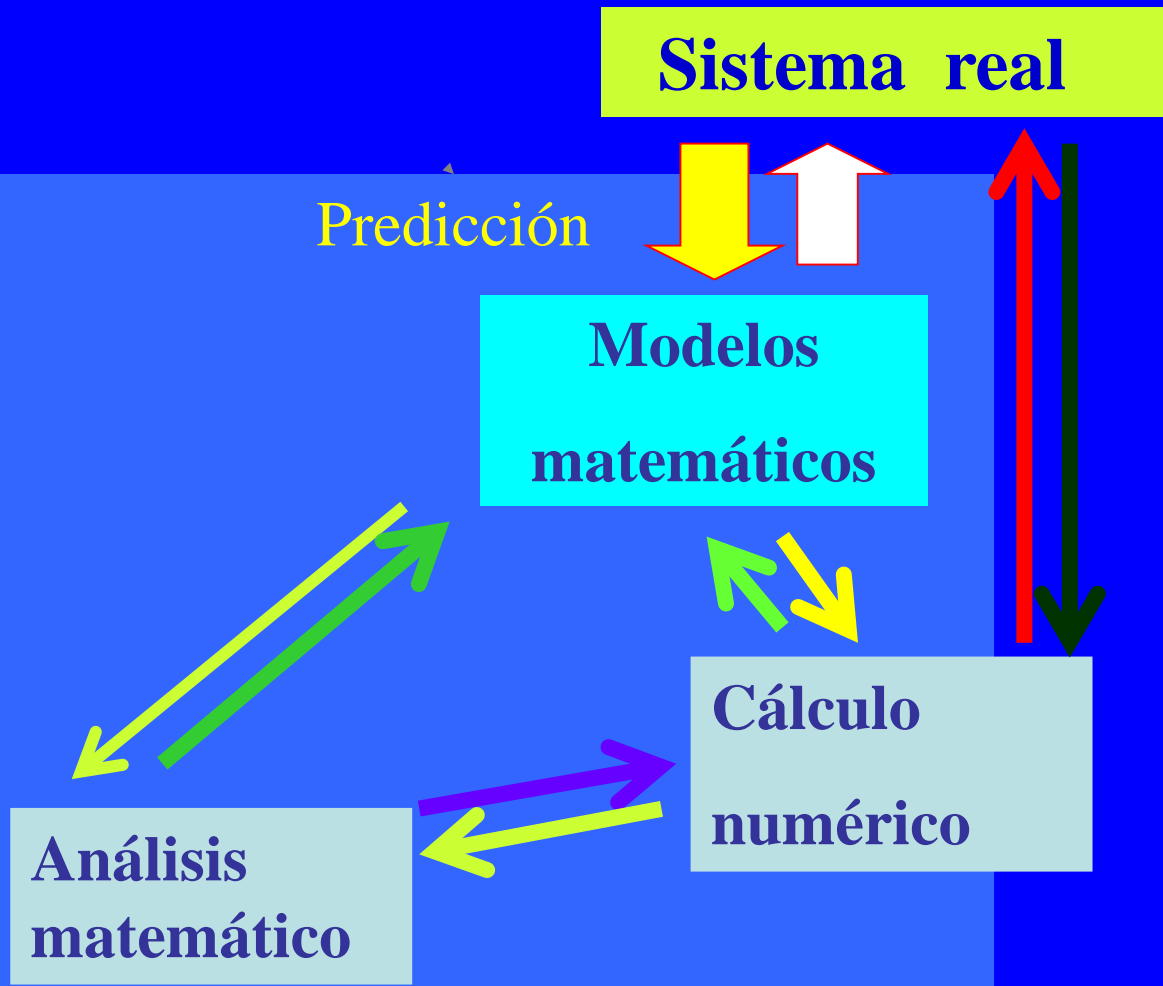
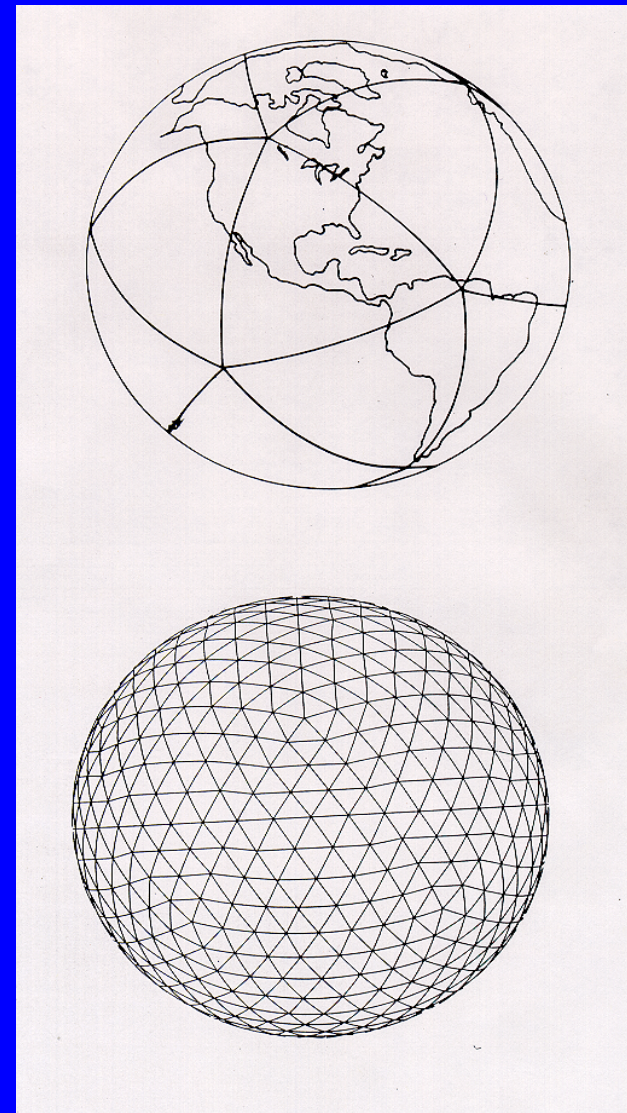
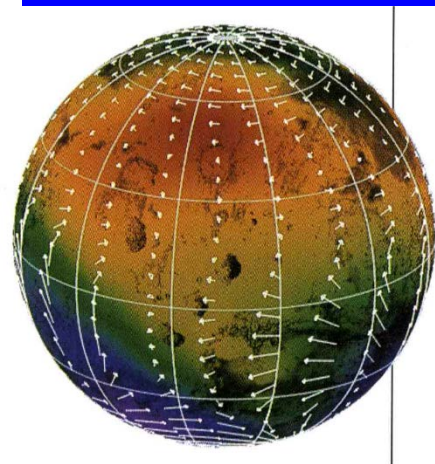
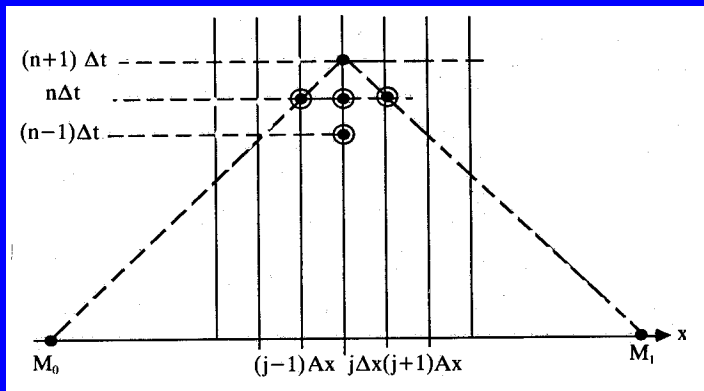
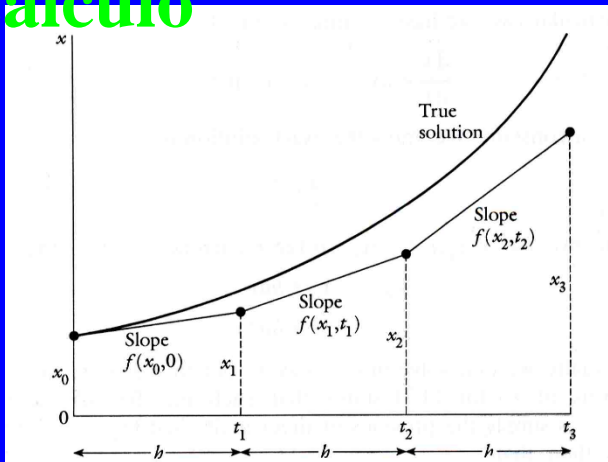


# La “Trilogía Universal” de la Matemática Aplicada



# Cálculo





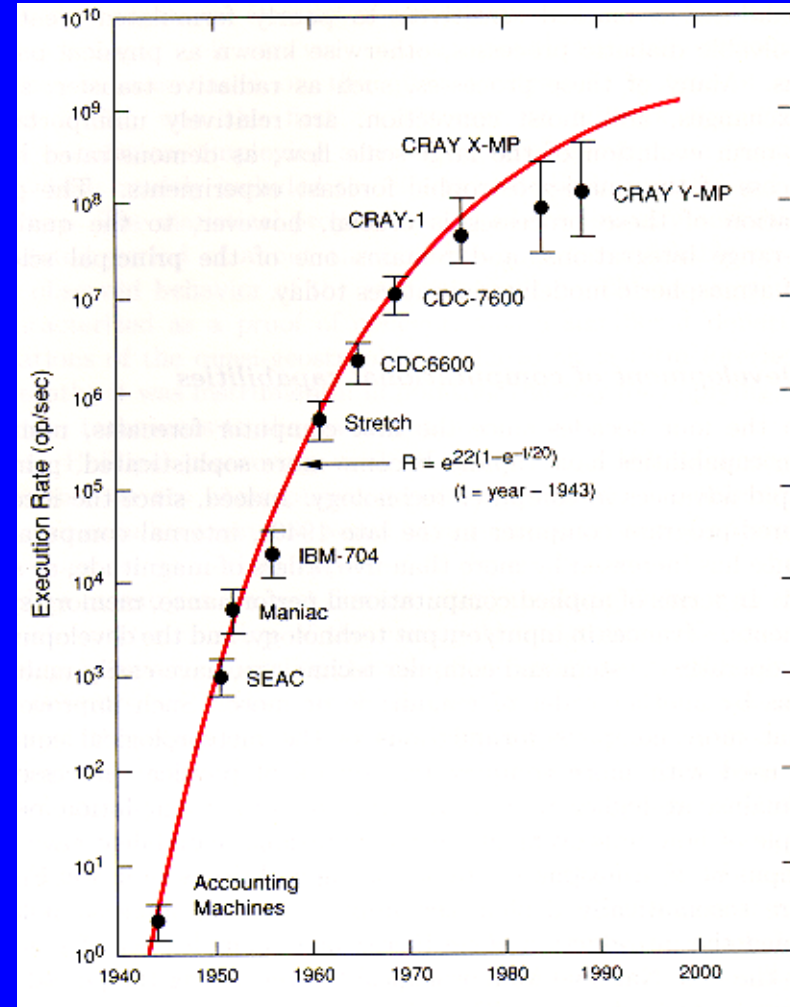
# Super-ordenadores: Cálculo paralelo.

Las 64.000 máquinas de  
Richardson



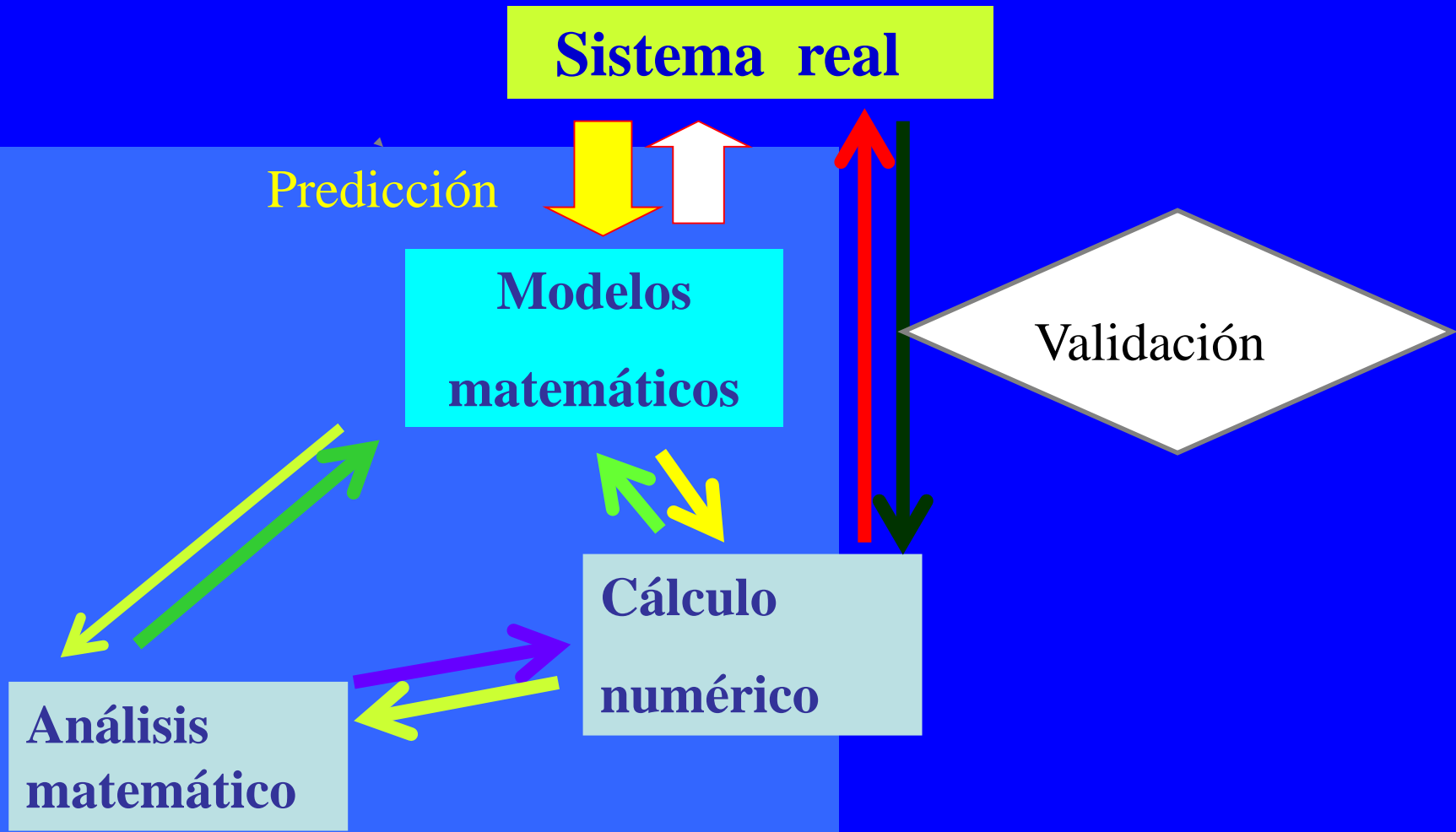
Lewis Fry Richardson

1881 - 1953

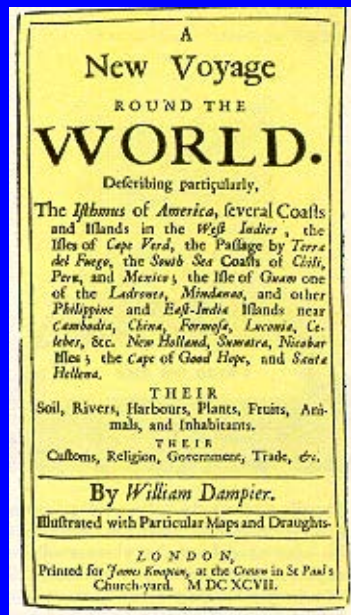


Ley de G.E. Moore (1965) : “La  
potencia de computación se duplica  
cada año”

# La “Trilogía Universal” de la Matemática Aplicada



# Validación: toma de datos, satélites



## Transmisión de datos: Francia 1863



Datos pioneros: 1697  
Capitan W. Dampier,

Edmund Halley (1686): Astrónomo, Circulación  
general de la atmósfera y convección térmica

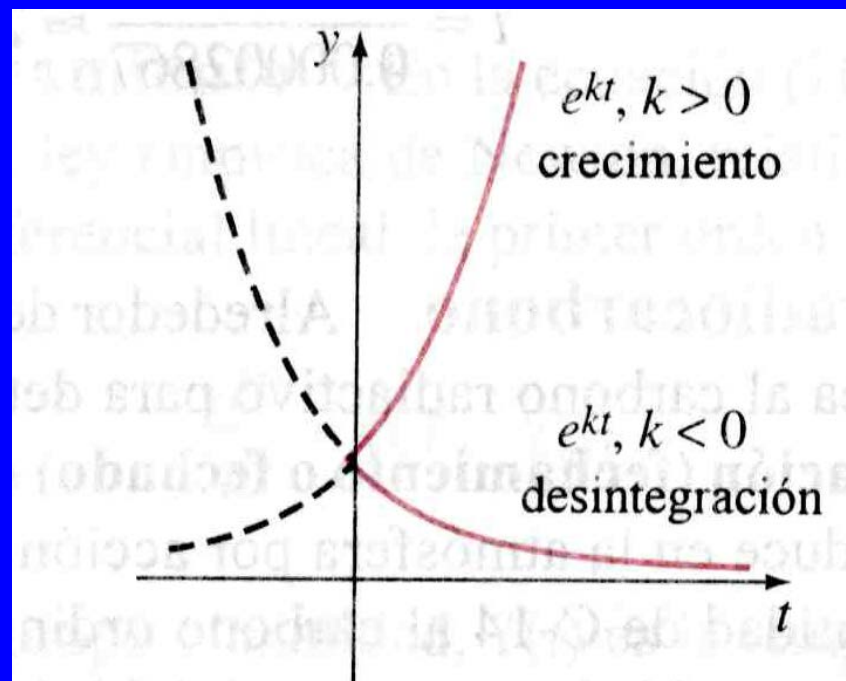


# Validación...

**Willard Frank Libby**  
**1947**

C14: 5.730 años de vida media

U 238: 4.500 millones de años  
de vida media







# Teoría de las Glaciaciones de Milankovitch (1879-1958)

irradiación solar en distintas latitudes a lo largo de las estaciones, cálculo de tablas de gran precisión.

estimaciones globales sobre la evolución de lo que él llamó *el clima matemático*

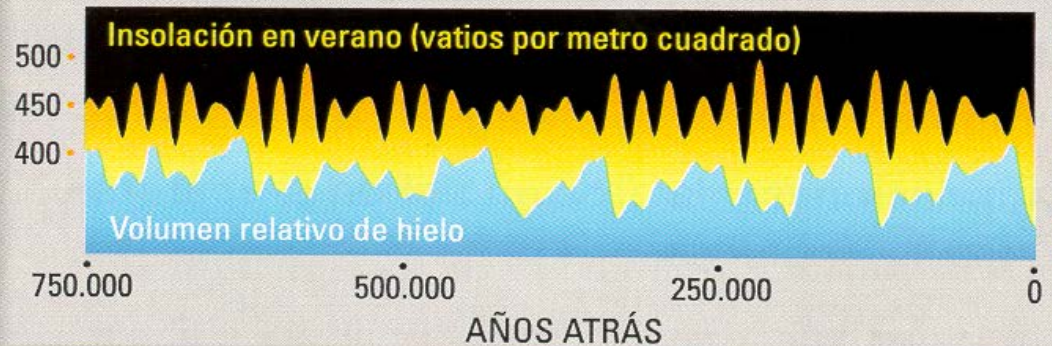
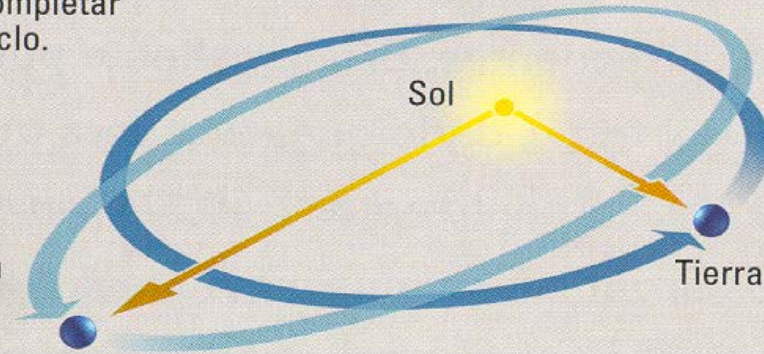
Trilogía

## CICLOS DE MILANKOVITCH



Una oscilación como de peonza del eje de la Tierra crea un ciclo de 23.000 años.

Las variaciones en la órbita de la Tierra alrededor del Sol siguen un ciclo de 100.000 años.



## 2.4. Modelos globales/locales:

### 2.4a. Modelos globales de Balance de Energía.

**Clima:** Estado promediado de la atmósfera observado como tiempo meteorológico sobre un periodo finito de tiempo a lo largo de los años (S.H. Schneider,1992)

$$u(x,t) = \frac{1}{2\tau |B(x)|} \int_{t-\tau}^{t+\tau} \int_{B(x)} T(y,s) dy ds$$

Predicción del tiempo  
meteorológico

Modelos climáticos

#### Pronóstico

Modelos realistas

Métodos computacionales

#### Diagnóstico

Modelos simplificados

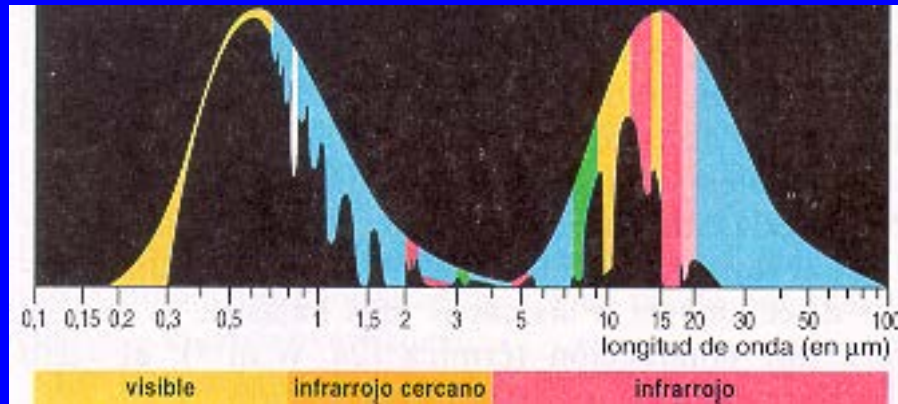
Métodos cualitativos

# Balance de radiación de energía

S. Arrhenius (1896), ...

W.D. Sellers(1969),

M.I. Budyko (1969),....



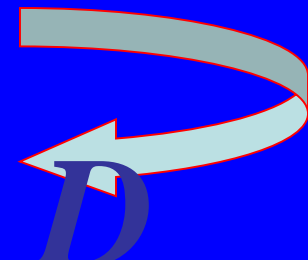
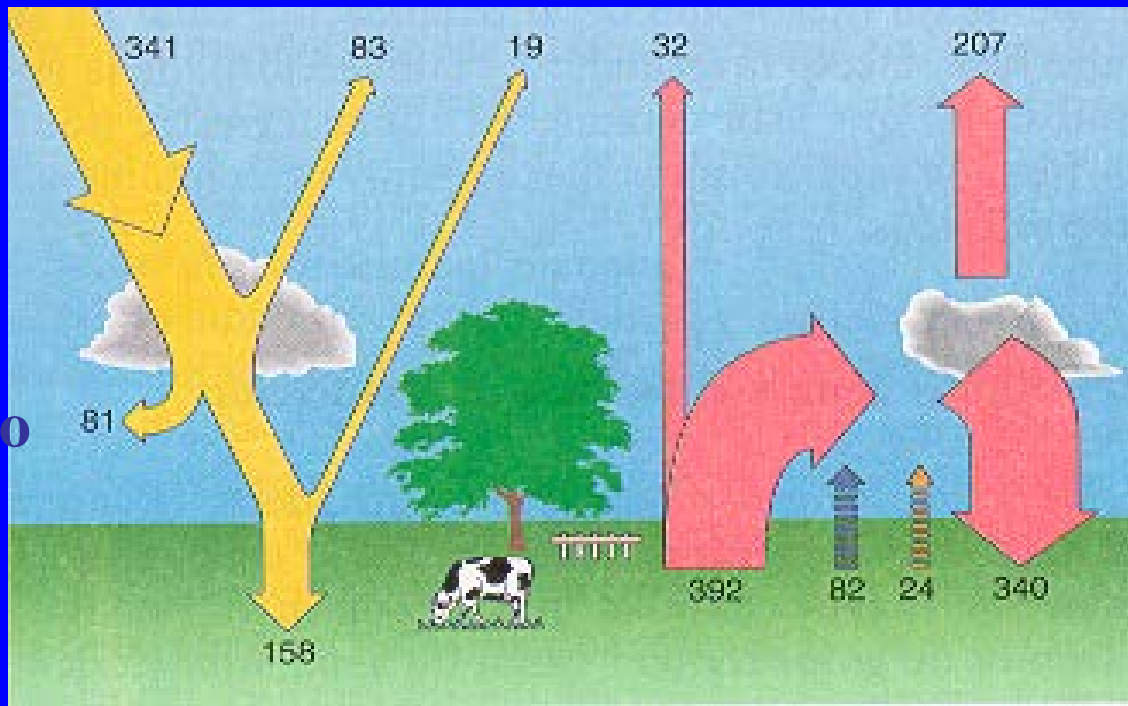
$$c \frac{\partial u}{\partial t} = R_a - R_e +$$

$R_a$

$R_e$

Albedo

Efecto invernadero





# Leyes de estado

$$R_a = QS(x)\beta(u)$$

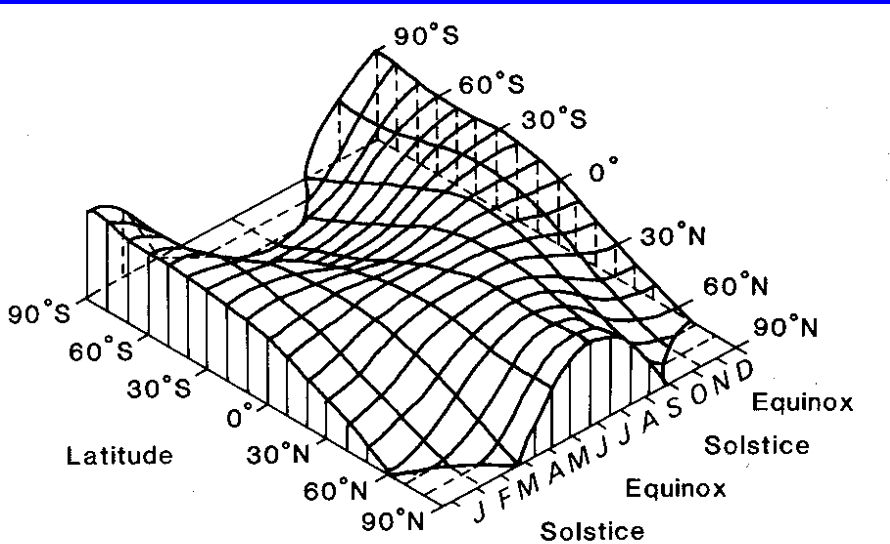
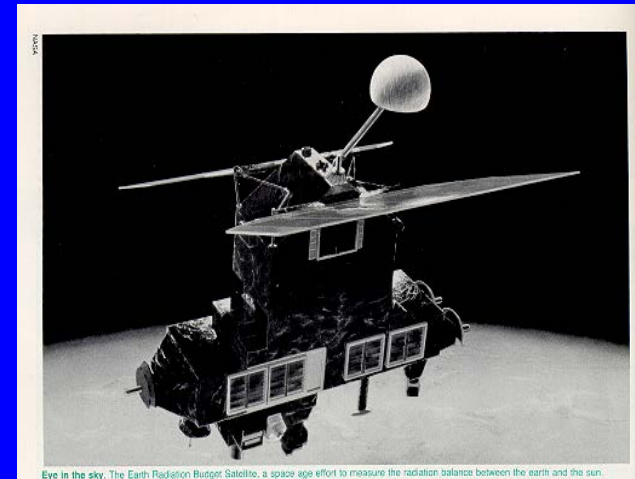


Fig. 2.8. The variation of insolation (at the top of the atmosphere) as a function of

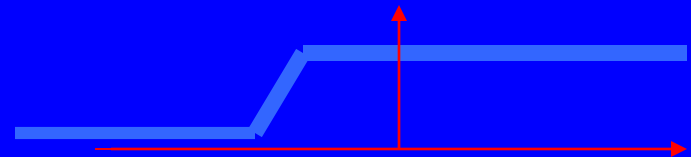
$$\beta(u) = (1 - a(u)) \text{ coalbedo}$$

$$\beta(u) = \begin{cases} 0.38 & \text{si } u \ll -10 \\ 0.71 & \text{si } u \gg -10 \end{cases}$$

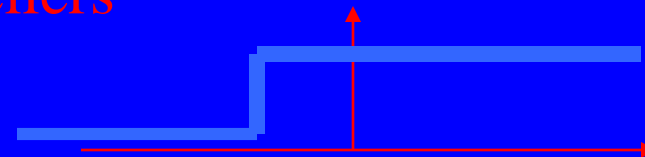
24/08/2023



## Earth Radiation Budget Satellite



Sellers



Budyko  $u = -10^\circ$

J.I. Díaz



$R_e = \sigma u^4$  Ley de Stefan-Boltzman    Sellers

$R_e = A + Bu$  Ley de enfriamiento de Newton    Budyko

Relación empírica, Depende de gases de invernadero, cambios antropogénicos,... (variables internas)

## Sobre el operador de difusión $D$

### Jerarquía

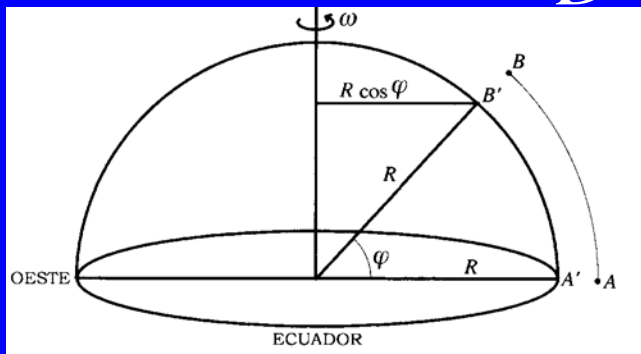
Modelo 0-dimensional  $D=0$

$$c \frac{du}{dt} = Q\beta(u) - R_e(u)$$

Modelo 1-dimensional

$$D = \frac{1}{\cos \varphi} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left( k \cos \varphi \frac{\partial u}{\partial \varphi} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left( k(1-x^2) \frac{\partial u}{\partial x} \right)$$

$$x = \cos \varphi$$



# Difusión bidimensional

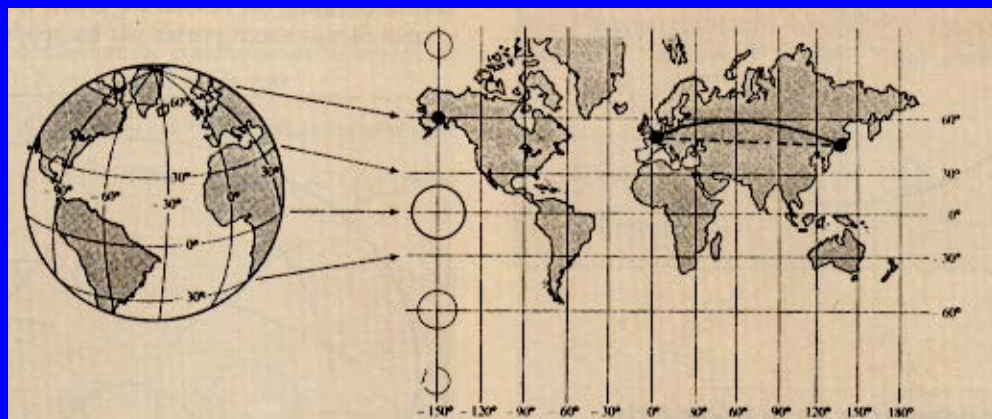
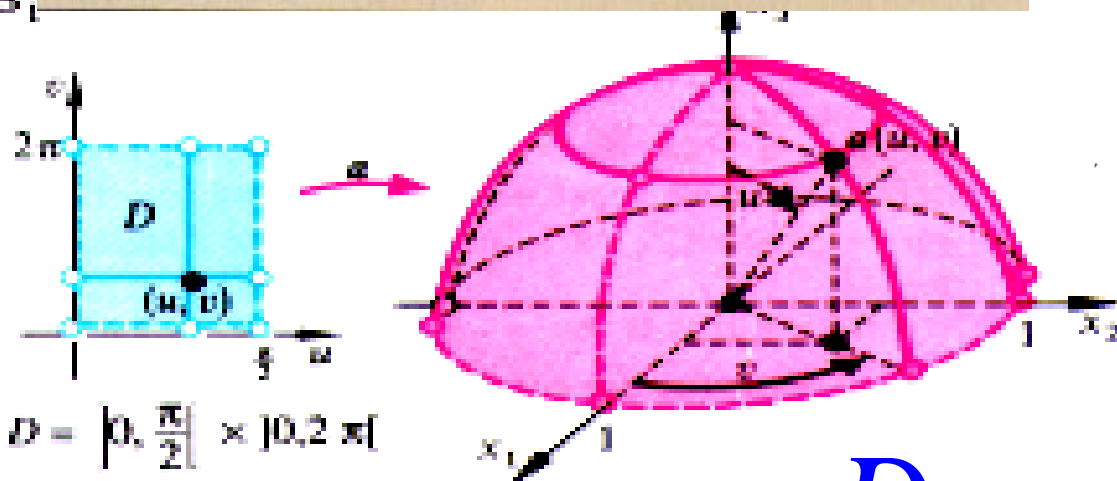
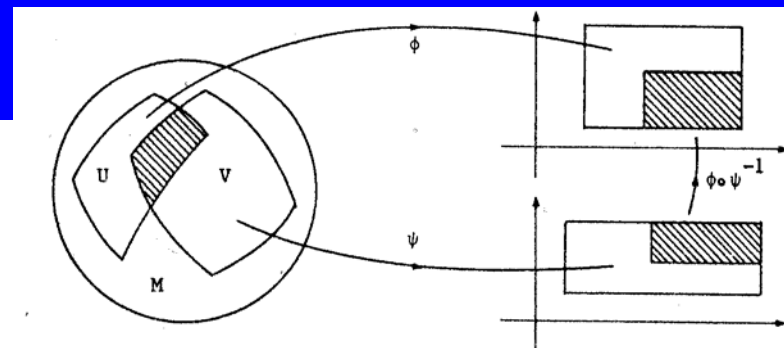
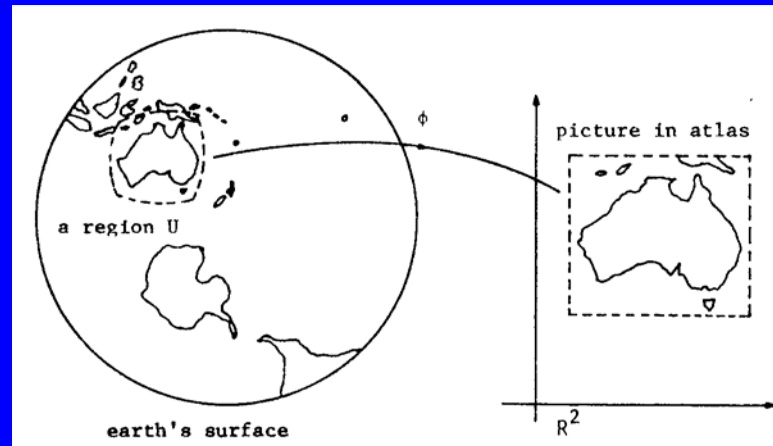


Figure 10 Projection de Mercator :  $(\varphi, \theta) \rightarrow (u = \varphi, v = \log(\tan(\frac{\theta}{2} + \frac{\pi}{4})))$



$$D = \left] 0, \frac{\pi}{2} \right[ \times \left] 0, 2\pi \right[$$

$\alpha : D \rightarrow \mathbb{R}^3$  déf. par  $(u, v) \mapsto \alpha$

$$\alpha(u, v) = \begin{pmatrix} \sin u \cos v \\ \sin u \sin v \\ \cos u \end{pmatrix}$$

$$D = \operatorname{div}(k(x) \nabla u)$$



$$c \frac{\partial u}{\partial t} = Q\beta(u) + R_e(x, u) + \text{div}(k(x)\nabla u)$$

$$u(x, t_0) = u_0(x)$$

# Modelos estocásticos : Volcanes



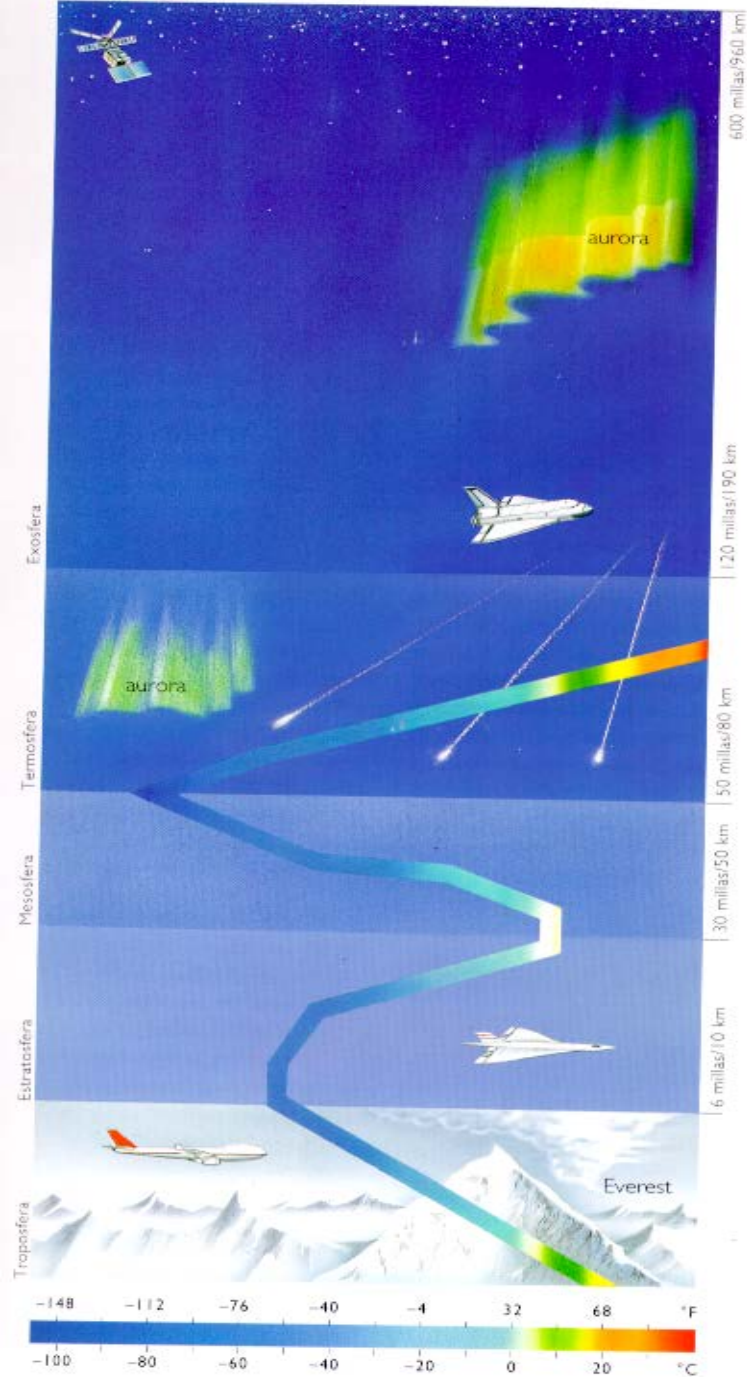
FUENTE: USGS Y SERVICIO GEOLOGICO DE CANADA  
DISEÑO DE C. INLICH MORSER

$R_e(x, u)$

**Término estocástico (Ruido blanco)**

**Cahalan-North, 1982**

## 2.4.b. Modelos radiativos-convectivos



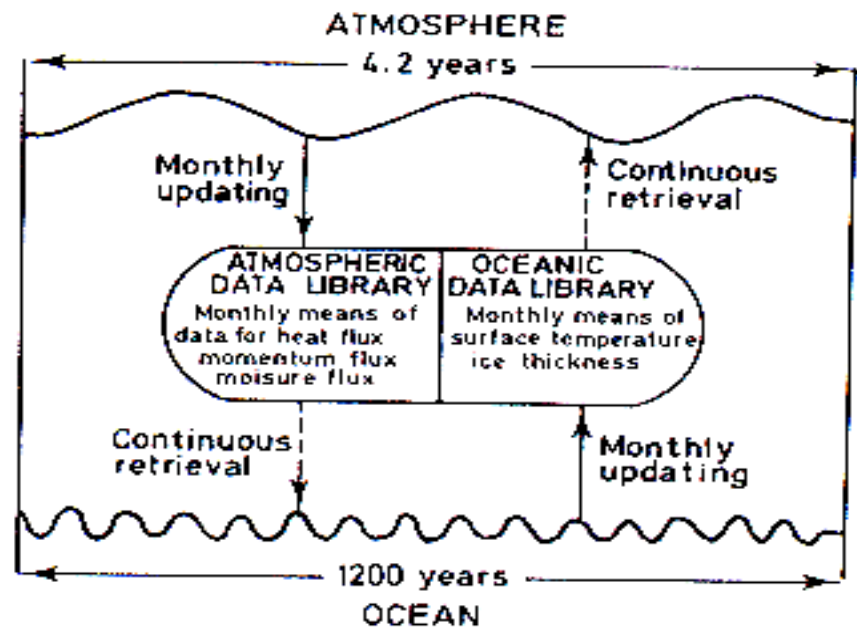
$$\frac{\partial F^{\uparrow}}{\partial z} = -k\rho(F^{\uparrow} - \pi\sigma T^4)$$

$$\frac{\partial F^{\downarrow}}{\partial z} = -k\rho(F^{\downarrow} - \pi\sigma T^4)$$

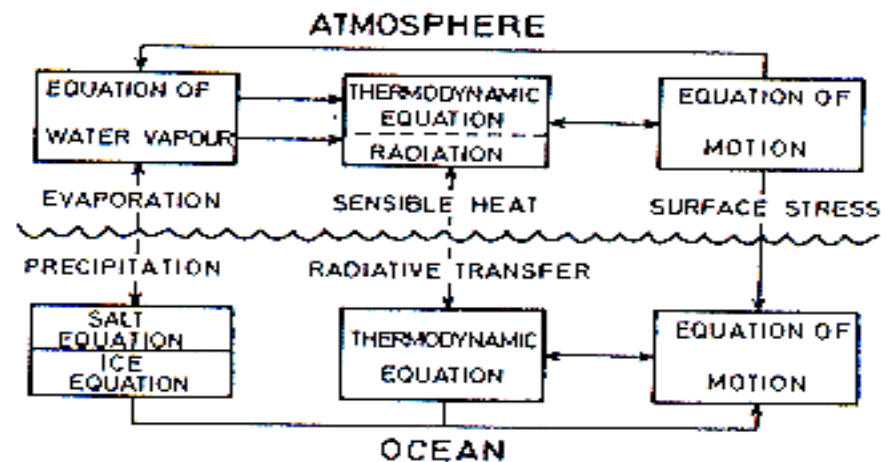
$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial z}(F^{\uparrow} - F^{\downarrow})$$

# Acoplamiento

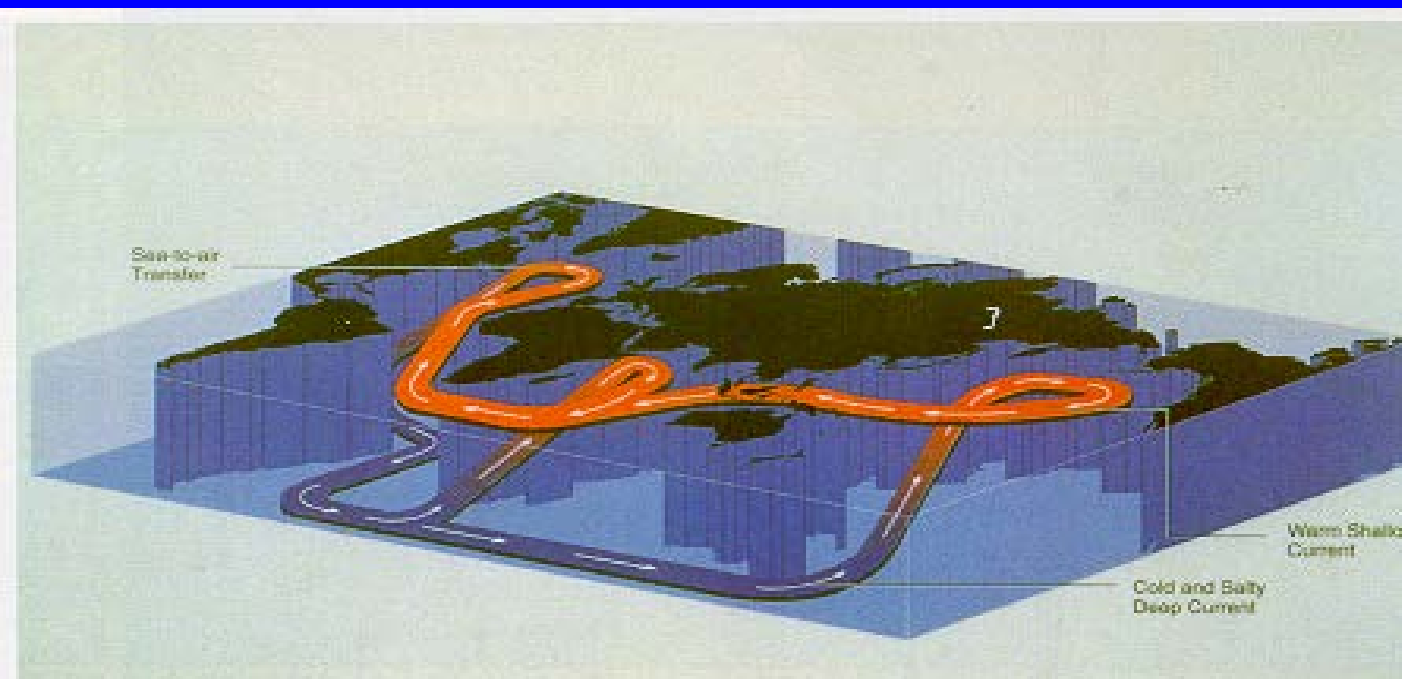
(a)



(b)







$$\frac{dT}{dt} = c(T - T)$$

$$\frac{dS}{dt} = d(S - S)$$

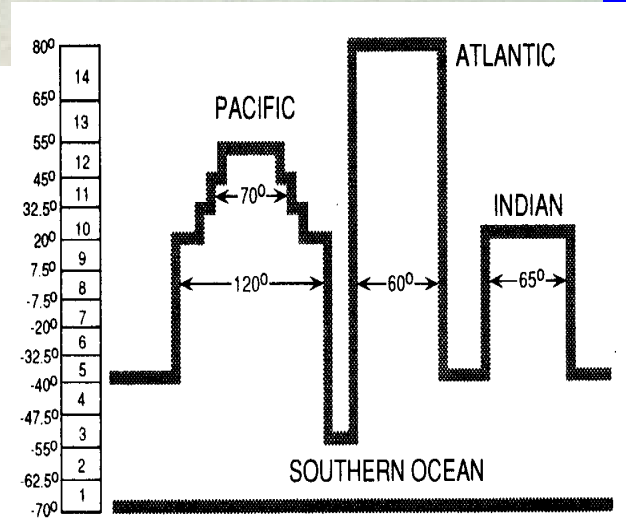
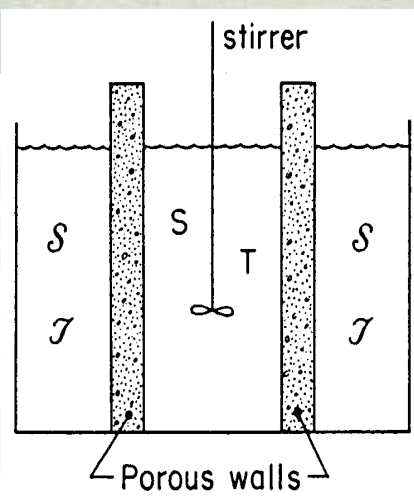


Figure 7. Idealized model representation of the global ocean. The Pacific

Broecker-Denton(1989)

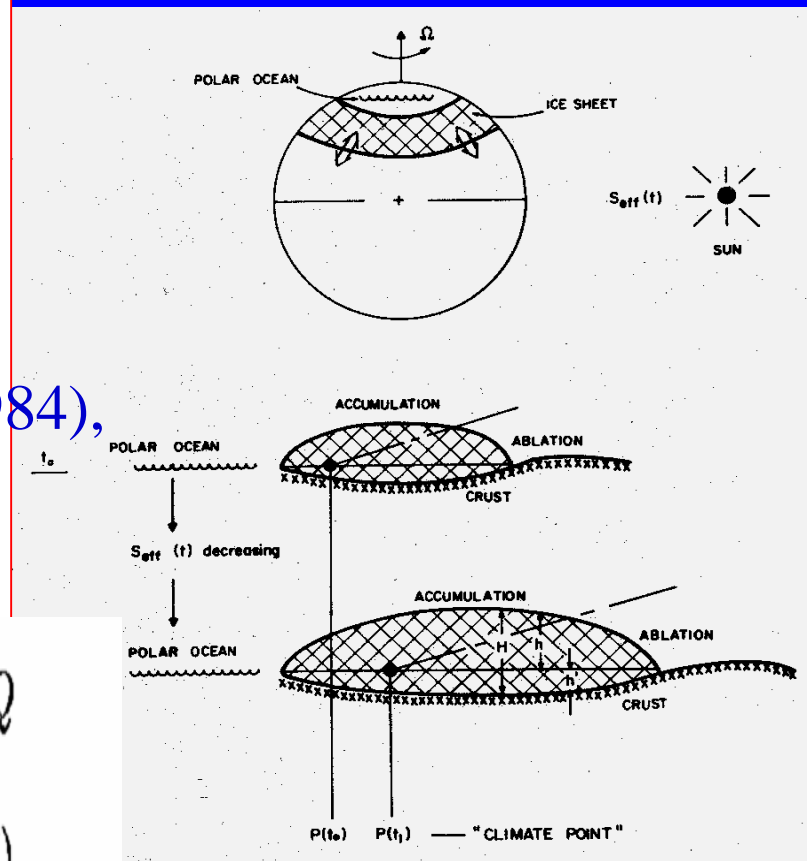
Stommel (1961)

Rahmstorf (1995)

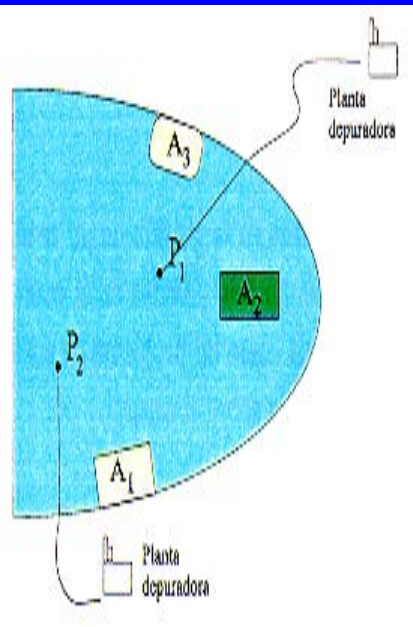
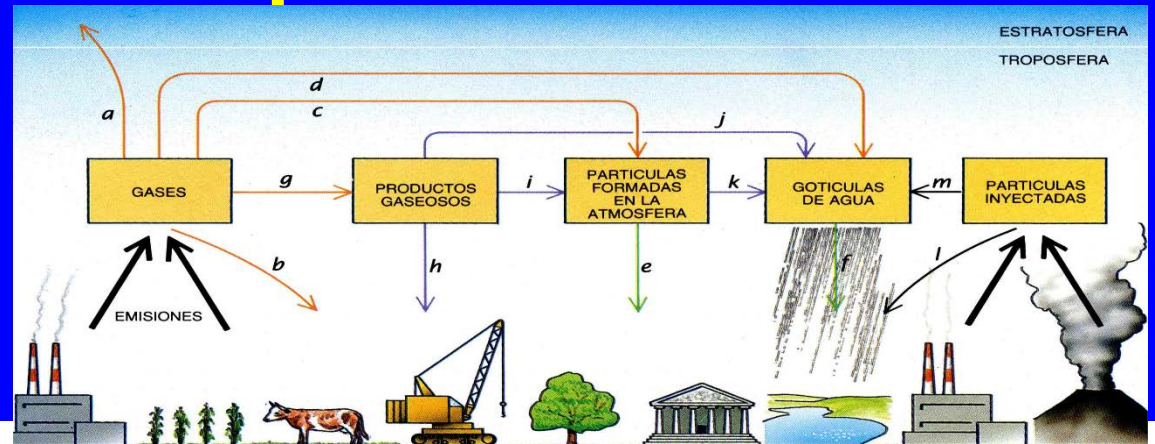
# Crisofera: Modelos escalares de casquetes polares

Hutter (1983), Fowler (1992),  
 Díaz-Schiavi (1995),  
 Calvo-Durany-Vazquez (2000)  
*Con ciclos de Insolación Solar*  
 Imbrie-Imbrie (1980), Pollard (1982),  
 Peltier-Hyde(1984), Watts-Hayder (1984),  
 Oerlemans (1980), Denton (1988),  
 Birchfield-Weertman (1978),...

$$\begin{cases} h_t = \left( h^{n+2} |h_x|^{n-1} h_x \right)_x + a(t, x) & \text{en } Q \\ h = 0 \text{ en } \{S_-(t)\} \cup \{S_+(t)\} & t \in (0, T) \\ h(0, x) = h_0(x) & \text{en } D \end{cases}$$



# Componentes bio-químicas



$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \vec{u} \nabla \rho_1 - \beta_1 \Delta \rho_1 = -\kappa_1 \rho_1 + \frac{1}{h} \sum_{j=1}^{NE} m_j \delta(x - P_j) \quad \text{en } \Omega \times (0, T)$$

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial \vec{n}} = 0 \quad \text{en } \Gamma \times (0, T)$$

$$\rho_1(x, 0) = 0 \quad \text{en } \Omega$$

$$\frac{\partial \rho_2}{\partial t} + \vec{u} \nabla \rho_2 - \beta_2 \Delta \rho_2 = -\kappa_1 \rho_1 + \frac{1}{h} \kappa_2 (d_s - \rho_2) \quad \text{en } \Omega \times (0, T)$$

$$\frac{\partial \rho_2}{\partial \vec{n}} = 0 \quad \text{en } \Gamma \times (0, T)$$

$$\rho_2(x, 0) = \rho_{20}(x) \quad \text{en } \Omega$$

(A. Bermúdez de Castro, C. Rodriguez,  
A. Martínez, C.E. Vázquez,..)



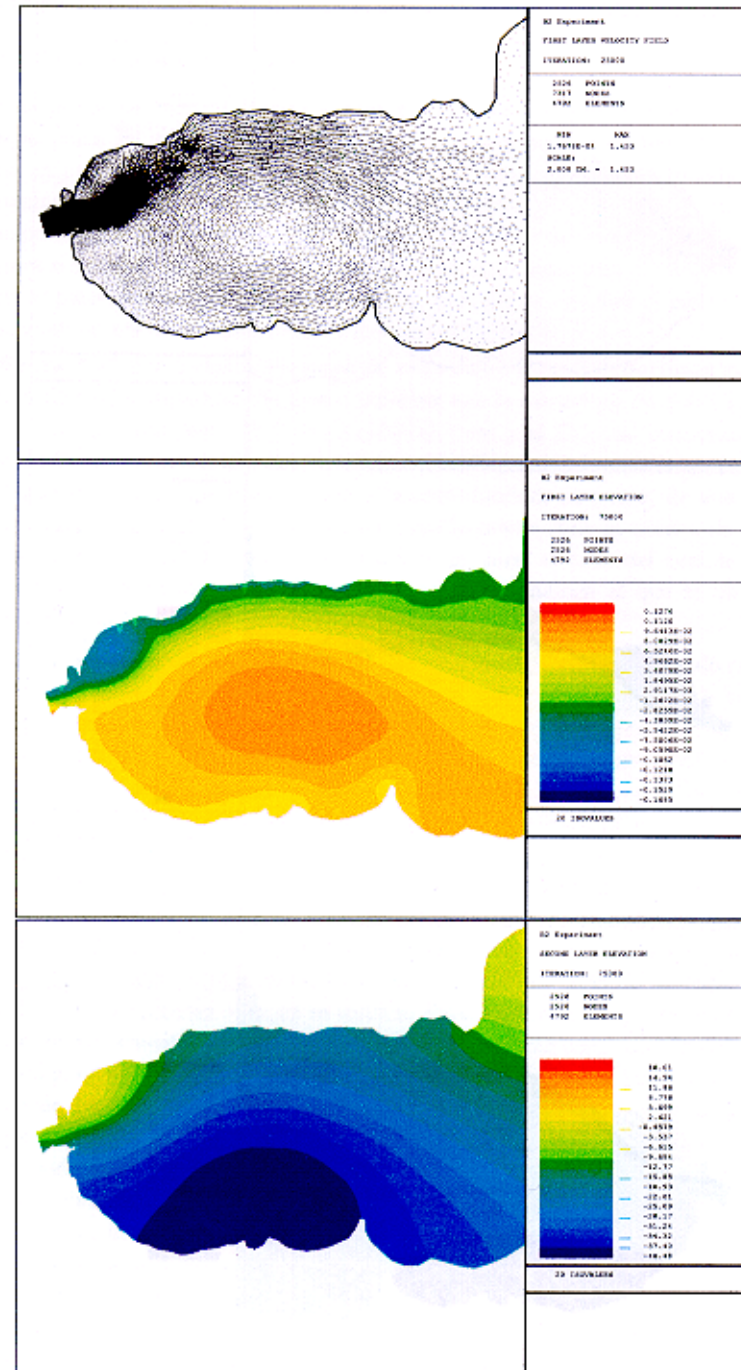
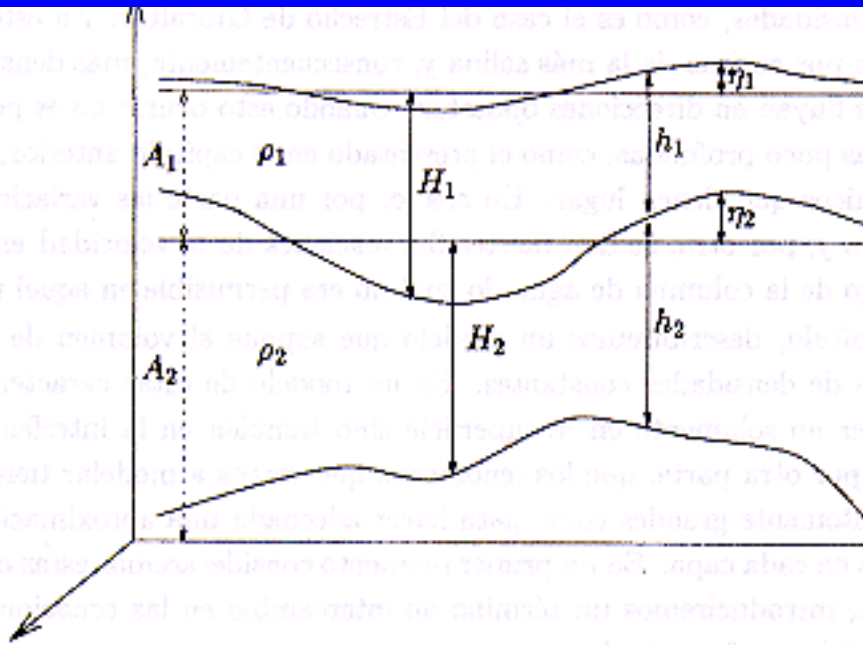
# Problemas locales

Mar de Alborán  
(Challenger, 1984)

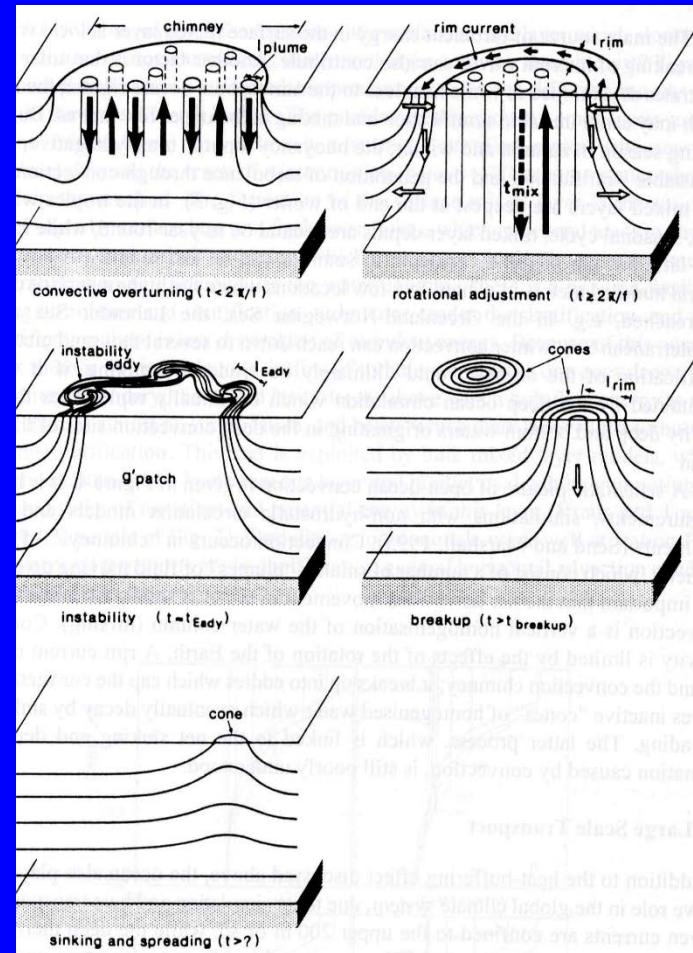
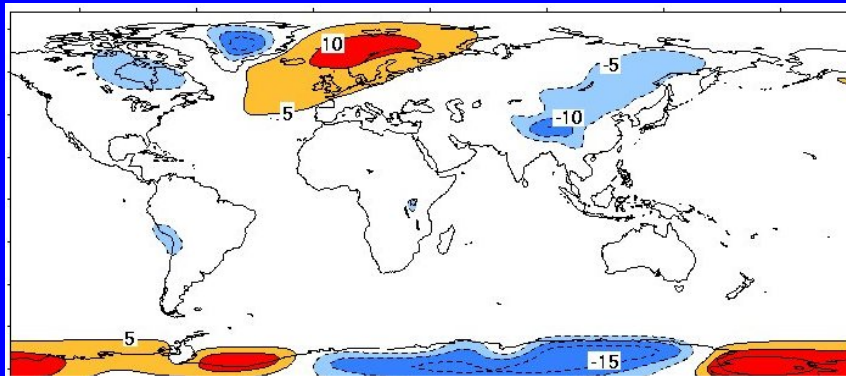
24/08/2023

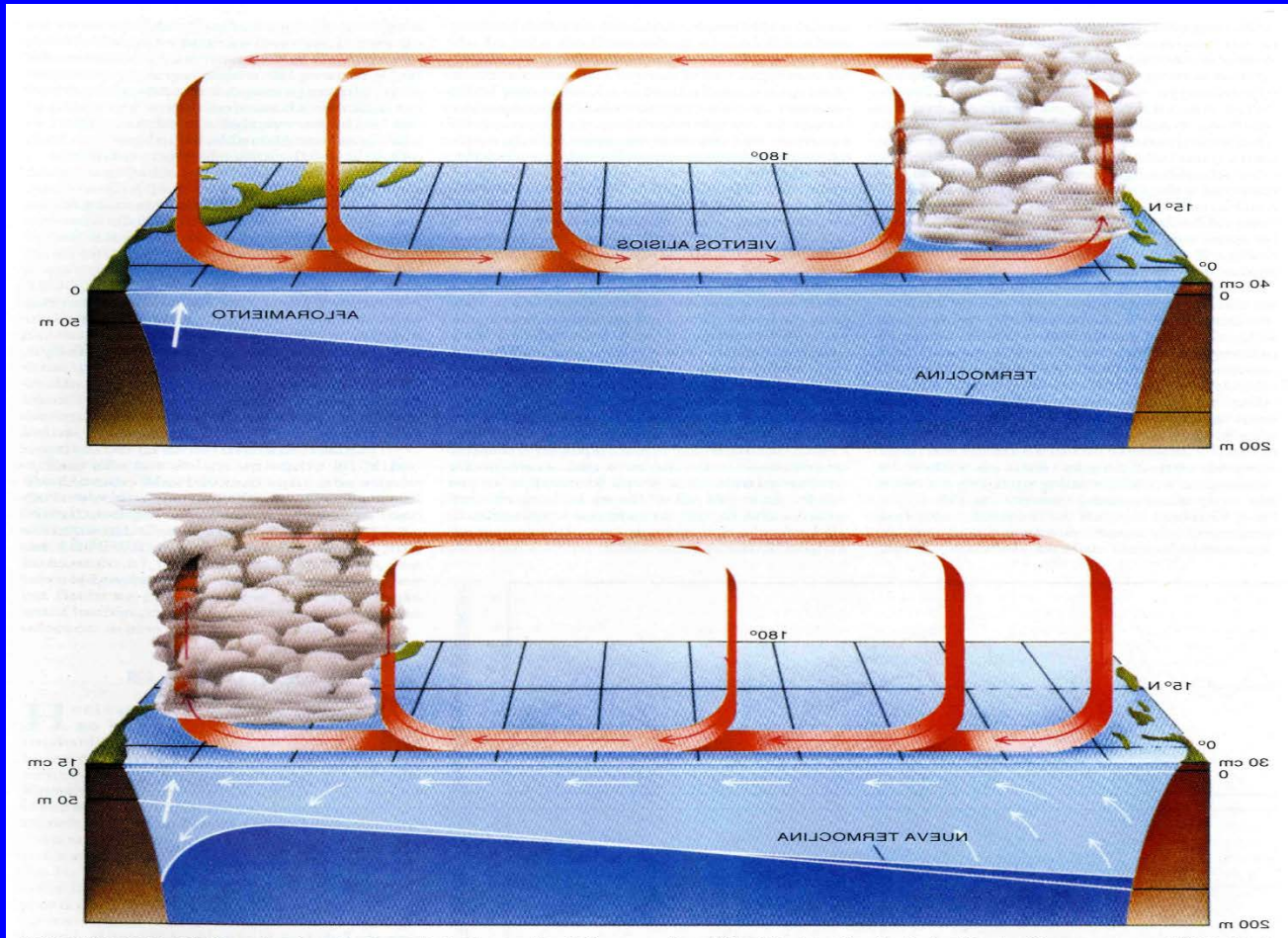


# Modelización en dos capas “poco profundas”, (A. Valle, C. Pares, J. Macias,..)

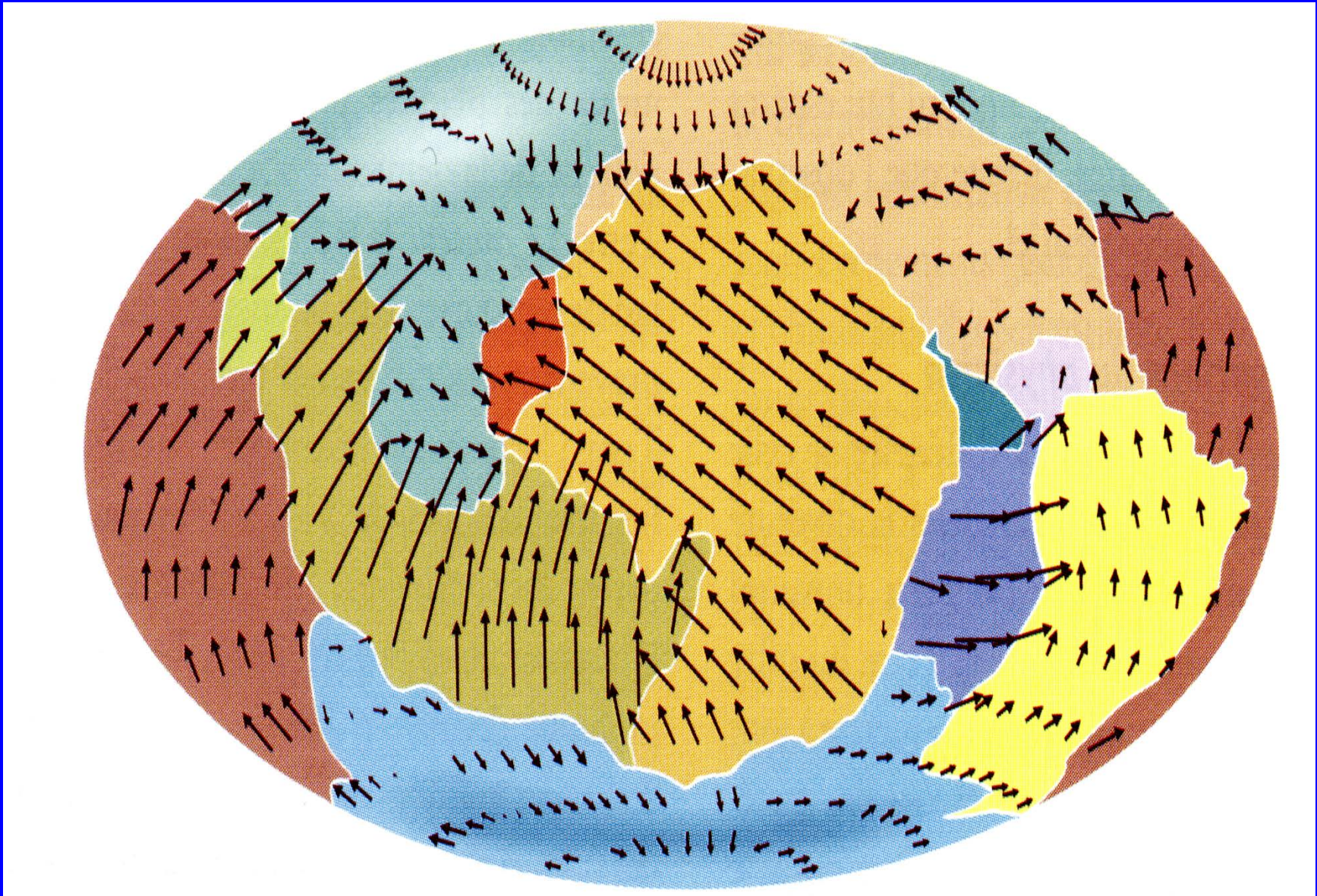




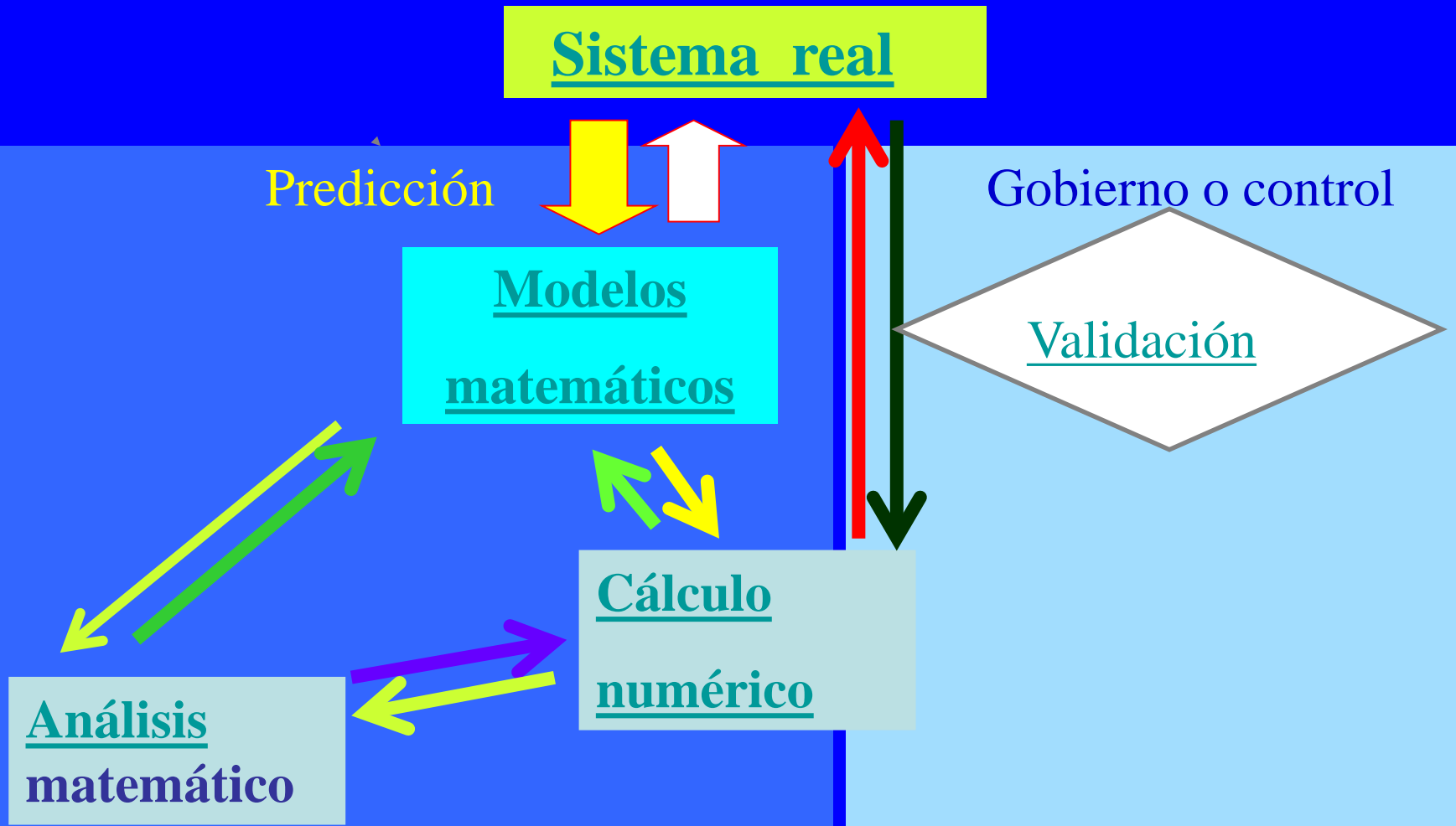








# La “Trilogía Universal” de la Matemática Aplicada





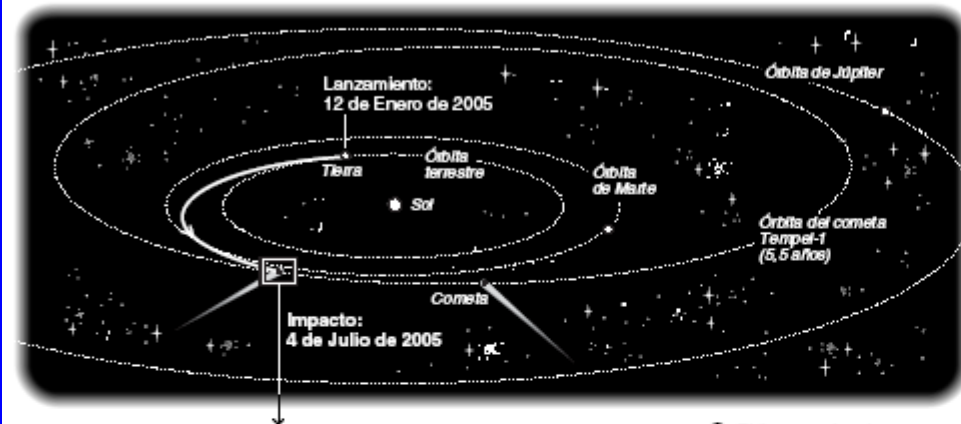
# Gobierno o control



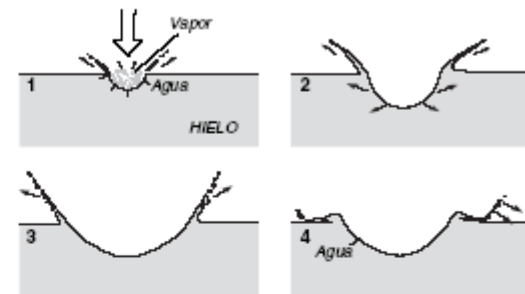
Roma 1555

### Misión 'Deep Impact'

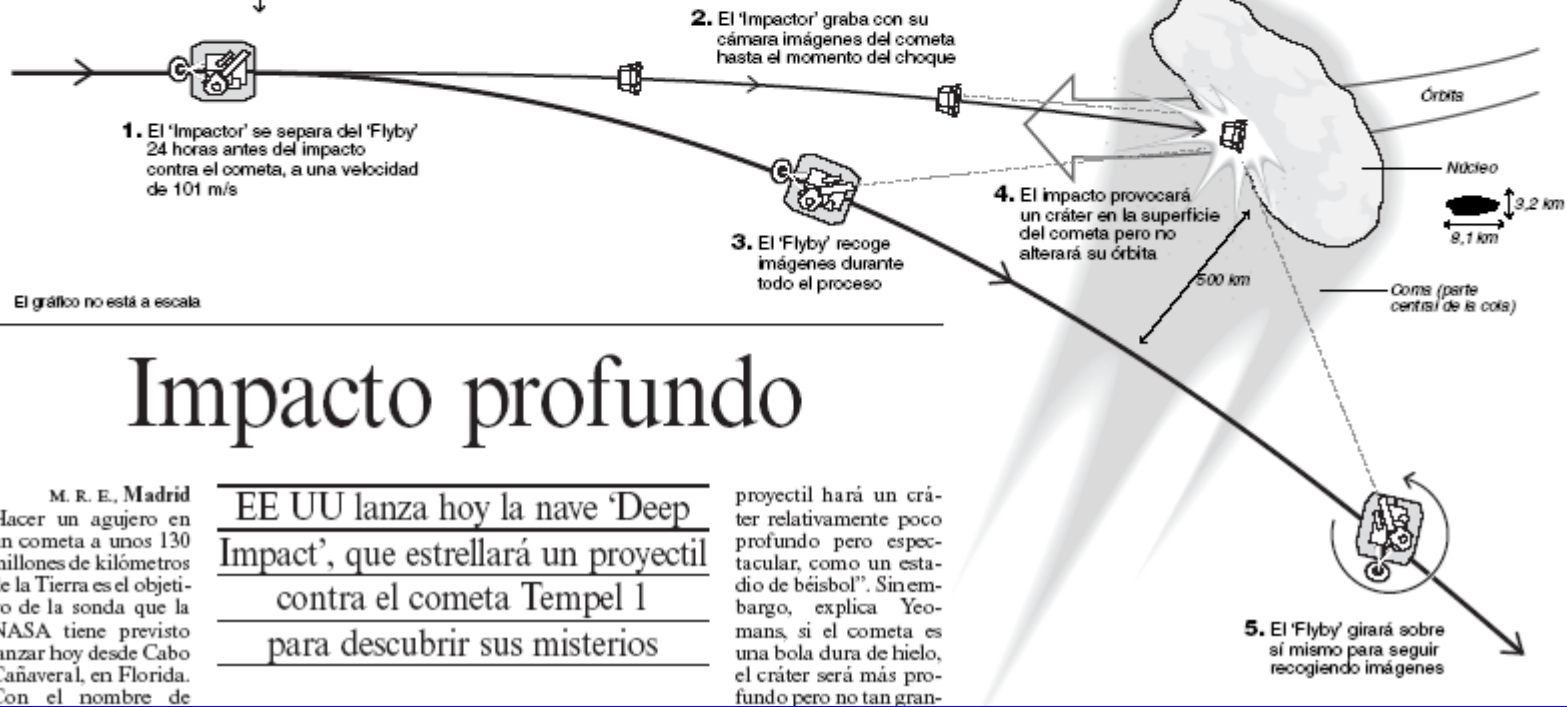
Hoy comienza la misión de la NASA que estudiará la composición del núcleo del cometa Tempel 1 al estrellar contra él un proyectil de 370 kg a una velocidad relativa de 10,2 km/s.



#### SECUENCIA DEL IMPACTO



La profundidad y diámetro del cráter aportarán datos sobre la composición y dureza del núcleo, información hasta ahora no comprobados.



El gráfico no está a escala

# Impacto profundo

M. R. E., Madrid  
Hacer un agujero en un cometa a unos 130 millones de kilómetros de la Tierra es el objetivo de la sonda que la NASA tiene previsto lanzar hoy desde Cabo Cañaveral, en Florida. Con el nombre de

**EE UU lanza hoy la nave 'Deep Impact', que estrellará un proyectil contra el cometa Tempel 1 para descubrir sus misterios**

proyectil hará un cráter relativamente poco profundo pero espectacular, como un estadio de béisbol". Sin embargo, explica Yeomans, si el cometa es una bola dura de hielo, el cráter será más profundo pero no tan gran-



# Catastrofes naturales

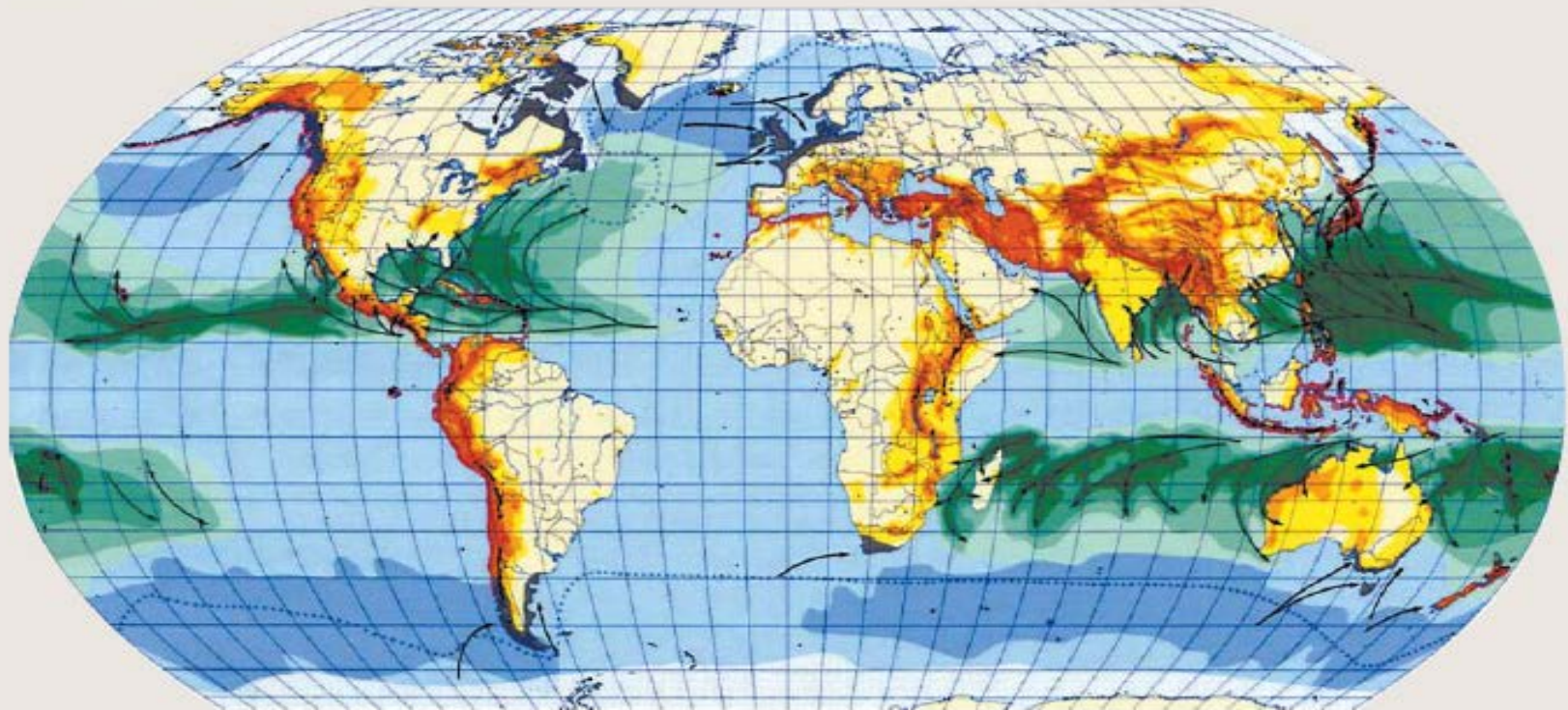
Visión pesimista

EL EFECTO DE LOS DESASTRES NATURALES AUMENTA CADA AÑO POR LA ACCIÓN DEL HOMBRE

## Un mundo de catástrofes

<http://www.elpais.es/suplaydomingo>

### Atlas de los desastres naturales



#### SEÍSMO

Escala Mercalli

de terremotos (1-13)

□ Zona 0. M (<5)

□ Zona 1. M (6)

□ Zona 2. M (7)

□ Zona 3. M (8)

□ Zona 4. M (9->)

#### TORMENTAS TROPICALES

Escala Saffir-Simpson

de huracanes (1-5)

□ Zona 0. SS1 (118-153 km/h)

□ Zona 1. SS2 (154-177 km/h)

□ Zona 2. SS3 (178-209 km/h)

□ Zona 3. SS4 (210-249 km/h)

□ Zona 4. SS5 (Más de 250 km/h)

#### TORMENTAS DE INVIERNO Y EXTRATROPICALES

□ Peligro de tormentas extratropicales principalmente en invierno

— Ruta de la principales tormentas

#### OTROS

▲ Límite de presencia de icebergs

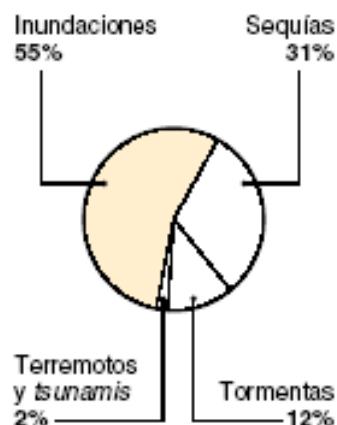
□ Hielo

□ Temporal con olas de más de 5 metros

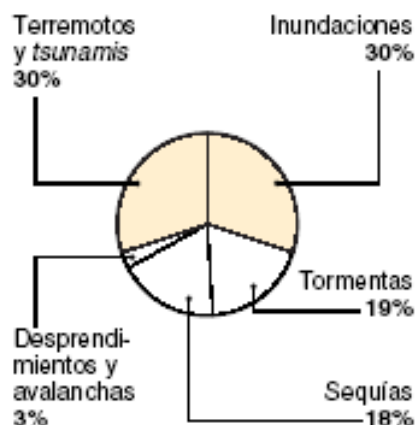
# Desastres naturales

Nº de afectados	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	TOTAL
Sequías	16.946.500	26.791.404	3.620.000	7.330.100	19.882.535	30.502.145	176.477.015	86.757.493	339.901.401	70.274.114	778.122.707
Terremoto	790.785	1.640.722	5.501.102	1.227.462	2.139.320	6.881.400	2.408.826	8.796.841	611.608	3.955.700	33.953.766
Epidemias	6.564.353	445.078	643.994	334.311	879.459	476.548	1.030.908	200.976	969.159	125.956	11.670.742
Temperaturas extremas	1.108.184	535.278	200	614.580	36.386	725.246	27.686	213.161	103.986	1.839.908	5.204.615
Hambrunas	3.900.000	4.308.000	3.575.590	1.686.000	5.612.950	9.144.594	1.000.000	1.000.000	3.983.000		34.210.134
Inundaciones	127.687.833	198.116.395	178.451.143	44.956.366	290.072.569	149.969.693	62.505.835	34.494.674	277.408.430	166.827.751	1.530.490.689
Plagas		200									200
Desprendimientos	298.406	1.122.349	8.936	33.951	209.131	15.291	208.176	67.351	271.454	458.629	2.693.674
Erupciones	235.750	25.876	6.572	7.200	7.808	34.055	118.996	78.346	278.050	25.000	817.653
Olas gigantes			24	29.000		1.300	17.260		1.720		49.304
Incendios	3.067.413	11.839	5.811	53.159	166.904	18.830	39.035	5.739	26.124	8.833	3.403.687
Tormentas	38.311.466	13.771.290	28.144.129	13.594.067	26.784.268	23.889.154	15.459.454	30.645.189	110.694.349	10.781.408	312.074.774
<b>Total afectados</b>	<b>198.910.690</b>	<b>246.768.431</b>	<b>219.597.501</b>	<b>69.866.196</b>	<b>345.791.330</b>	<b>221.658.256</b>	<b>259.293.191</b>	<b>162.259.770</b>	<b>734.249.281</b>	<b>254.297.299</b>	<b>2.712.691.945</b>
Fallecidos	14.098	54.583	55.226	55.330	90.116	101.671	44.320	63.885	51.177	78.442	609.638
Número de desastres	225	263	228	274	329	385	546	459	508	380	3.597

## ■ AFECTADOS

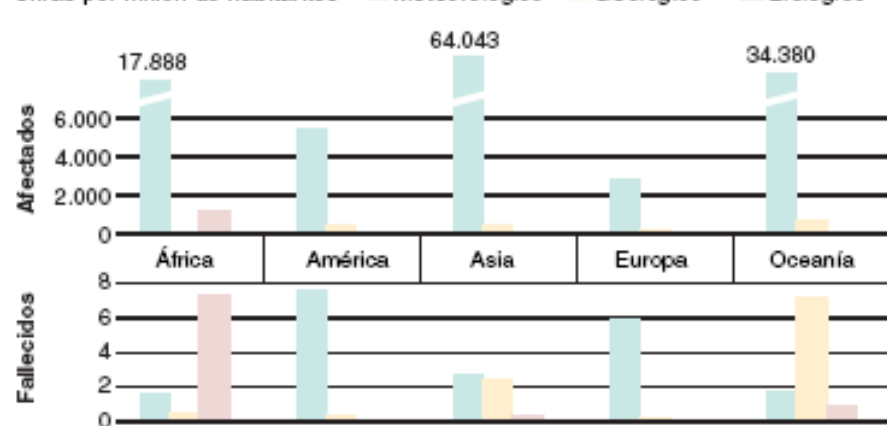


## ■ FALLECIDOS



## ■ FALLECIDOS Y AFECTADOS POR CONTINENTES

Cifras por millón de habitantes

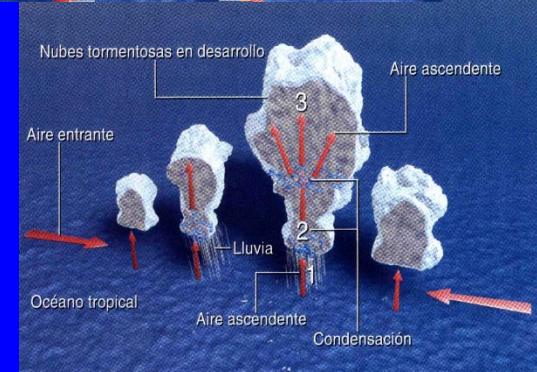
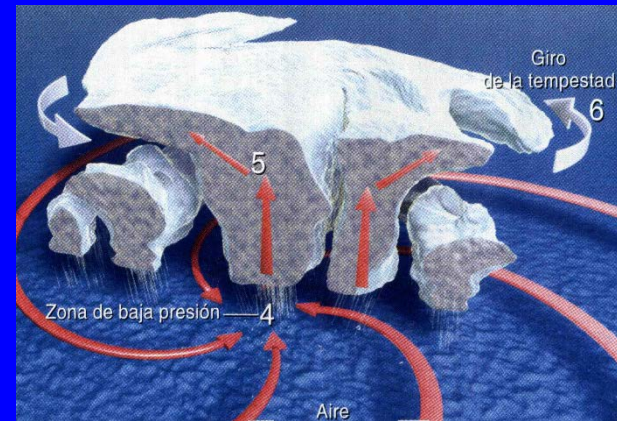


Fuente: ONU.

EL PAÍS



# Visión optimista (quizá en exceso)



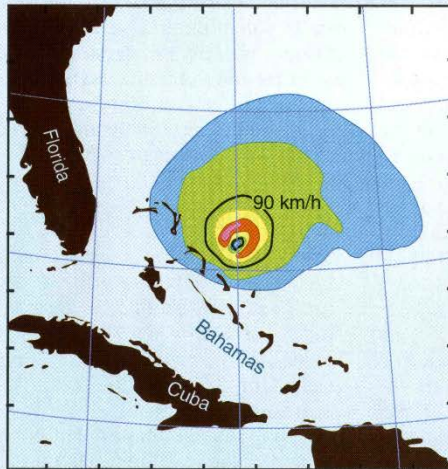
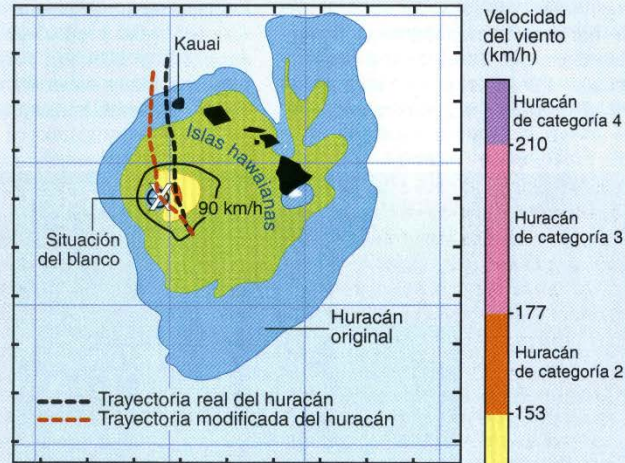


# CONTROL DE HURACANES SIMULADOS

Se recurre a modelos informáticos para simular dos huracanes devastadores de 1992, Iniki y Andrew. Los colores representan categorías de velocidad del viento. Las líneas de nivel negras indican vientos de 90 km/h; este valor viene a coincidir con el umbral de devastación del meteoro.

En las simulaciones de Iniki (*derecha*), la trayectoria original del ojo (*línea negra de trazos*) lleva los vientos más fuertes de la tempestad sobre la isla hawaiana de Kauai. Pero cuando varias de las condiciones iniciales del modelo, entre ellas la temperatura y humedad en diversos puntos, se alteraron ligeramente, la trayectoria simulada de la tempestad (*línea roja de trazos*) se desplazó hacia el oeste de Kauai, pasando sobre un blanco elegido a 97 kilómetros de la isla. Después siguió hacia el norte; llegó a un enclave de la isla más a su oeste que el huracán real.

Los mapas de los mares próximos a las Bahamas y Florida (*abajo*) muestran simulaciones de Andrew en su estado inalterado (*izquierda*) y en una forma artificialmente perturbada (*derecha*). Aunque los vientos catastróficos persisten en el caso controlado, las velocidades máximas se han reducido bastante: un huracán de categoría 3 se ha quedado en huracán de categoría 1, mucho menos brutal.





# ACTUACIONES SOBRE LOS HURACANES

Las simulaciones informáticas de los huracanes indican que ciertas variaciones en la precipitación, evaporación y temperatura del aire podrían alterar la trayectoria de la tempestad o debilitar sus vientos. La actuación podría tomar varias formas: una siembra aérea de nubes, sobre objetivos meticulosamente seleccionados, con yoduro de plata u otros materiales inductores de precipitación podría servir para privar a la violenta pared del ojo del huracán —la característica fundamental de una gran tempestad tropical— del agua que necesita para crecer e intensificarse (*izquierda*). Se podría distribuir aceite biodegradable sobre la superficie del mar en la tra-

yectoria del huracán para reducir la evaporación, que es la fuente de la energía de una tempestad (*centro*). Futuras estaciones orbitales de producción de electricidad mediante energía solar, que quizá recurran a grandes espejos para focalizar los rayos del sol y a paneles de células fotovoltaicas para cosechar esa energía y transferirla a la Tierra, emitirían microondas, sintonizadas de manera que las absorbiesen las moléculas de vapor de agua de la tempestad o sus alrededores (*derecha*). Las microondas harían vibrar las moléculas de agua y calentarían así el aire circundante. El huracán se debilitaría entonces o se movería en la dirección deseada.



Avión que siembra nubes

Materiales que inducen precipitación

Huracán

Trayectoria del huracán

Capa flotante de aceite biodegradable

Evaporación reducida

Vapor de agua sobrecalentado

Estación orbital productora de energía





# Siembra: hielo seco, humo de yoduro de plata.,,



10:37 LST-16,100'



11:12 LST-14,250'  
26 min. después de la inseminación



11:20 LST-16,100'  
34 min. después de la inseminación

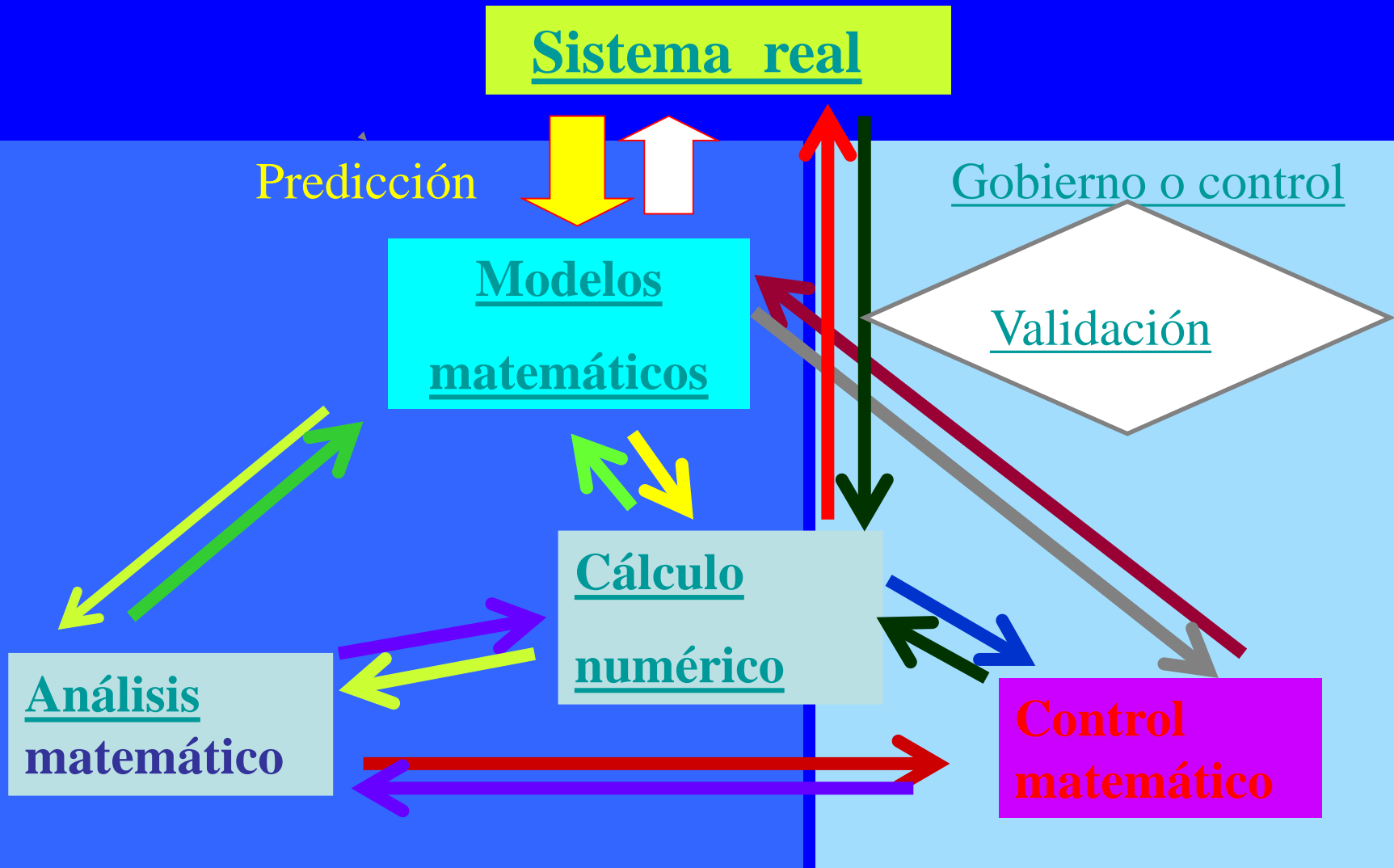


11:31 LST-16,200'  
min. después de la inseminación

1972:  
Cambrige,  
EE.UU.

Trilogía

# La “Trilogía Universal” de la Matemática Aplicada



# Teoría de Control / Teoría de juegos

- Estructura general:

$y = \text{estado}(s)$ ,  $u = \text{control}(es)$

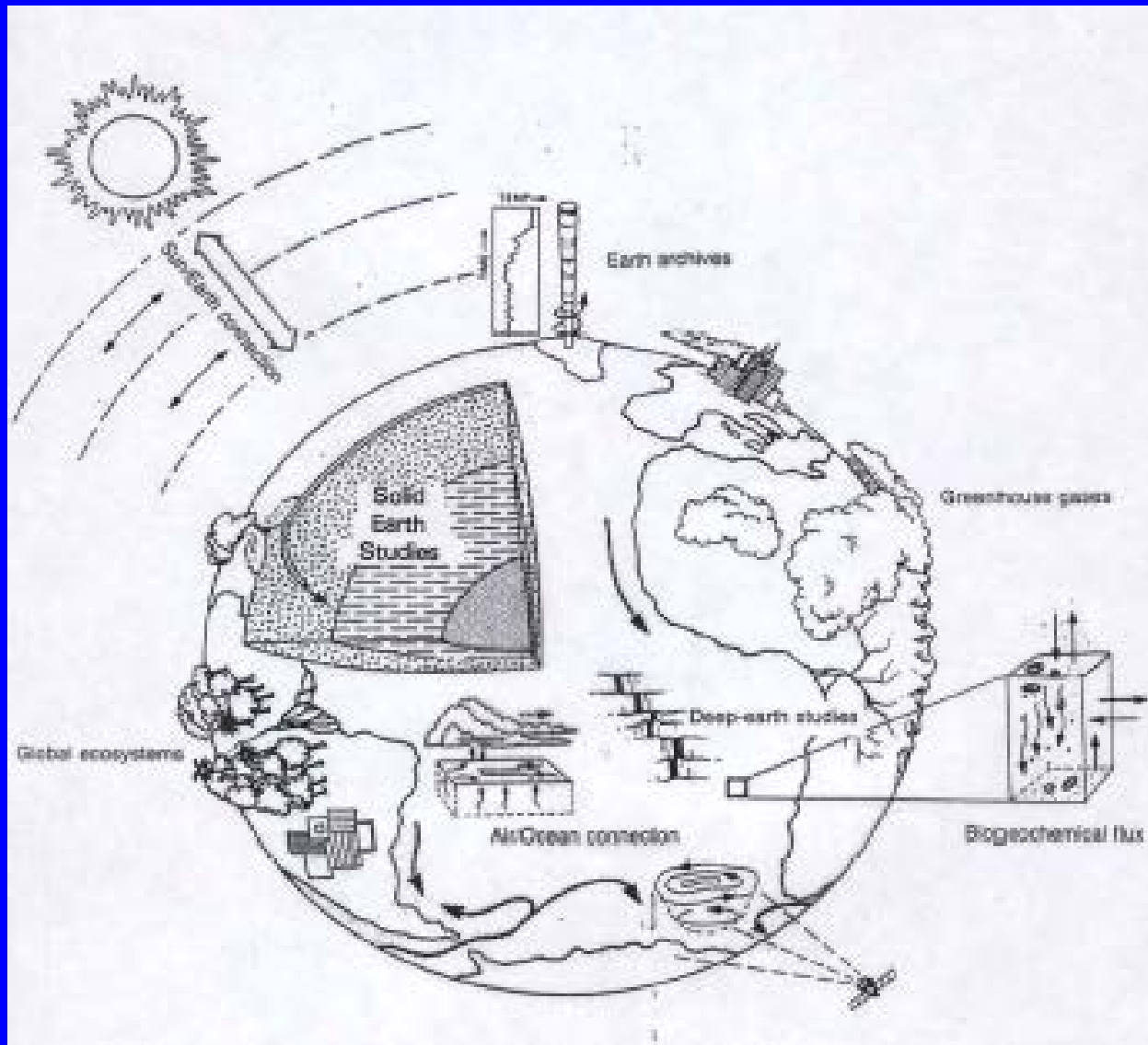
- Ley de estado:  $F(y_t, Ay, Bu) = 0$  (A y B operadores)
- Funcional de observabilidad:  $J(u) = g(u, y(u))$

**Problema: optimizar  $J(u)$  sobre un conjunto  $K$  de posibles controles**

- Tª Control:  $u$  escalar (un único control)
- Tª de Juegos:  $u$  con múltiples componentes  
¡Posible conflicto de intereses!



# Planeta Tierra: sistema complejo



# El Planeta Tierra

