

# Modelos no lineales sencillos para entender algunos efectos de acoplamiento en climatología y oceanografía

J. I. Díaz

September 8, 2008

Las notas que acompañan a esta conferencia se refieren a dos trabajos recientes del autor y colaboradores ([2], [5]) relacionados con el motivo de la charla.

En el primero de ellos ([2]) se ofrece un tratamiento numérico de un modelo climático de balance de energía (EBM) que completa el análisis matemático de ese tipo de modelos realizado en [7] (véase también [3]). El modelo de evolución está constituido por una ecuación de tipo parabólico con un término de segundo orden simulando la difusión y otros dos de orden cero que representan las "reacciones" tanto de tipo forzativo (el co-albedo) como de tipo disipativo (la emisión de calor por parte del propio planeta).

El segundo artículo ([5]) contiene un estudio del diagrama de bifurcación para las soluciones de problemas con una estructura general pero muy semejante al climático: una ecuación cuasilineal unidimensional en el que aparece el acoplamiento entre el término de segundo orden, simulando la difusión, y otros dos de orden cero, que representan las "reacciones" tanto de tipo forzativo como de tipo disipativo (y que en este trabajo abarcan los casos de funciones posiblemente singulares). El trabajo completa y extiende los resultados previos obtenidos en [4]. Señalemos que resultados de bifurcación (esta vez en forma de S) de los estados de equilibrio para el caso concreto del modelo climático de balance de energía (en función de la constante solar tomada como parámetro) fueron obtenidos en [6] y [1].

En una última parte de la charla se mostrará como diagramas de bifurcación en forma de S aparecen también en el estudio de estados estacionarios asociados a la circulación termohalina en función de cambios en el ciclo hidrológico. Para ello se introducirá un modelo sencillo, que extiende modelos oceánicos simplificados debidos a H. Stommel y otros, para el cual es posible mostrar rigurosamente la estructura en forma de S del diagrama de bifurcación (resultados de ese tipo pero puramente numéricos fueron obtenidos en el famoso trabajo [9]).

## References

- [1] D. Arcoya, J. I. Díaz, L. Tello, S-Shaped bifurcation branch in a quasilinear multivalued model arising in Climatology, *Journal of Differential Equations*, **149**, 215-225, 1998.
- [2] R. Bermejo, J. Carpio, J.I. Díaz, P. Galán de Sastre, A finite element algorithm of a nonlinear diffusive climate energy balance model. Aparecerá en *Pure and Applied Geophysics*, PAGEOPH.
- [3] R. Bermejo, J. Carpio, J.I. Díaz, L. Tello, Mathematical and Numerical Análisis of a Nonlinear Diffusive Climate Energy Balance Model. Aparecerá en *Mathematical and Computer Modelling*, 2008.
- [4] J. I. Díaz, J. Hernández, Global bifurcation and continua of nonnegative solutions for a quasilinear elliptic problem, *Comptes Rendus Acad. Sci. Paris*, **329**, Série I, 587-592, 1999
- [5] J. I. Díaz, J. Hernández and F.J. Mancebo, Branches of positive and free boundary solutions for some singular quasilinear elliptic problems. Aparecerá en *Journal of Applied Mathematics and Applications*, (número especial sobre problemas no lineales singulares).
- [6] J. I. Díaz, J. Hernandez, L. Tello, On the multiplicity of equilibrium solutions to a nonlinear diffusion equation on a manifold arising in Climatology, *Journal Mathematical Analysis and Applications*, **216**, 593-613, 1997
- [7] J.I. Díaz and L. Tello, A nonlinear parabolic problem on a Riemannian manifold without boundary arising in Climatology, *Collectanea Mathematica* **50**,1 (1999), 19-51.
- [8] J. I. Díaz, L. Tello, Infinitely many stationary solutions for a simple climate model via a shooting method, *Mathematical Methods in the Applied Sciences*, **25**, 327-334, 2002.
- [9] S. Rahmstorf, Bifurcations of the Atlantic thermohaline circulation in response to changes in the hydrological cycle. *Nature* **378**, (1995) 145-149.