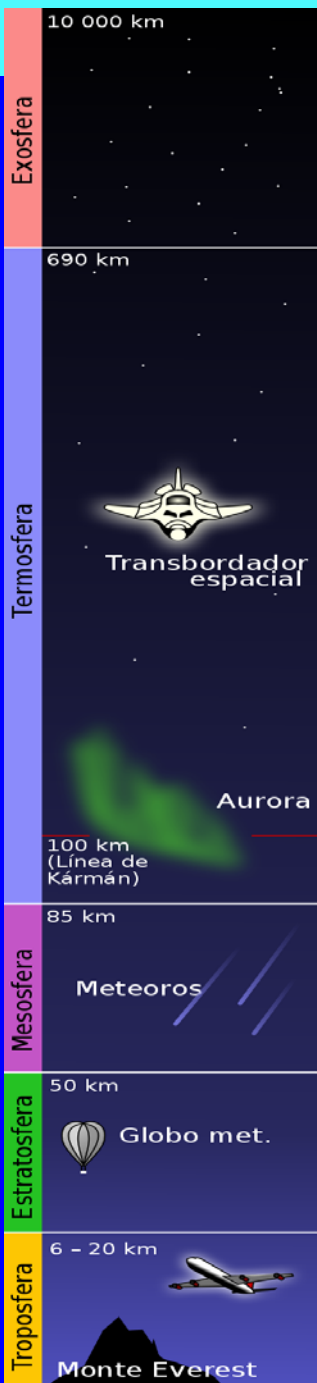
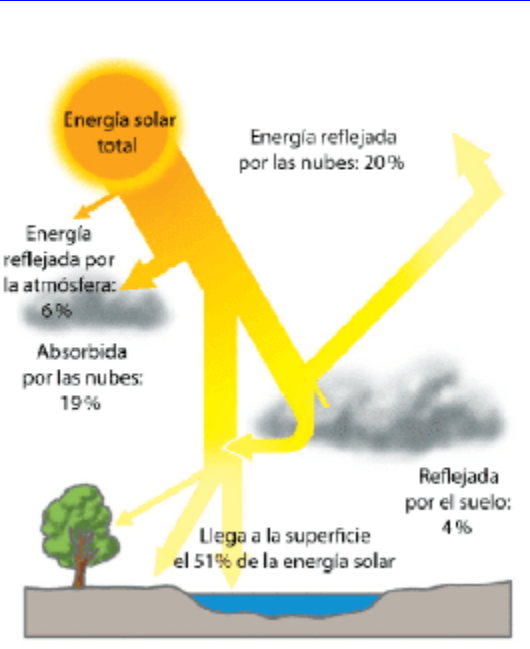
El Sol funciona como un **reactor de fusión**. Cada segundo se convierten 700 millones de toneladas de Hidrógeno en cenizas de Helio. En el proceso se liberan 5 millones de toneladas de energía pura; por lo cual el Sol cada vez se vuelve más ligero. Desde hace **5.000 millones de años**.

El Sol, a 150 millones de Km, emite con una potencia (*Constante Solar*) de 1360 w/m<sup>2</sup>.

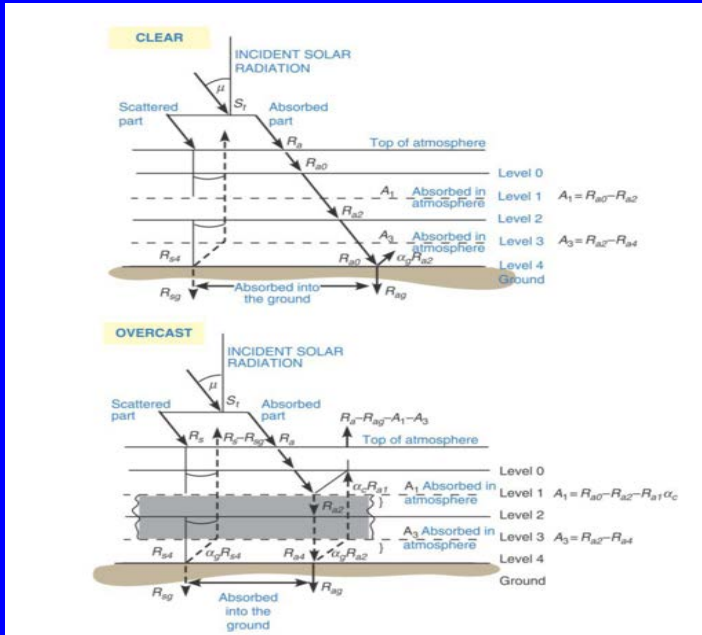


Earth  
Radiation  
Budget  
Satellite

# Radiación intermedia muy compleja



## Capas de la atmósfera



!! Promedios simplificadoros !!

# Cambio climático:

Los cambios en el sistema climático se deben alteraciones del equilibrio radiativo.

Causas potenciales:

1. Variaciones en la radiación solar entrante
2. Variaciones en la radiación solar reflejada
3. Cambios en la radiación terrestre fuera de la atmósfera (por ejemplo, CO<sub>2</sub>, CH<sub>4</sub>, N<sub>2</sub>O, H<sub>2</sub>O<sub>v</sub>)

El balance radiativo total es **positivo** y ha llevado a una absorción de energía por parte del sistema climático.  
La mayor contribución: **el incremento de [CO<sub>2</sub>] desde 1750**

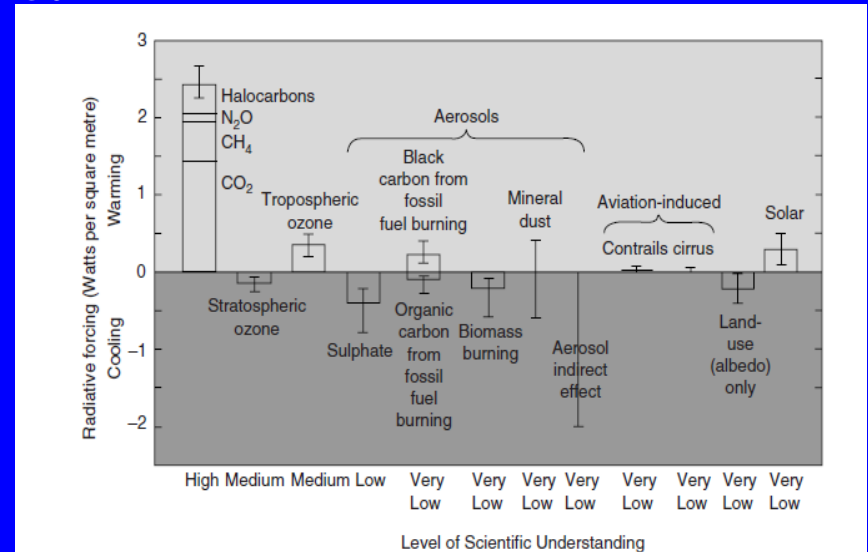
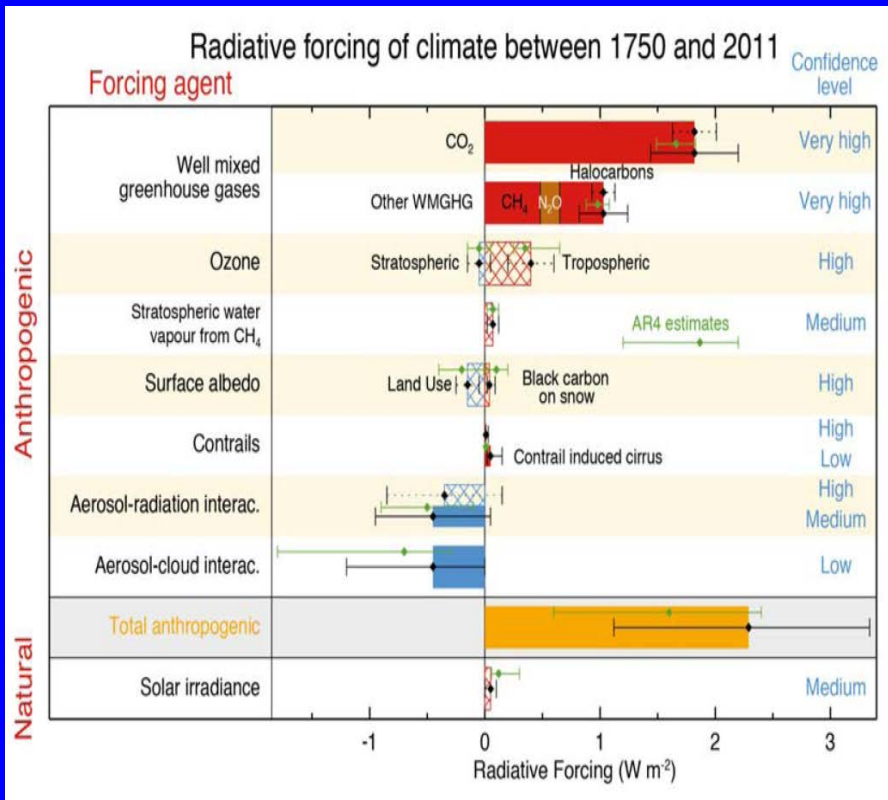
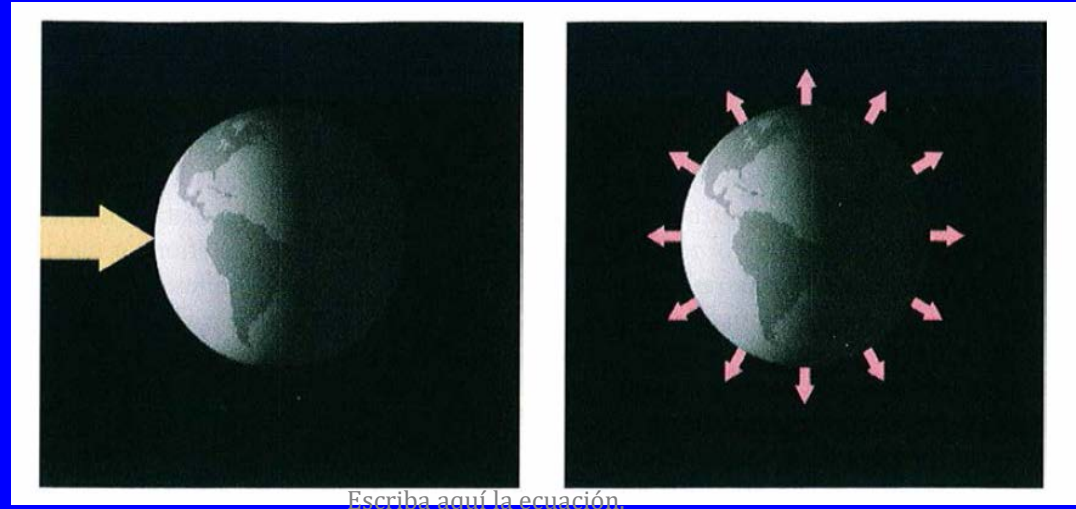
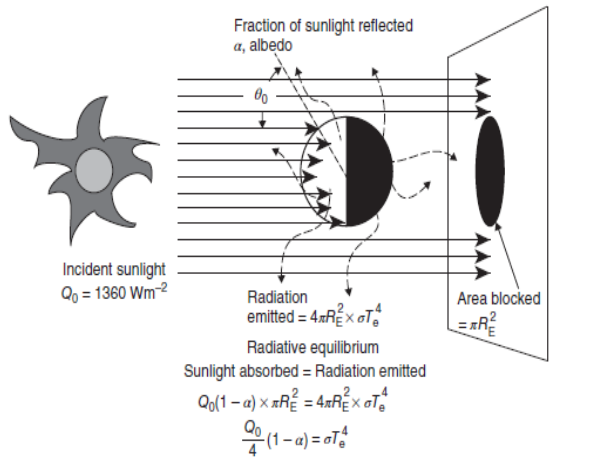


FIG. 1.1. The global mean radiative forcing of the climate system for the year 2000, relative to 1750. (Source: IPCC 2001)

# Modelo cero-dimensional. Constante solar y co-albedo. Gases de efecto invernadero.



Escriba aquí la ecuación.

energía radiante solar *entrante*  
(radiación de onda corta)

radiación saliente  
(radiación de onda larga).

$$C \frac{dT}{dt} = R_a - R_e$$

Leyes constitutivas (o de estado)

$$C \frac{dT}{dt} = Q\beta - \sigma T^4$$

C capacidad calorífica  
Q Constante Solar,  $\beta = (1 - \alpha)$  co-albedo

$$\sigma = 5.67 \times 10^{-8}$$



L. E. Boltzmann (1844-1906)

# Un sencillo cálculo sin el efecto invernadero

En el equilibrio, cuando  $t \rightarrow +\infty$

$$0 = Q\beta - \sigma T^4$$

Que da como solución estacionaria, al suponer  $\beta = 0.70$  y  $S_0 = 1.368 \text{ Wm}^{-2}$  (e. d.  $Q = 342 \text{ Wm}^{-2}$ )

$$T = 254,8 \text{ °K} = -18,35 \text{ °C}$$

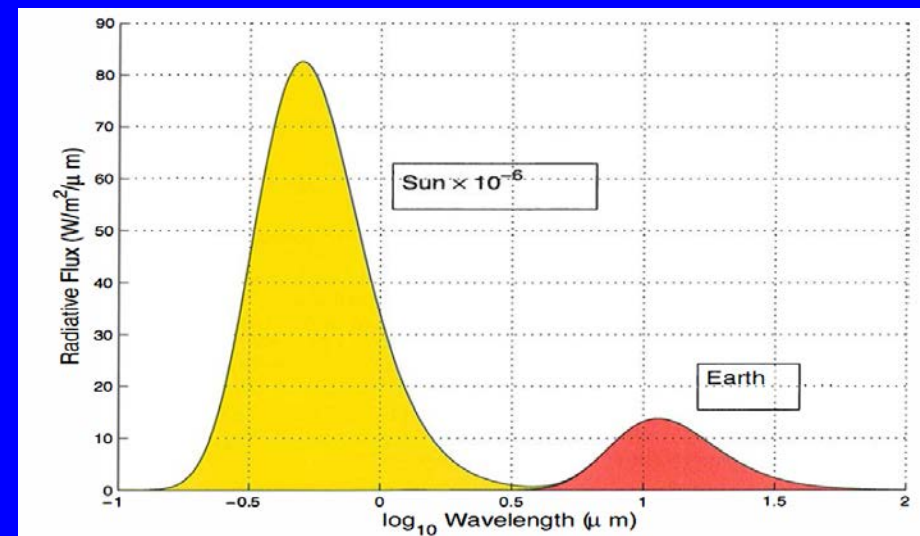
El valor real de la temperatura de la superficie es  $287,7 \text{ °K}$  ( $=14,55 \text{ °C}$ ).

Una buena parte de la diferencia puede atribuirse al **efecto invernadero** de la atmósfera de la Tierra: el efecto de gases como dióxido de carbono ( $\text{CO}_2$ ), vapor de agua y metano, y aerosoles (gotas de agua, polvo partículas, etc.).

## Modificación del cálculo con efecto invernadero



Dado que el Sol y la Tierra tienen temperaturas de emisión que difieren en un orden de magnitud, sus espectros electromagnéticos apenas se superponen



Debido a sus propiedades químicas, los gases de efecto invernadero aumentan la **opacidad de la atmósfera** en el infrarrojo (longitud de onda larga),

$$0 = Q\beta - \epsilon\sigma T^4$$

despejando se obtiene la **temperatura de equilibrio**

$$T^* = \left( \frac{\beta Q}{\epsilon\sigma} \right)^{1/4}$$

Dando los valores de antes y haciendo  $\epsilon=0,62$  se obtiene el valor promediado actual **14,55 °C**.

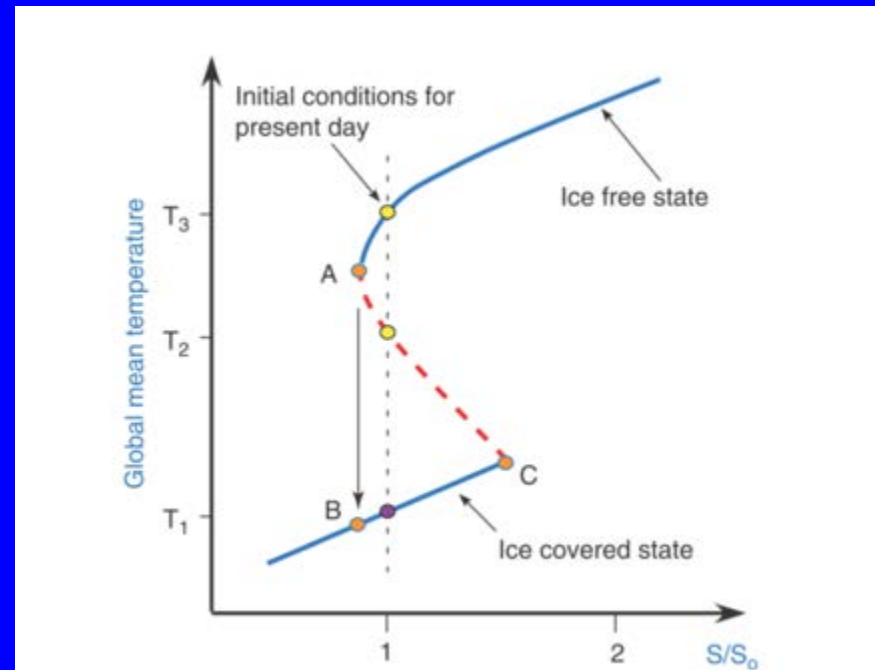
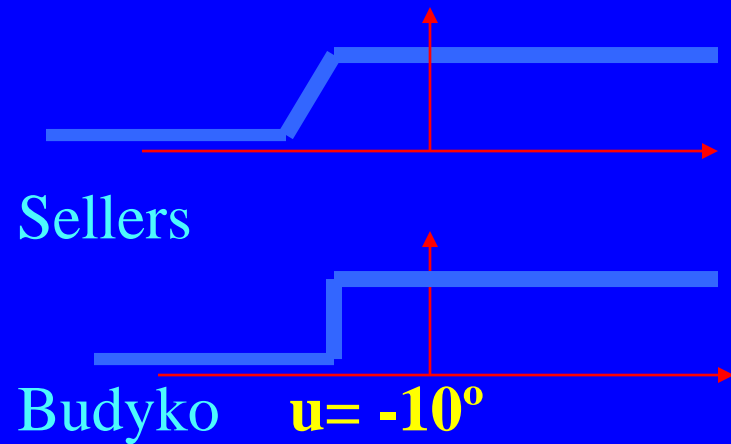
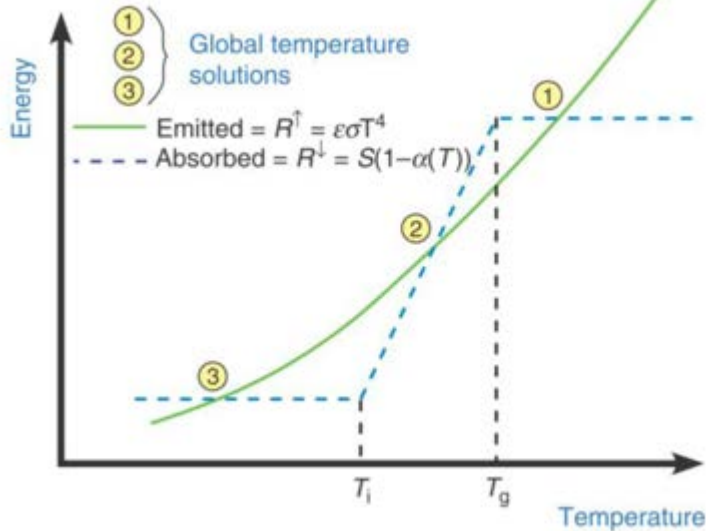
**El efecto invernadero corresponde a una reducción de la radiación terrestre del 38%**

# Caso más realista: albedo no constante. Múltiples equilibrios.

$$\beta(u) = (1 - a(u)) \text{ coalbedo}$$

$$\beta(u) = \begin{cases} 0.38 & \text{si } u \ll -10 \\ 0.71 & \text{si } u \gg -10 \end{cases}$$

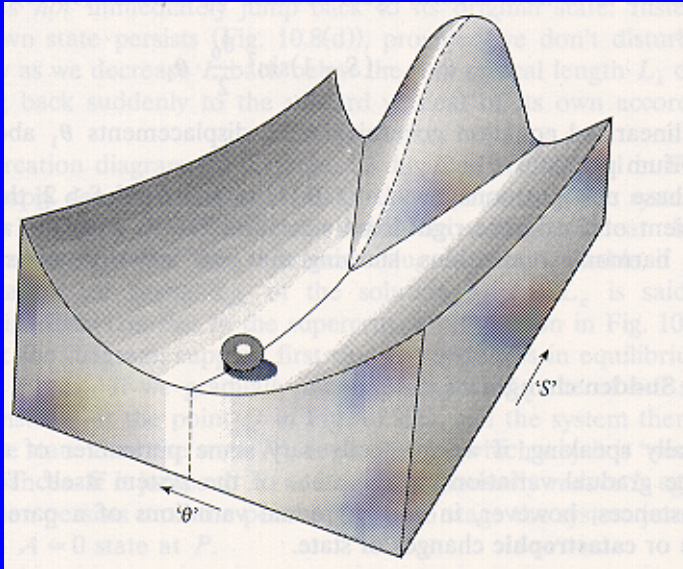
Casos de tres soluciones de equilibrio en función de la constante solar



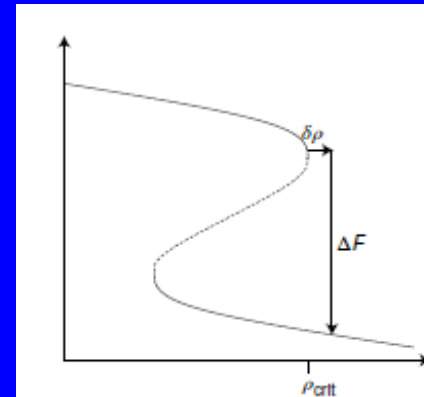
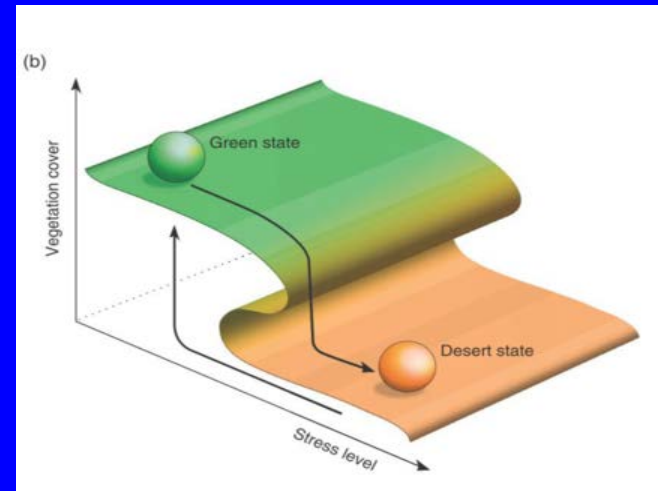
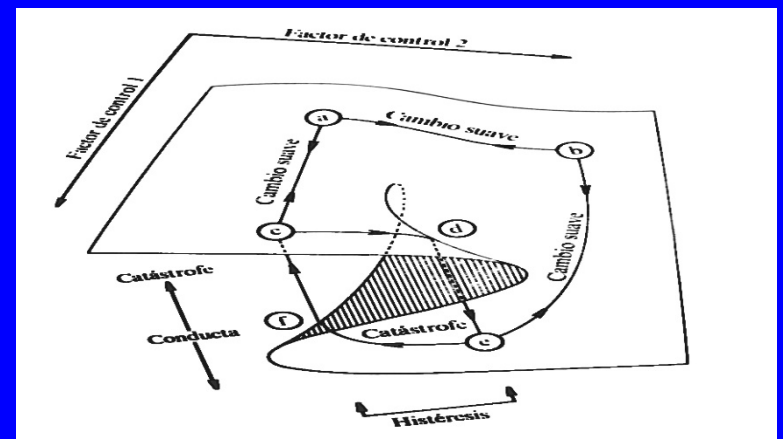
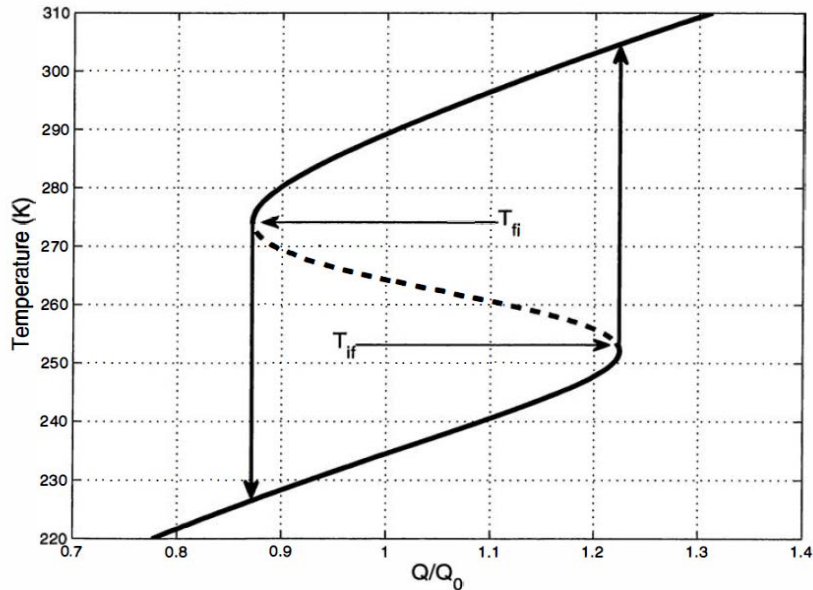
Tipping points T. Lenton (2016)



# Teoría de catástrofes: René Thom (1923-2002)



## Histéresis



Bifurcación respecto la emisividad en el efecto invernadero

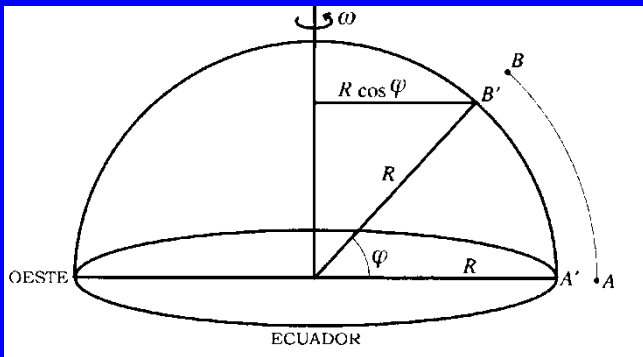
# Modelo uni-dimensional: latitud

Pegas al modelo de balance de energía global (MBE):

- las latitudes más bajas reciben en promedio más energía del Sol que las más altas (en cada hemisferio),
- las regiones polares están cubiertas de nieve y hielo y tienen un albedo más alto que la región ecuatorial.

MBE unidimensional (Temperatura constante en la misma latitud)

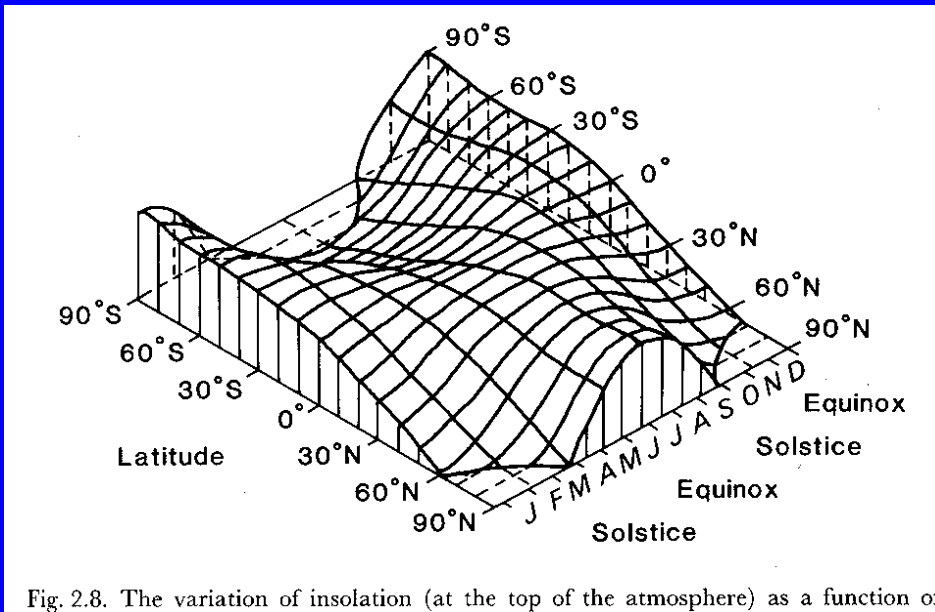
## Jerarquía de modelos: el operador de difusión $D$



$$D = \frac{1}{\cos \varphi} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left( k \cos \varphi \frac{\partial u}{\partial \varphi} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left( k (1 - x^2) \frac{\partial u}{\partial x} \right)$$

$$x = \cos \varphi$$

# Regreso a modelos simplificados: *Leyes de estado*



$$R_a = QS(x)\beta(u)$$

Fig. 2.8. The variation of insolation (at the top of the atmosphere) as a function of

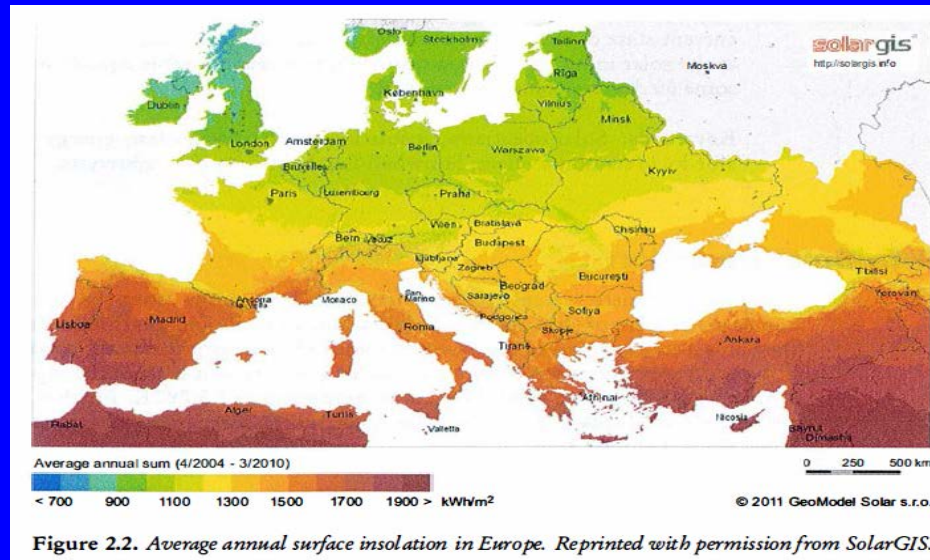
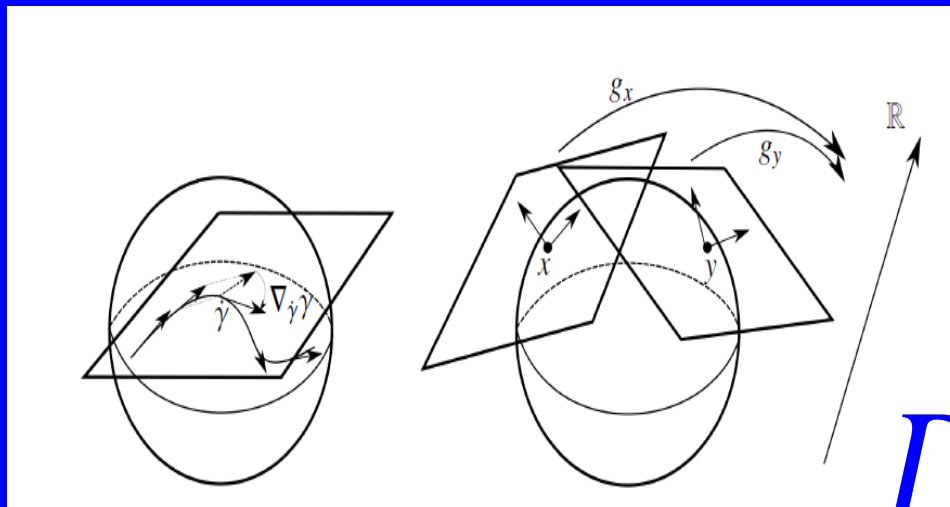
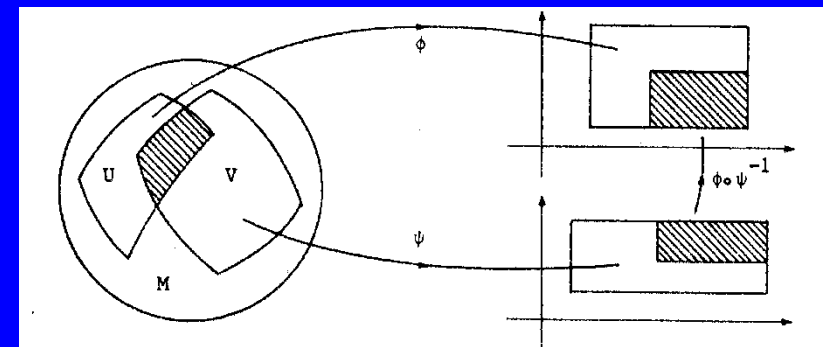
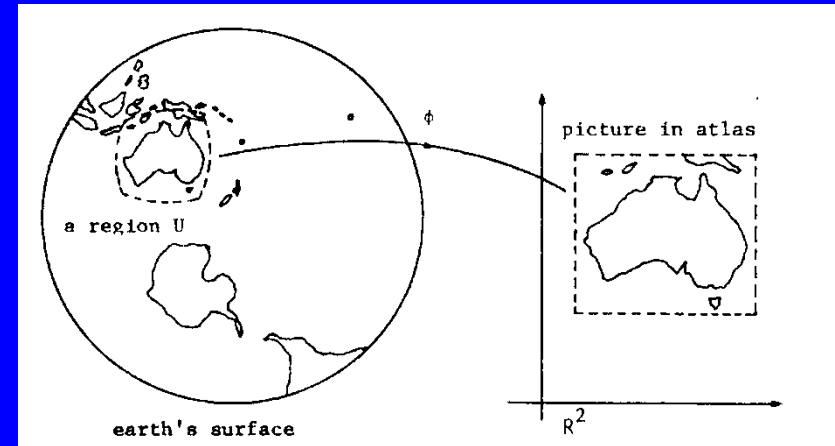
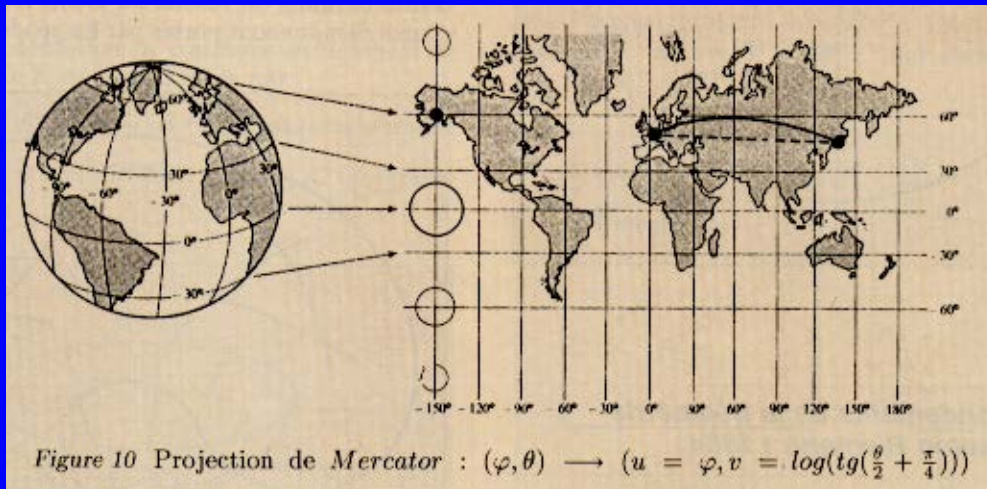


Figure 2.2. Average annual surface insolation in Europe. Reprinted with permission from SolarGIS.

# Difusión bidimensional



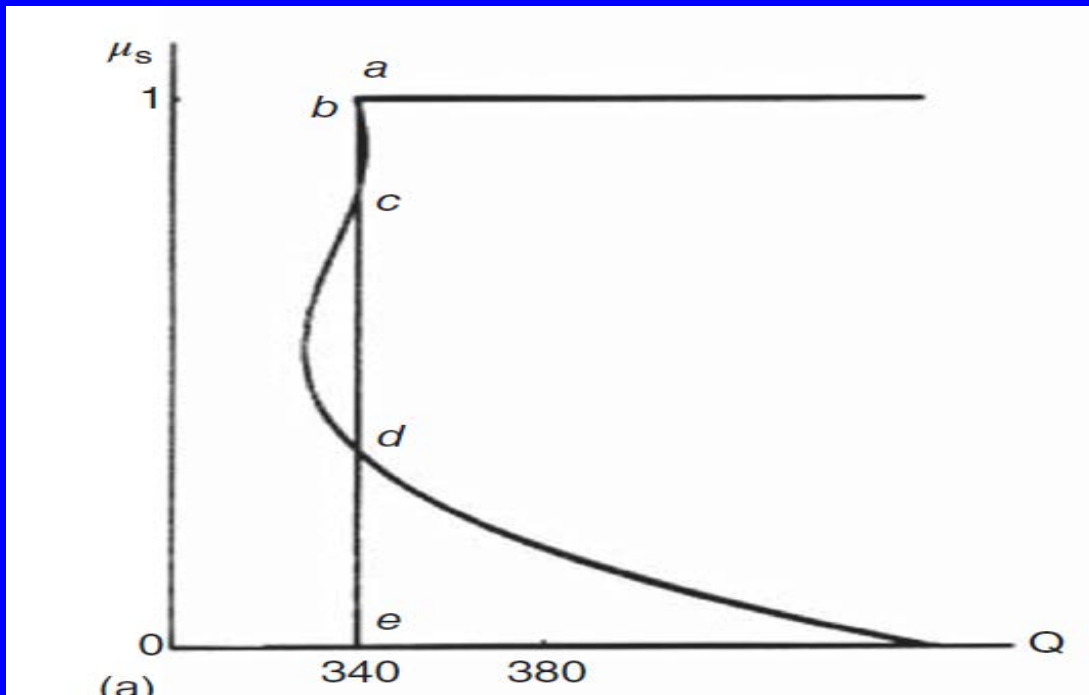
$$D = \text{div}(k(x) \nabla u)$$

$$c \frac{\partial u}{\partial t} = Q\beta(u) + R_e(x, u) + \text{div}(k(x)\nabla u)$$

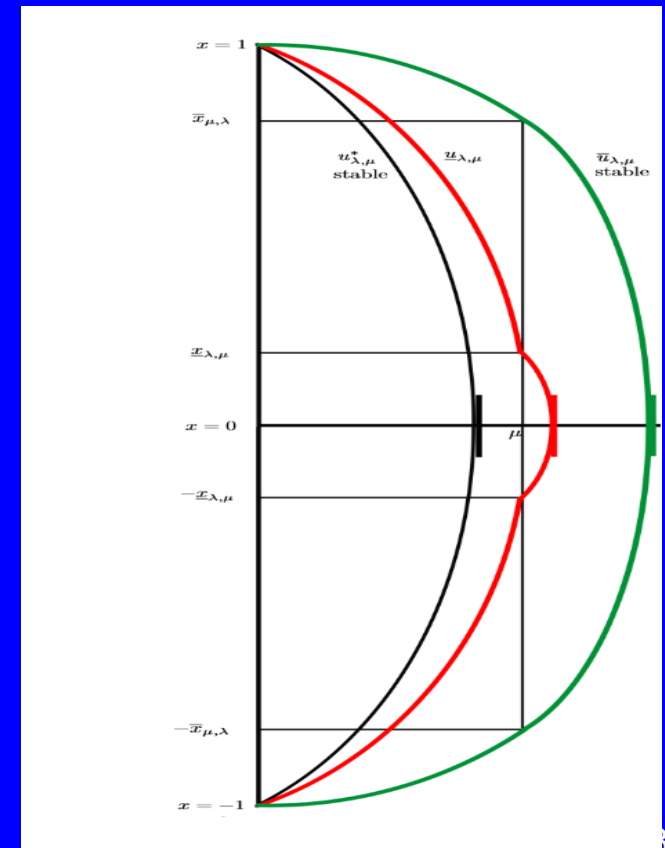
$$u(x, t_0) = u_0(x)$$

Diagramas de bifurcación mucho más complicados que en el caso cero-dimensional pero con *tipping points*

Dos climas *monótonos* con casquetes polares (el verde es el estable: menores casquetes polares)



5 estados estacionarios en función del coseno de la latitud del casquete polar Norte



# Aproximación numérica de EBM bidimensionales

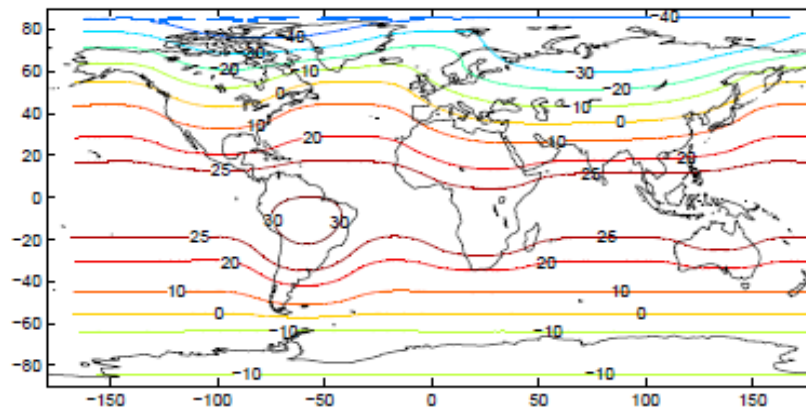
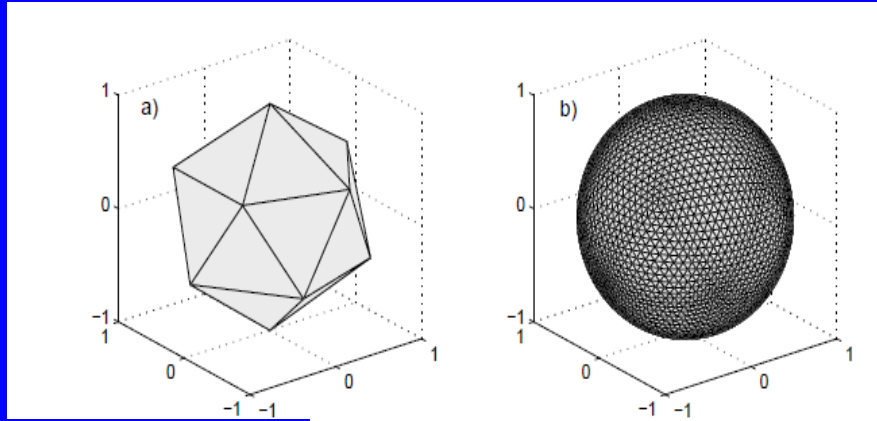


Figure 3: Distribution of

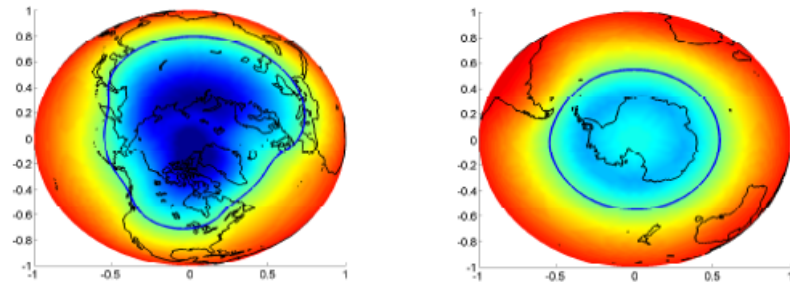


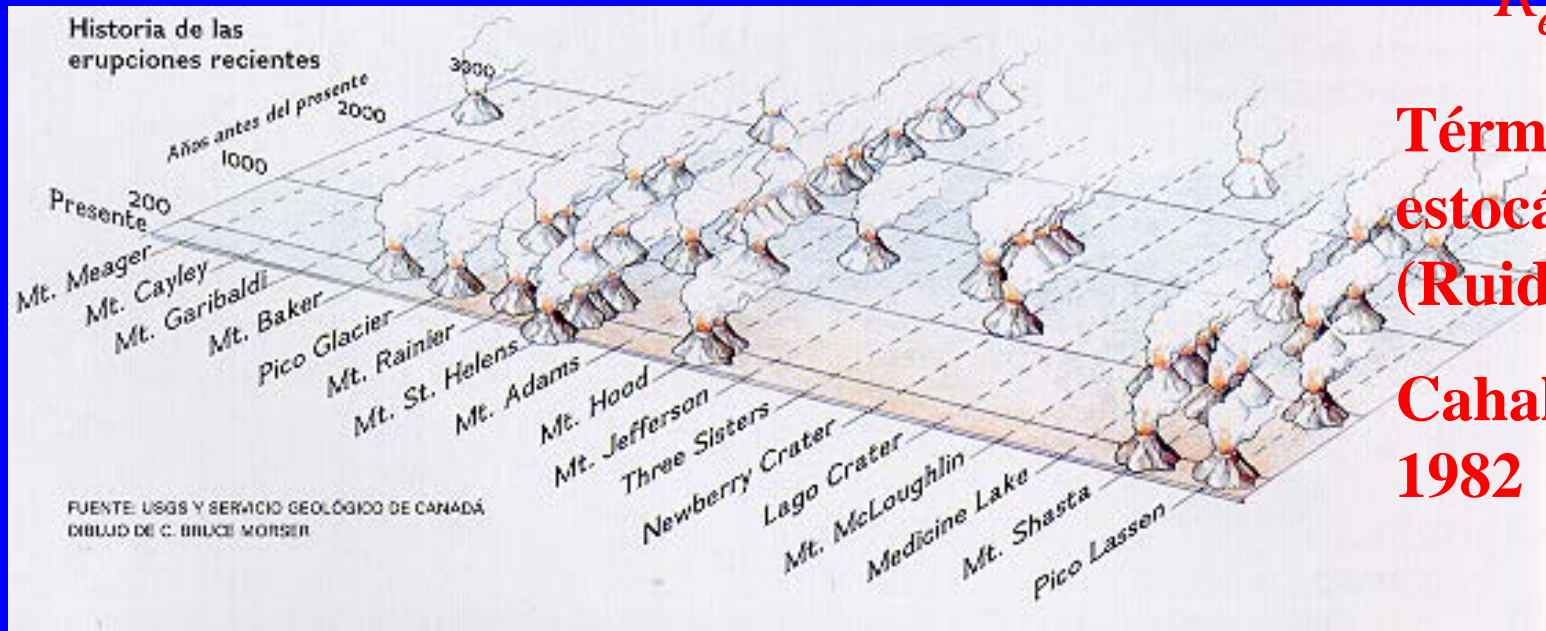
Figure 4:  $-2^{\circ}\text{C}$  January snow line. Left: northern hemisphere; right: southern hemisphere.

R. Bermejo, J. Carpio, J.I. Díaz, L. Tello,  
*Mathematical and Numerical Analysis of a Nonlinear  
Climate Energy Balance Model.*  
Mathematical and Computer Modelling, 2008.

## Modelos de Balance de Energía más complejos:

- Términos de retardo (promedios,...)
- Acoplamiento con las ecuaciones de la energía interna del océano profundo
- Acoplamiento con las ecuaciones de la dinámica de grandes masas de hielo
- Acoplamiento con las ecuaciones de la Mecánica Celeste
- Acoplamiento con las ecuaciones del manto como medio visco-elástico
- Acoplamiento con modelos para la biosfera

# Modelos estocásticos : Volcanes



$R_e(x, u)$

**Término  
estocástico  
(Ruido blanco)**

**Cahalan-North,  
1982**

# Acoplamiento EBM con océanos profundos

PROCEEDINGS OF THE ROYAL SOCIETY A MATHEMATICAL, PHYSICAL & ENGINEERING SCIENCES

**Multiple solutions and numerical analysis to the dynamic and stationary models coupling a delayed energy balance model involving latent heat and discontinuous albedo with a deep ocean**

J. I. Diaz, A. Hidalgo and L. Tello

*Proc. R. Soc. A* 2014 **470**, 20140376, published 27 August 2014

COMPARISON OF RESULTS WITH AND WITHOUT LATENT HEAT

Una “demostración rigurosa” de la conclusión estrella del informe del IPCC [www.climatechange2013.org/report/](http://www.climatechange2013.org/report/)

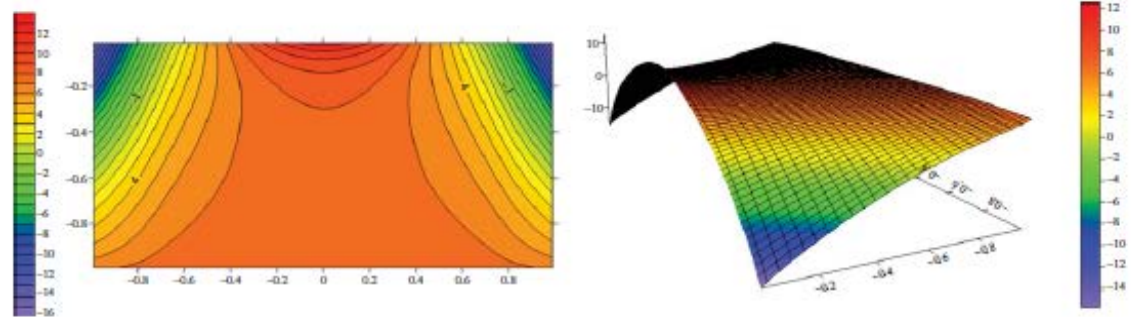


Figure 1. Temperature without latent heat ( $\gamma(u) = u$ ) and  $t = 5$ . (Online version in colour.)

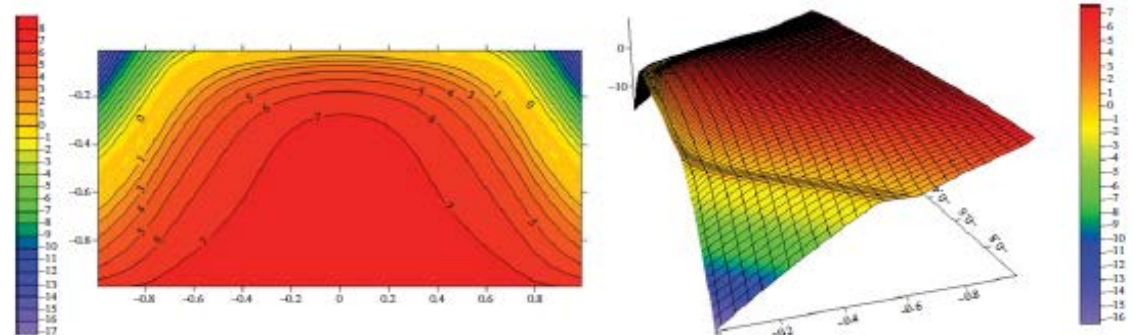


Figure 2. Temperature with latent heat and  $t = 5$ . (Online version in colour.)

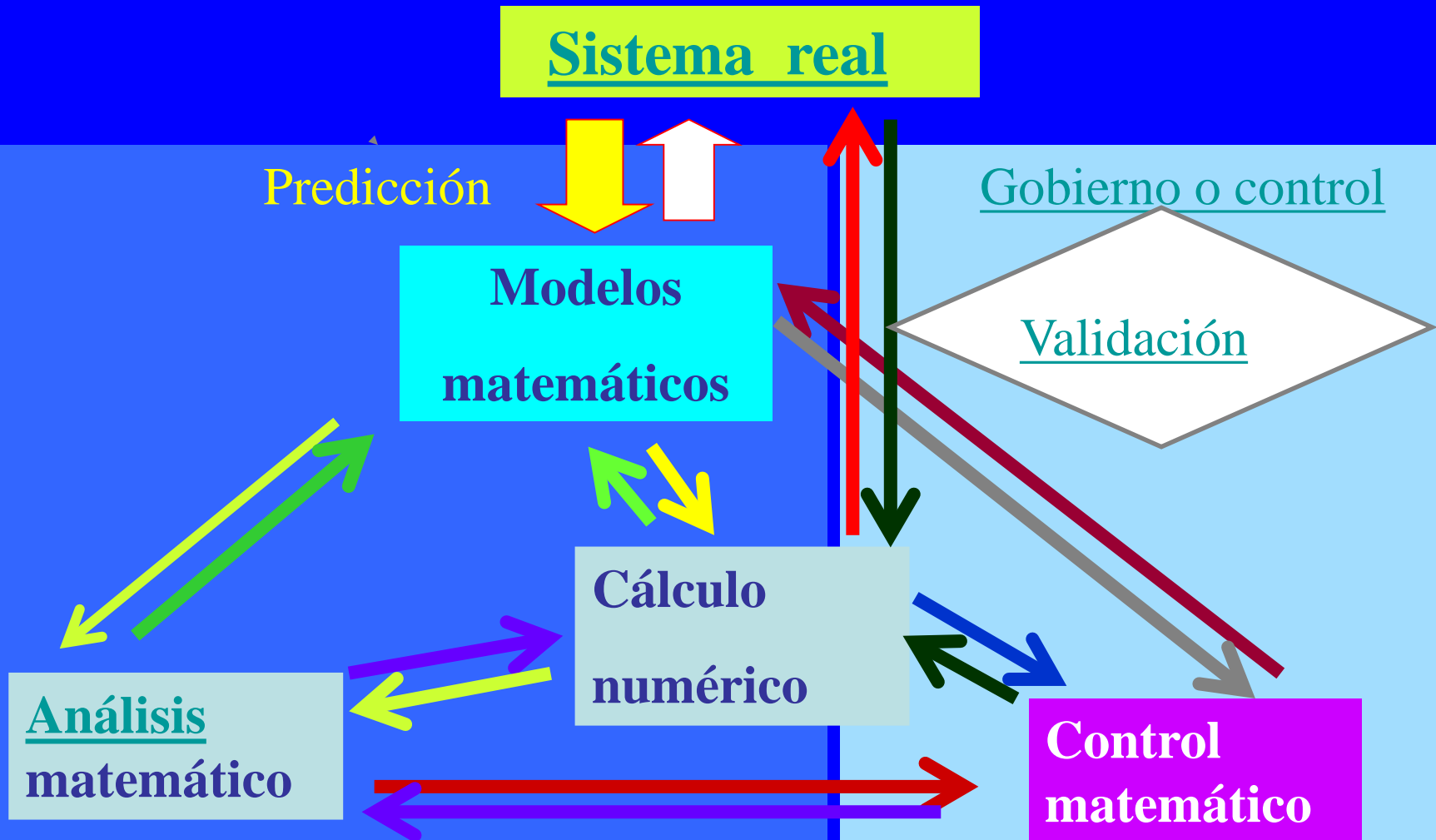


### 3. El papel de la Matemática para la mitigación: Teoría de control



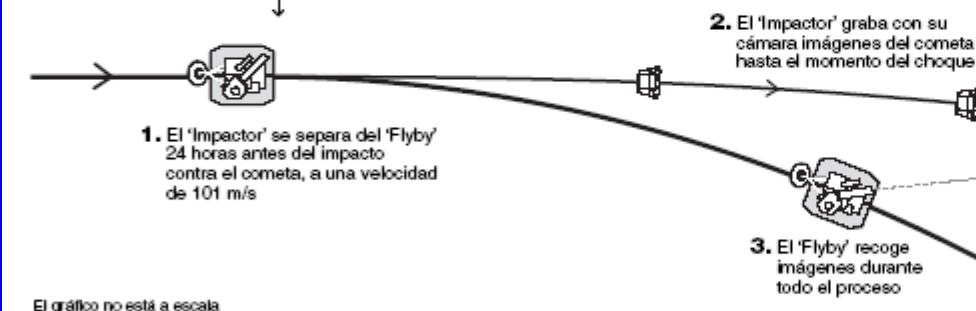
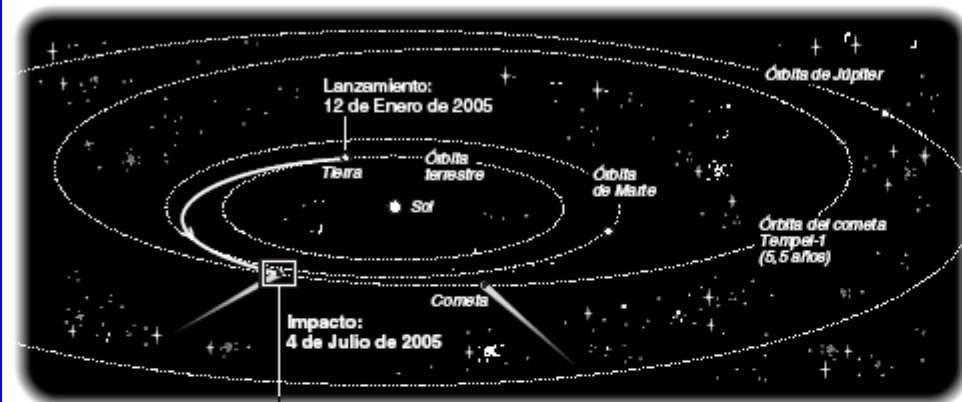
Roma 1555

# La “Trilogía Universal” de la Matemática Aplicada



## Misión 'Deep Impact'

Hoy comienza la misión de la NASA que estudiará la composición del núcleo del cometa Tempel 1 al estrellar contra él un proyectil de 370 kg a una velocidad relativa de 10,2 km/s.



El gráfico no está a escala

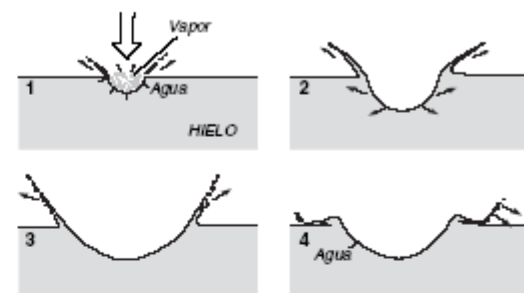
# Impacto profundo

M. R. E., Madrid  
Hacer un agujero en un cometa a unos 130 millones de kilómetros de la Tierra es el objetivo de la sonda que la NASA tiene previsto lanzar hoy desde Cabo Cañaveral, en Florida. Con el nombre de

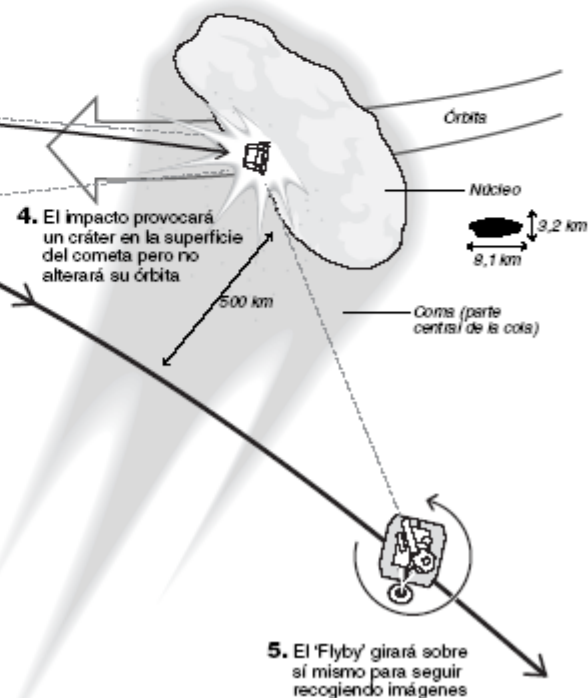
EE UU lanza hoy la nave 'Deep Impact', que estrellará un proyectil contra el cometa Tempel 1 para descubrir sus misterios

proyectil hará un cráter relativamente poco profundo pero espectacular, como un estadio de béisbol". Sin embargo, explica Yeomans, si el cometa es una bola dura de hielo, el cráter será más profundo pero no tan gran-

## SECUENCIA DEL IMPACTO



La profundidad y diámetro del cráter aportarán datos sobre la composición y dureza del núcleo, información hasta ahora no comprobados.



# Ejemplos de acciones sobre el medio ambiente.

## Acciones locales. Siembra de nubes



tradicionales sigue siendo objeto de controversia.

**LOS EXPERIMENTOS DE SIEMBRA** de nubes con hielo seco fueron realizados por Vincent Schaefer (izquierda, delante). Actualmente, los generadores acoplados en aviones ligeros (abajo) arrojan cristales de yoduro de plata.

Siembra: hielo seco, humo de yoduro de plata



10:37 LST-16,100'



11:12 LST-14,250'  
26 min. después de la inseminación



11:20 LST-16,100'  
34 min. después de la inseminación



11:31 LST-16,200'  
45 min. después de la inseminación

EL PAÍS, jueves 13 de mayo de 1999

DEPORTES

### El Parma se corona sin rival

El Marsella se rinde al primer contratiempo y acaba goleado en la final de la Copa de la UEFA

MARSELLA	0
PARMA	3

Olimpico de Marsella: Porato; Blondeau, Insa, Blanc, Demorand, Da Silva; Camara, m. 40; Brando, Bravo, Bonvinico, Pires; y Maurice.

Parma: Buffon; Thuram, Senziri, Casaravaro, Fuser, Dino Baggio, Beghossini, Vanni; Verón (Piro, m. 76; Chiesa (Balbo, m. 72) y Crespo.

Goles: 0-1, M. 26. Blanc, cabeceó pifado hacia su portero. Hernán Crespo activó la acción, se anticipó y batió a Porato por arriba.

0-2, M. 36. Vanni ajusta un cabezazo al palo izquierdo tras un centro preciso de Fuser.

0-3, M. 55. Verón centra desde la derecha. Crespo deja pasar el balón y Chiesa realiza a la escuadra.

Árbitro: Dallas (Escocia). Mostró tarjeta amarilla a Blondeau.

65.000 espectadores en el estadio Luzhnikí de Moscú. Final de la Copa de la UEFA. Campeón, el Parma.

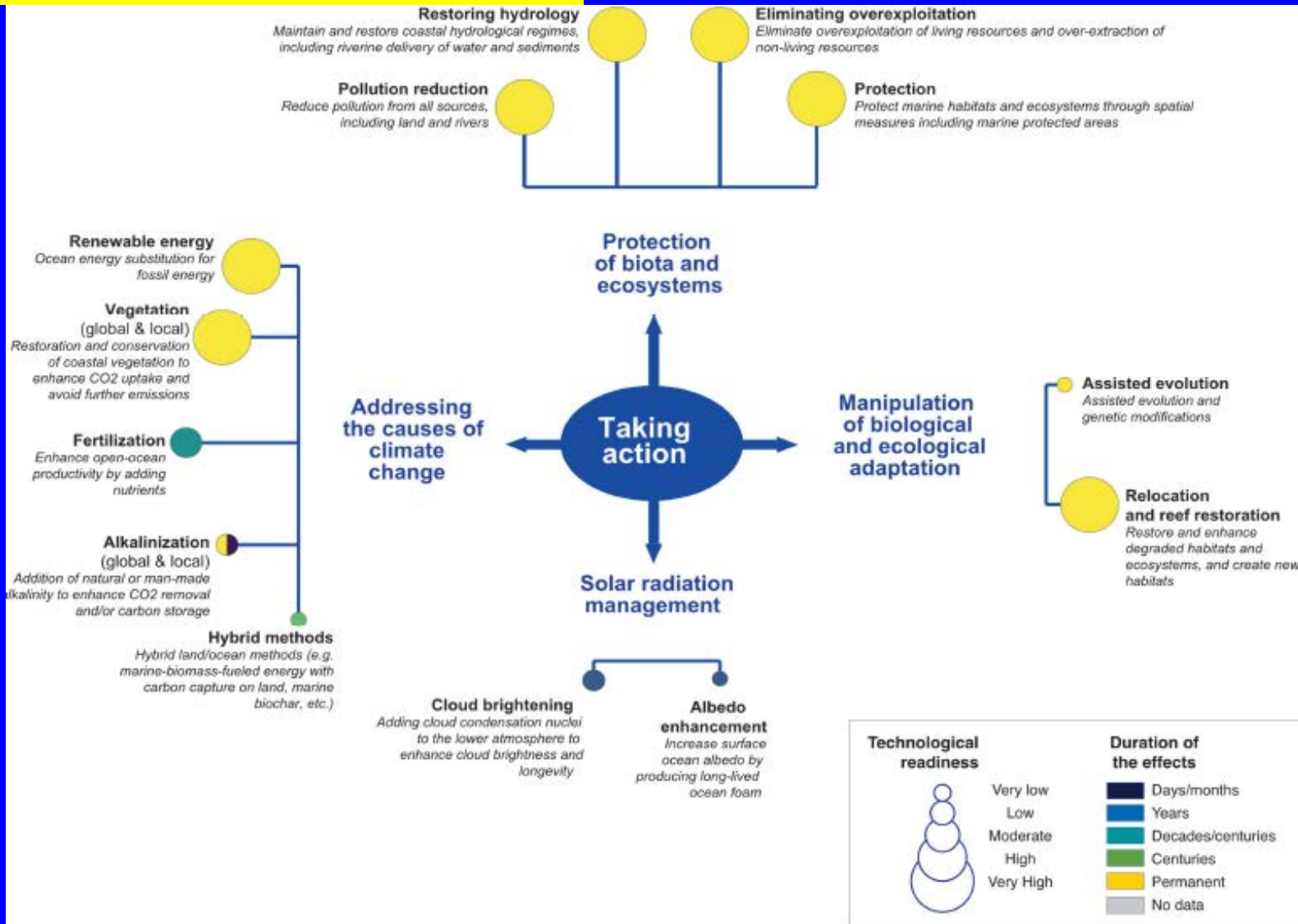
JOSE MIGUÉLEZ  
No es el Parma un equipo voraz, de esos que siempre quieren más y más. Por eso la final de Moscú concluyó en 3-0. Simplemente en 3-0. La superioridad italiana fue mucho más grande que el resultado. Pero se sintió tan seguro, tan dueño de

Los jugadores del Parma celebran el triunfo con la Copa de la UEFA. REUTERS

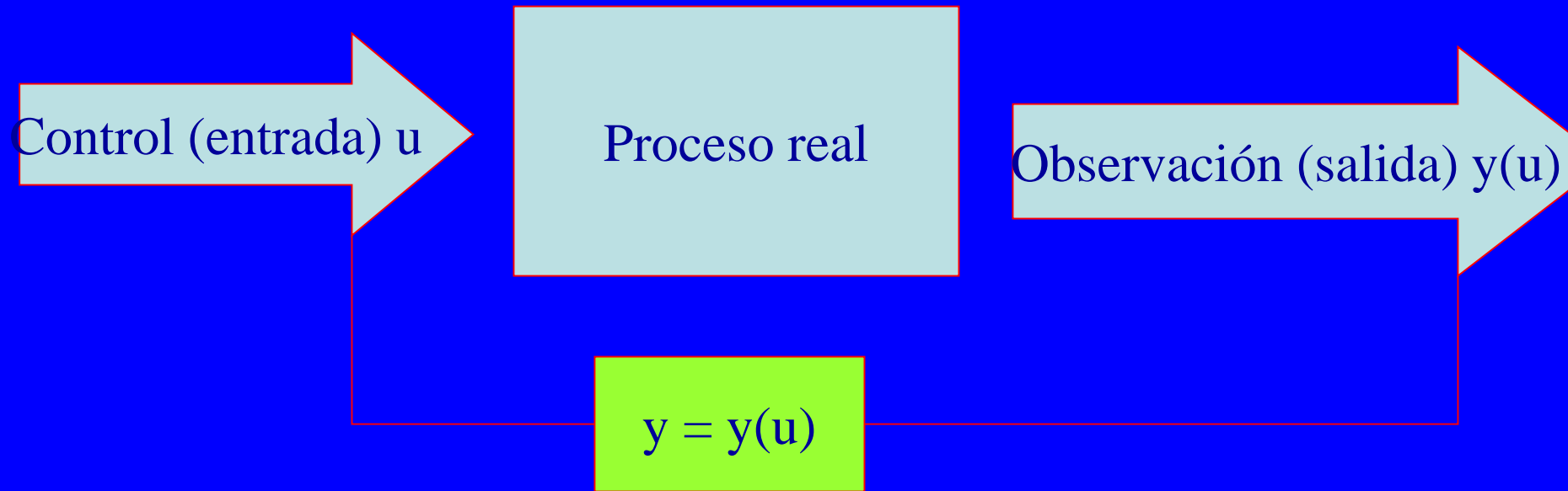
### El alcalde de Moscú ordenó quitar las nubes

1972: Cambridge, EE.UU.

# Necesidad de actuar



# Teoría de Control: planteamiento general

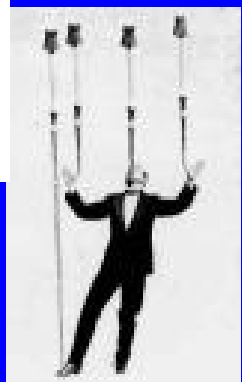
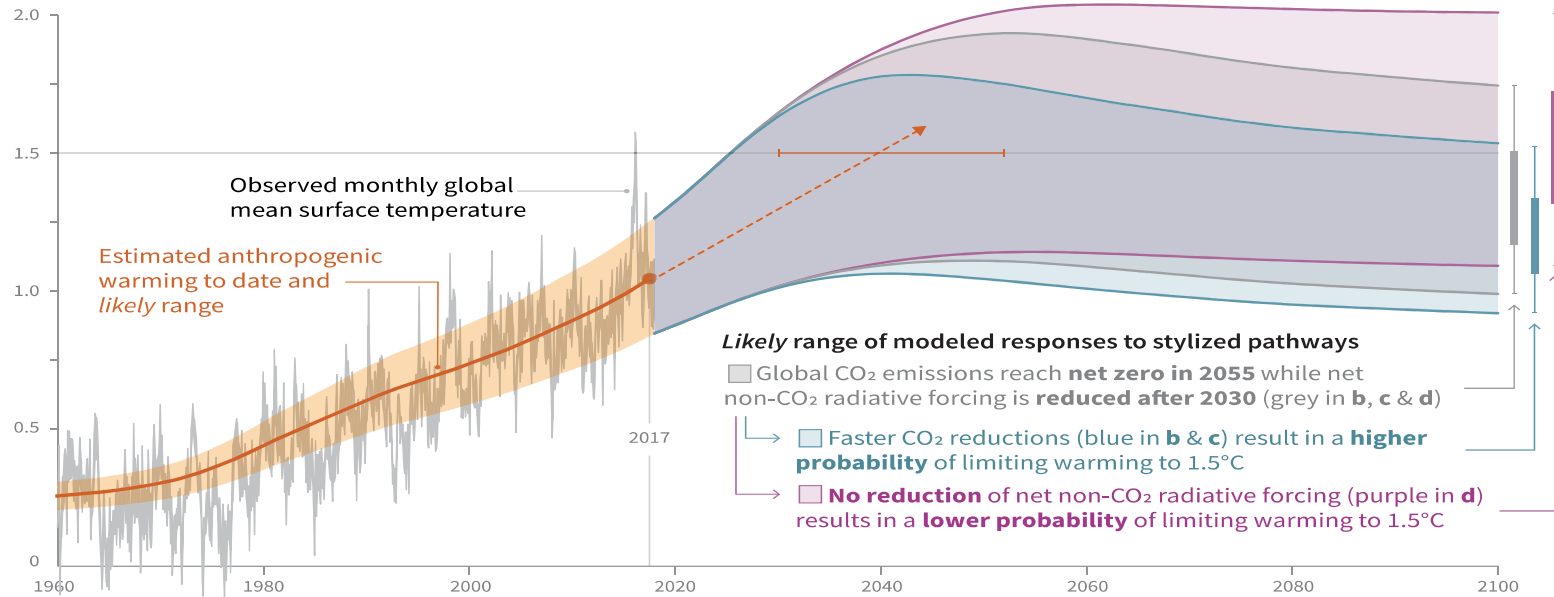


Objetivo: Encontrar el control  $u$  para que la observación  $y(u)$  lleve el estado lo mas cerca posible de un estado deseado (*Controlabilidad*) y de la manera más “barata posible” (*Control óptimo*).

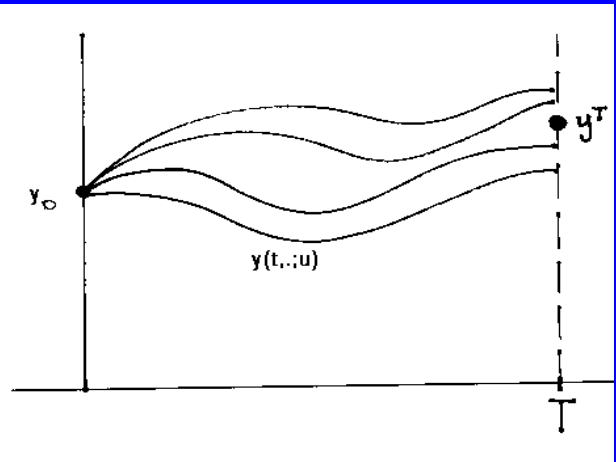
**La componente económica.** Cumbres Mundiales.  
Teoría de juegos, Stakelberb (líder y seguidores),...

# a) Observed global temperature change and modeled responses to stylized anthropogenic emission and forcing pathways

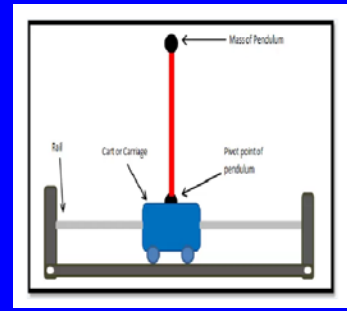
Global warming relative to 1850-1900 (°C)



## \* Control matemático (borderar lo imposible):

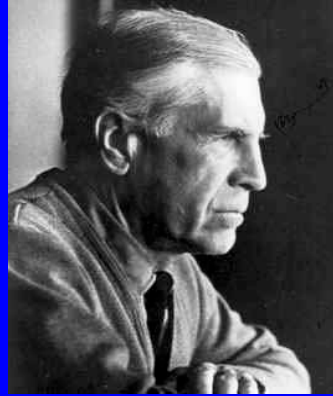


Estabilización de estados inestables por autoregulación



Estudios matemáticos independientes de su posible realización material.  
**Infinidad de aplicaciones**

Lev Semenovich **Pontryagin**  
(1908 – 1988)

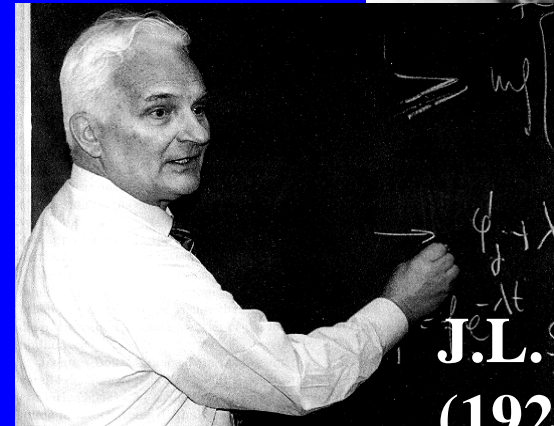


Richard Ernest **Bellman**  
(1920–1984)

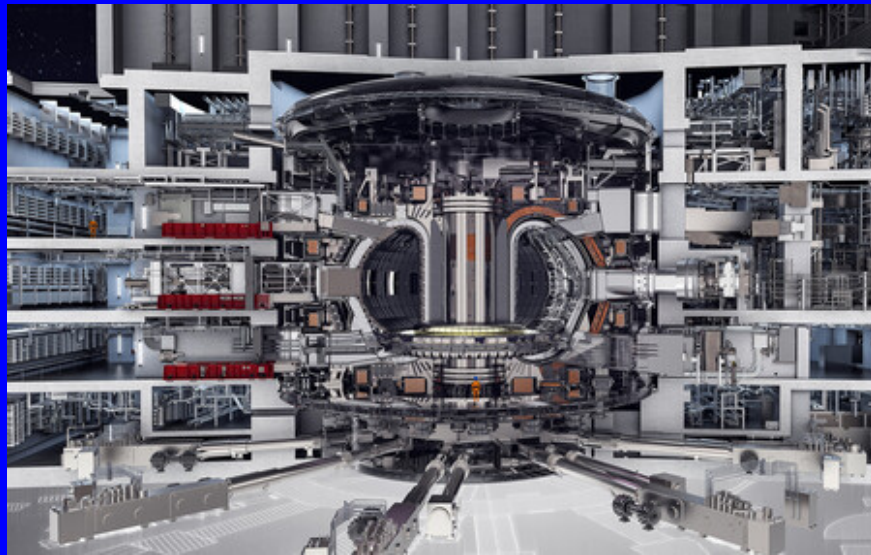


Rudolf Emil **Kalman**  
(1930-2016)

Filtro de Kalman  
Indispensable para la navegación aérea



J.L. **Lions**  
(1928-2001)



Fusión (sin peligro de radiactividad)

ITER Cadarache (Francia).

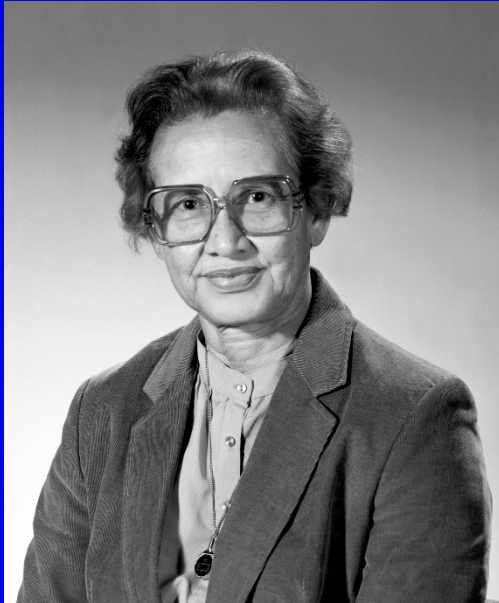
Unión Europea, Japón, Estados Unidos, Corea del Sur, India, Rusia y China (2006)

Operacional en 2025

Control del confinamiento (magnético) del  
plasma a 200 millones de grados



## Katherine Johnson (1919-2020)



Calculó, en 1961, la trayectoria del primer viaje a la luna en 1969.

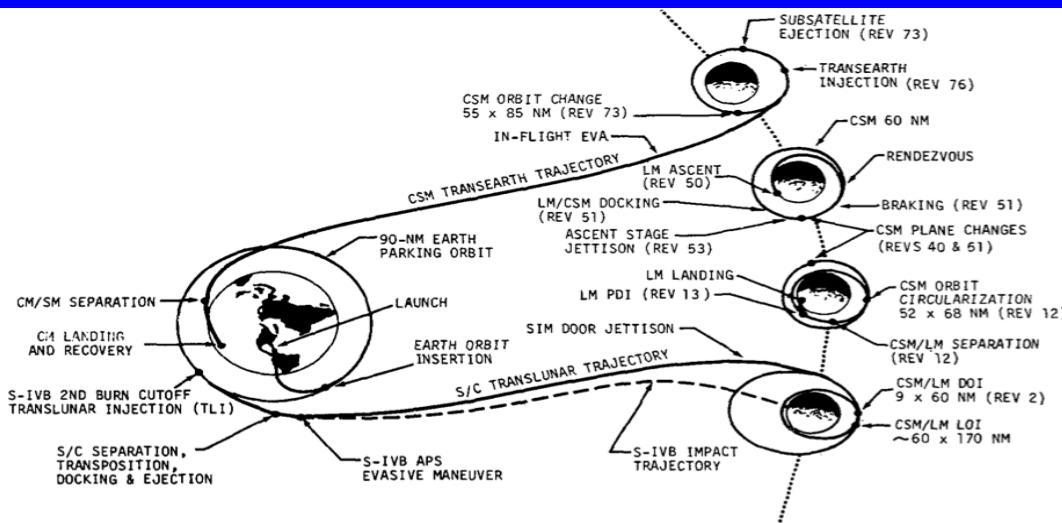
## Cálculo de las Orbitas de transferencia, en 1925, por Hohmann



Walter Hohmann (1880-1945)

## Técnicas de Control aplicadas en el Apollo XIII

J.S. Meditch, *On the problem of optimal thrust programming for a Lunar soft landing*, IEEE Transactions on Automatic Control (1964).

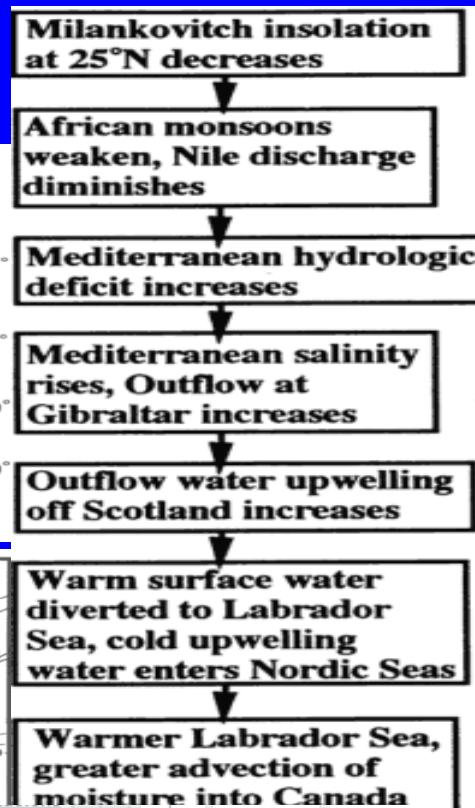
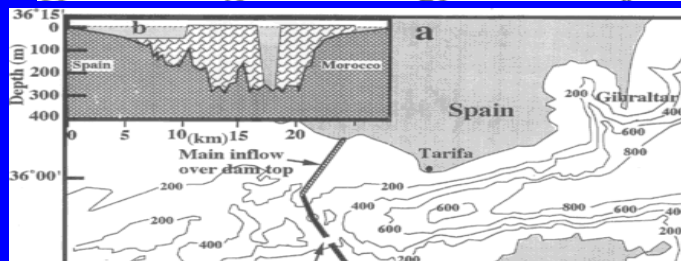
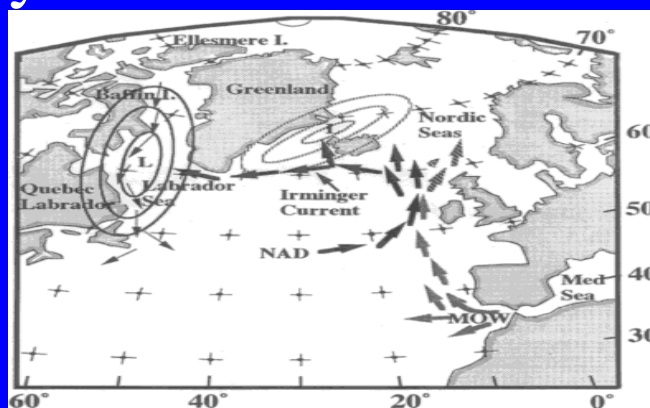


# Acciones globales

## Geoingeniería: Muy controvertido

R.G. Thomson

American Geophysical Union, 1997



EL PAÍS.COM | Sociedad Jueves, 15/11/2007, 00:26 h

Inicio Internacional España Deportes Economía Tecnología Cultura Gente y TV **Sociedad** Opinión Blogs Participa  buscar

El Viajero | EPS | Domingo | Salud | Futuro | Educación

**AVANCE** Consulta en PDF la portada de EL PAÍS, edición nacional, del jueves 15 de noviembre

ELPAIS.com > Sociedad 16 de 16 en Sociedad < anterior siguiente >

## Repulsa mundial a un intento de sembrar de hierro el océano

Una empresa de EE UU pretende fertilizar el agua marina para absorber CO<sub>2</sub>

MARÍA JOSÉ VIÑAS - Santa Cruz - 14/11/2007

Una excepción de actuación a escala macroscópica (con otros propósitos) : Canal de Suez

C. S. Montesino (1817-1901) ROMPIMIENTO DEL ISTMO DE SUEZ (1857)

## Componente económica:

**William D. Nordhaus**  
(1941-)

Premio Nobel de Economía de 2018.  
Premio Fundación BBVA Fronteras del  
Conocimiento, 2017 en Cambio Climático.



## Tasas CO2 (GHGs)

Modelo “Dynamic Integrated climate  
economy” DICE

Nordhaus W. D. (nov. 1992). «An Optimal  
Transition Path for Controlling Greenhouse  
Gases»; *Science* 258, 1315-1319.

## Control como suma de pequeñas acciones: Homogeneización

“*Piensa globalmente y actúa localmente*”

¿Es posible ofrecer un resultado matemático  
mostrando la eficiencia de una infinitud de acciones  
locales de pequeña magnitud?



Control del comportamiento a escala macroscópica mediante la  
actuación de controles (forma de partículas) a escala microscópica

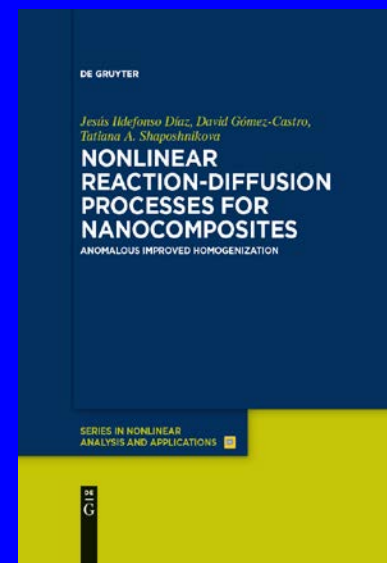
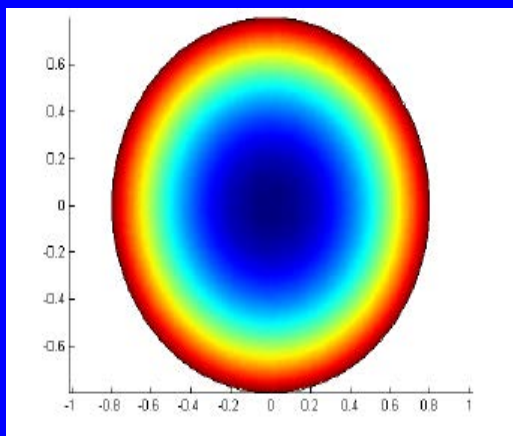
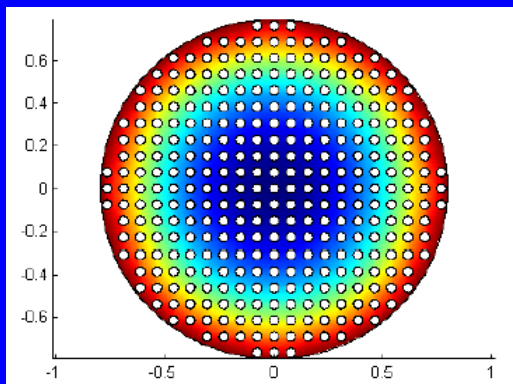
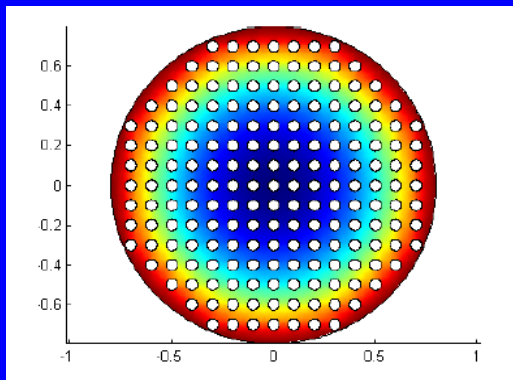
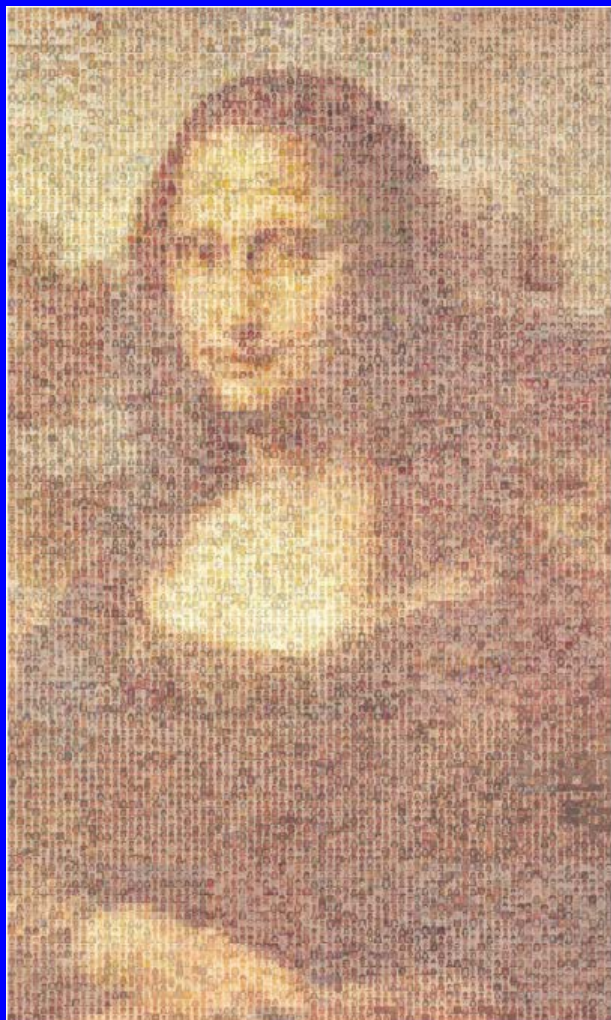
**Respuesta:**

**!!! Si !!!**

(vía la Teoría de la **Homogeneización**)

De hecho, esa estrategia permite evitar el  
fenómeno de “obstrucción” debido a la  
radiación Stefan-Boltzmann que aparece si los  
controles son globales





*Gioconda Sapiens: el Rostro de la Humanidad.*

Museo del Hombre, Domus, A Coruña

*Tan solo un resultado matemático,  
pero con significación relevante*

# Un progreso muy reciente:

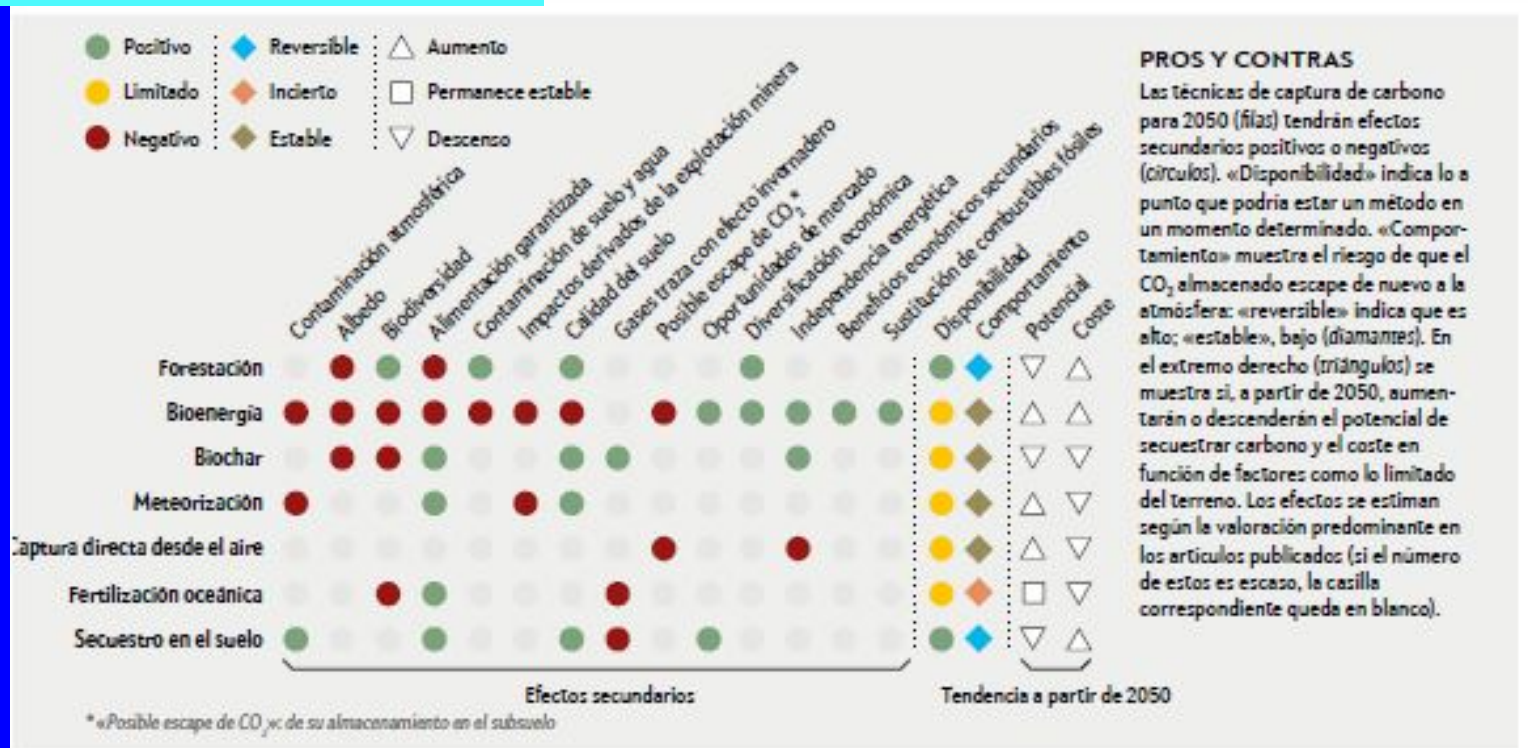


von Neumann: Can We Survive Technology?, Fortune, 106-108, (1955): *Probably intervention in atmospheric and climate matters will come in a few decades, and will unfold on a scale difficult to imagine at present.*

Actuación sobre el clima **variando artificialmente el albedo** (sobre el exterior de casquetes polares).

Actualmente, gracias a la teoría de **“sparse controls”** se puede estimar la localización de la **mejor zona de influencia** dependiente del funcional de coste (no es según indicaba von Neumann).

## Principio de precaución





No hay un planeta B

**Gracias por su atención**