

Arte con Ciencia: Encuentros innovadores entre Arquitectura y Matemática

J.I. Díaz

RAC, Madrid, 20 de abril de 2006



Ciclo de divulgación científica:
Ciencia para todos

Programa patrocinado por:

Fundación **BBVA**

<http://racefyn.insde.es/>

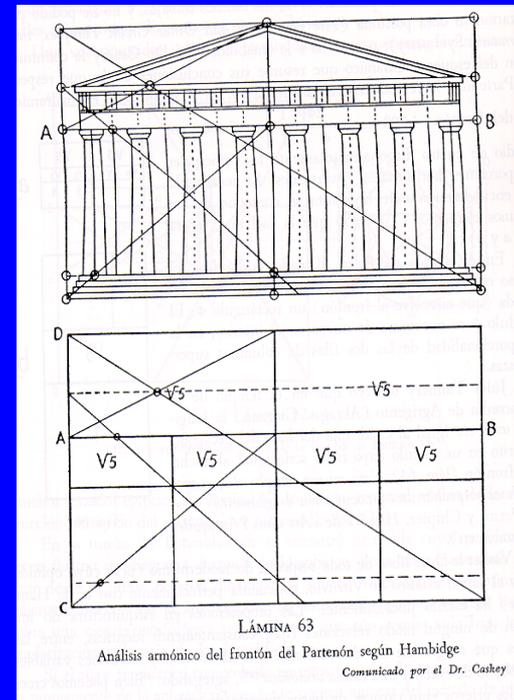
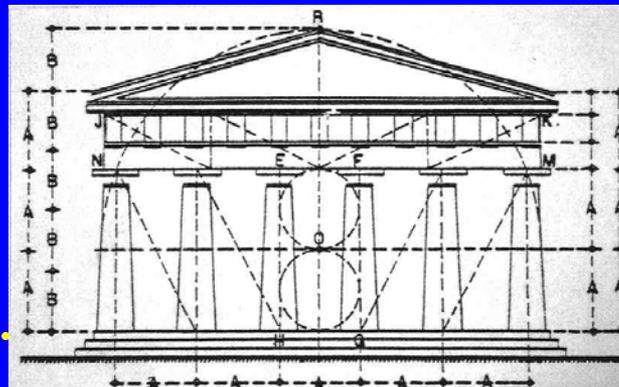


1. Introducción: temas clásicos del binomio Matemáticas y Arte

A. La razón áurea (número de oro, divina proporción,...)

$$\phi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} = 1,618...$$

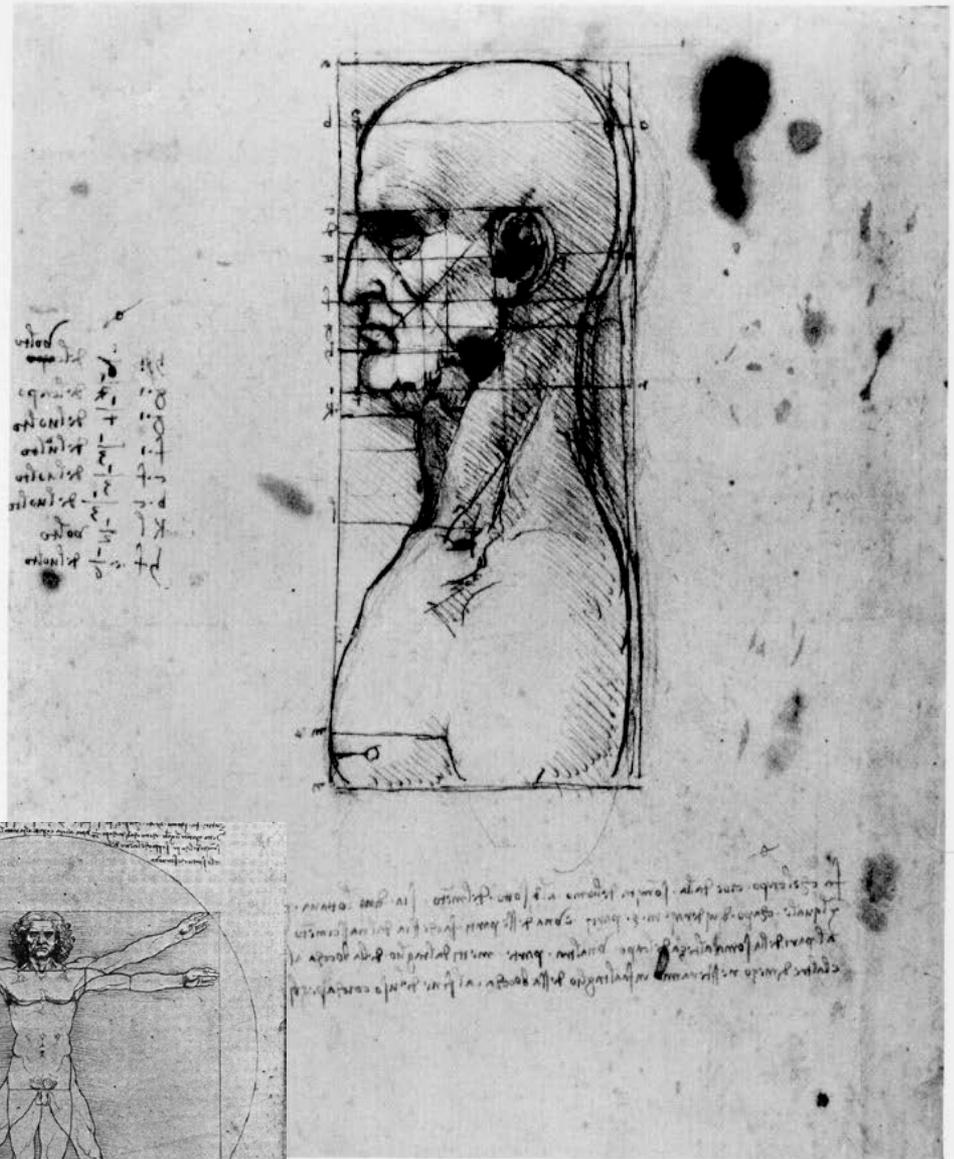
Platon, Fidias, Euclides..



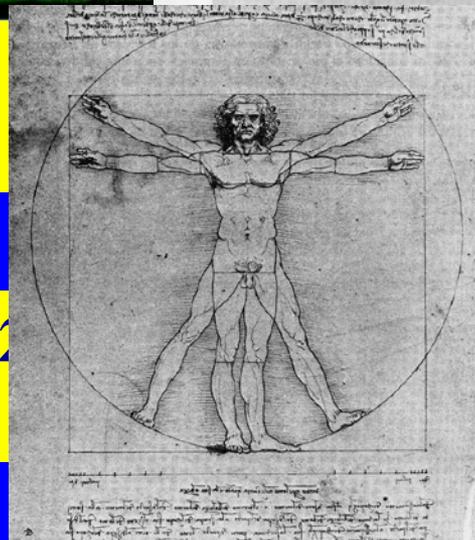


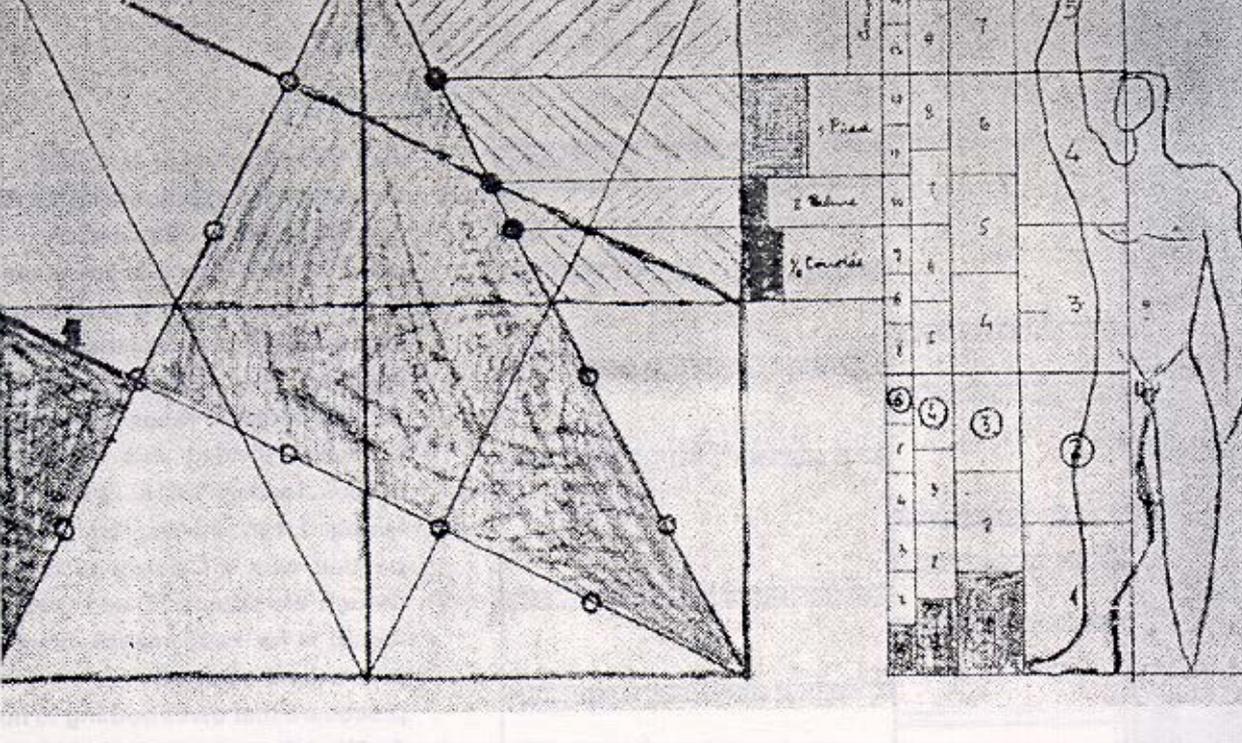
Fra Luca Paccioli di Borgo

Leonardo da Vinci (1452-1519)

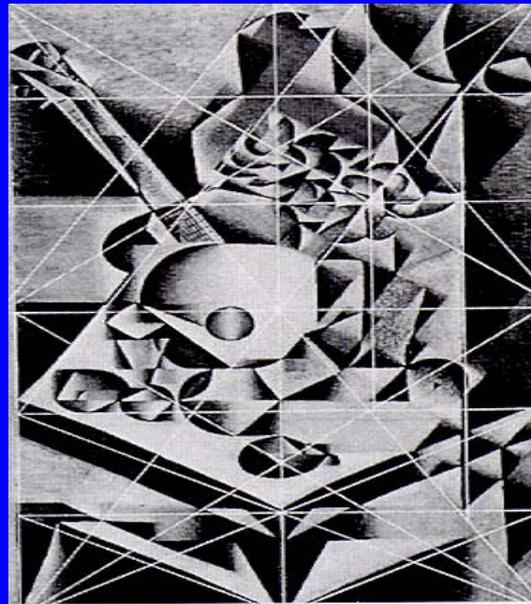


Leonardo da Vinci: *Head of an Old Man*, pen and ink and red chalk. Accademia di Belle Arti, Venice.
There is no way of telling whether Leonardo's grid governs or follows the proportions of the face.





Le Corbusier: The Modulor,



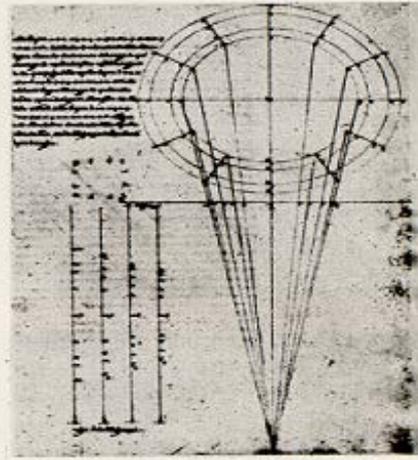
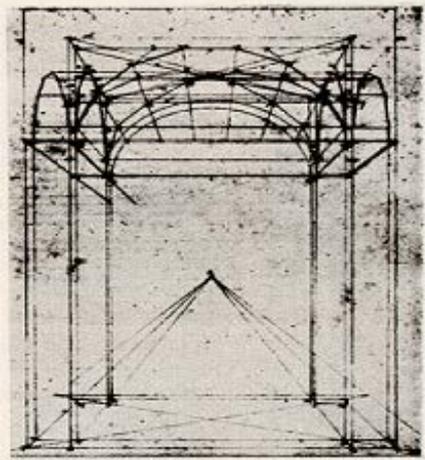
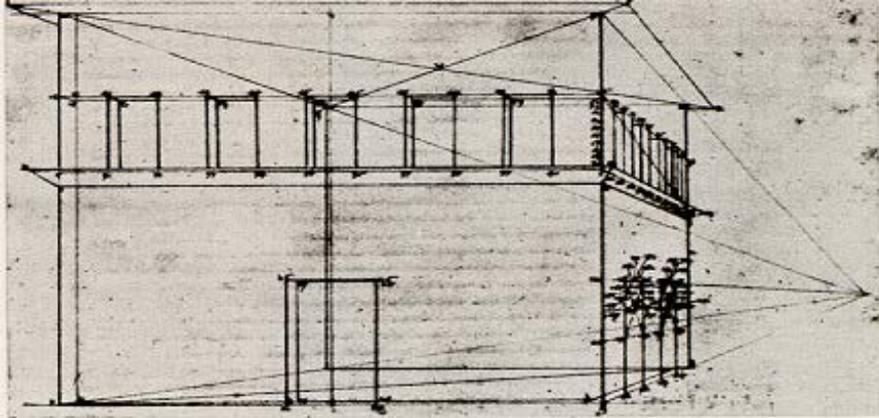
Juan Gris: Guitarra y flores

B. Geometría proyectiva

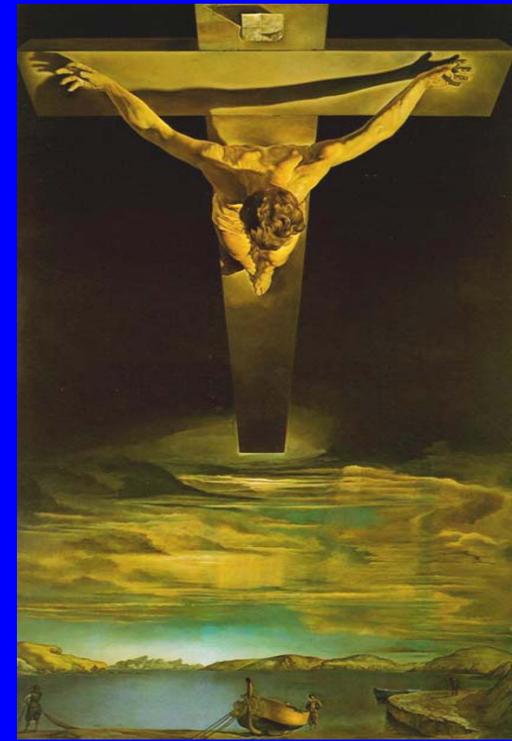
**La Anunciación del
Maestro de Barberini,
1450**

24/08/2023



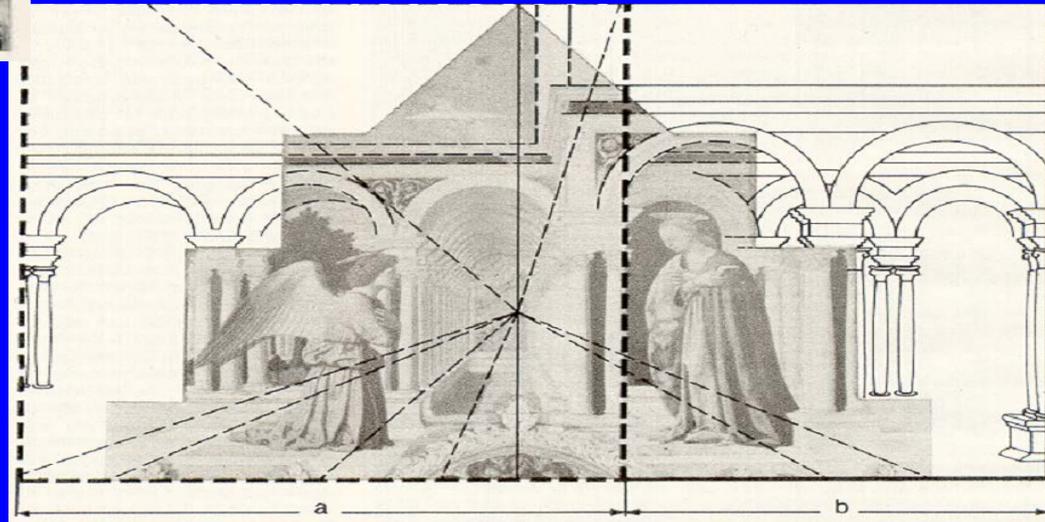


Piero de la
Francesca



Dali

Perspectiva y razón áurea

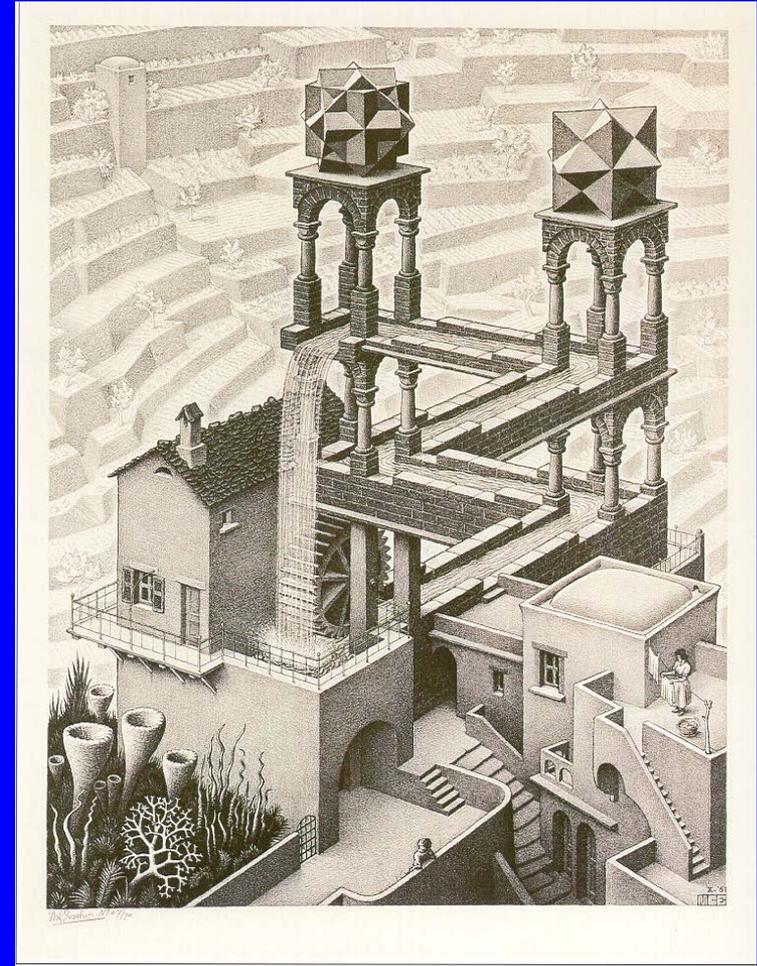


Falsas perspectivas (ilusiones ópticas)



43

W. Horgarth (1754)



M. C. Escher (1898-1972)



Contenido del resto de la charla: encuentros innovadores Arquitectura / Matemática

2. La Alhambra

3. Juan de Herrera

4. Gaudí, las matemáticas y formas naturales

5. La columna más alta de Euler

6. Diseño de la Torre Eiffel

7. Columnas reforzadas y heterogéneas: rascacielos

8. Complejidad en matemáticas y arquitectura



2. La Alhambra y la Teoría de grupos cristalográficos



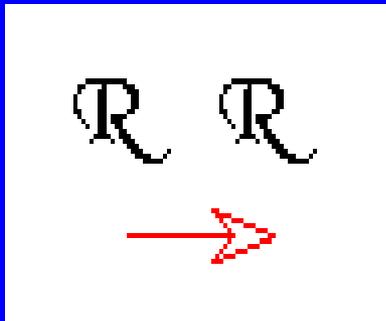
Dinastía Nazarí (1238-1492)

Arte islámico: no figuras de seres vivos. Decoraciones geométricas (formas simétricas repetidas)

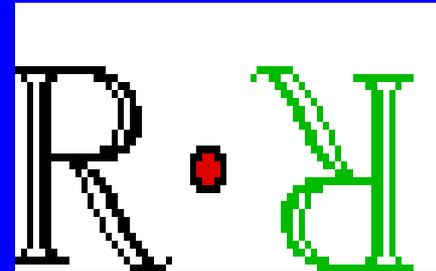


Transformaciones planas: isometrías

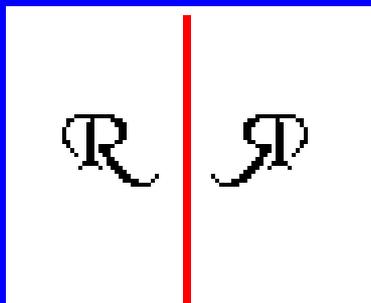
Traslación



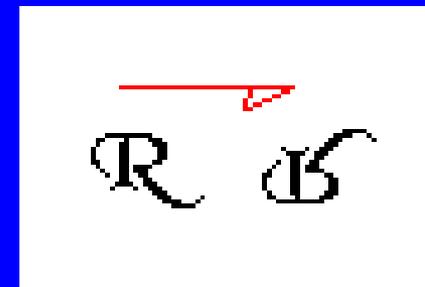
Rotación



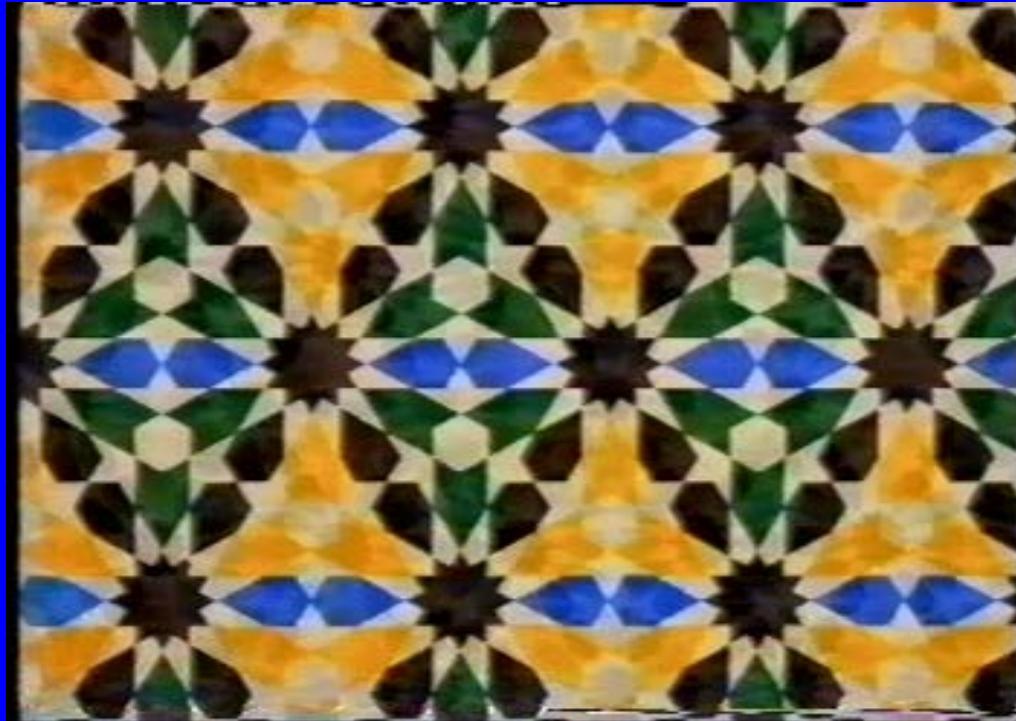
Reflexión



Reflexión con deslizamiento



Estructura de Grupo (vida cotidiana / precisión matemática)



Del vídeo: *Arabescos y Geometría*, A. F. Costa González, UNED, Madrid, 1995.

Grupos cristalográficos planos

(formas de papeles pintados: *wallpaper patterns*)

Simetrías en dos direcciones (arriba/abajo, izquierda/derecha)



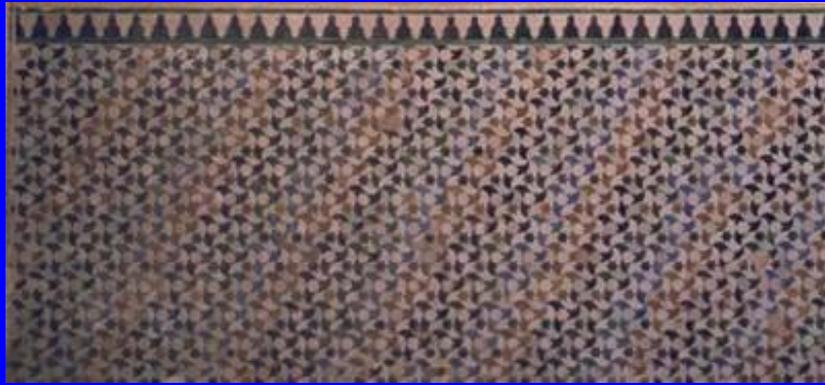
Ninguna rotación, línea de deslizamiento distinta a un eje de reflexión

Grupo cm

Ninguna reflexión, rotación de un cuarto de vuelta

Grupo p4





También en mosaicos

Rotación de seis pliegues sin reflexión

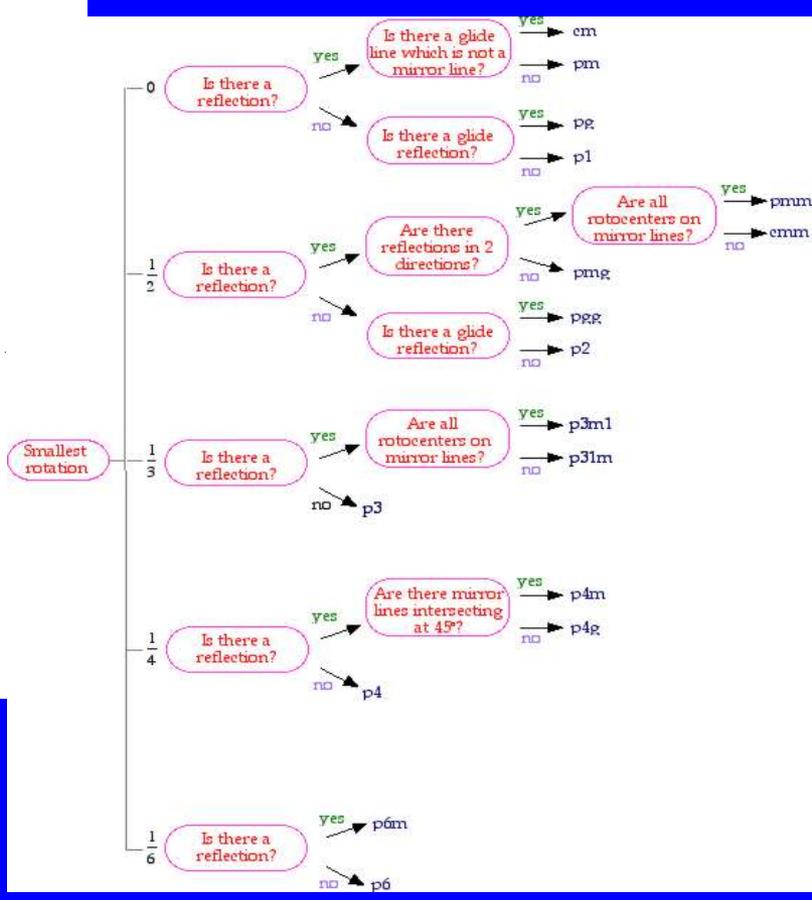
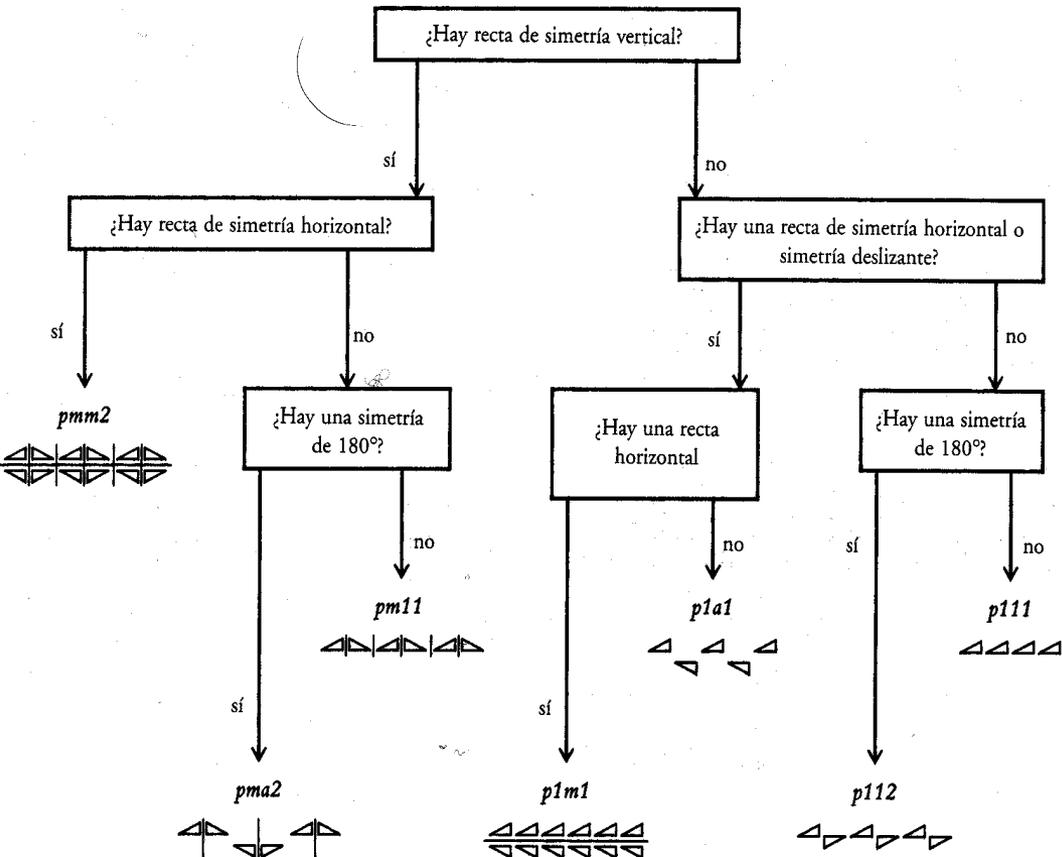
Grupo p6

¿ Cuantas clases de grupos cristalográficos planos pueden existir?

A finales del siglo XIX: hay tan sólo 17 grupos cristalográficos planos distintos

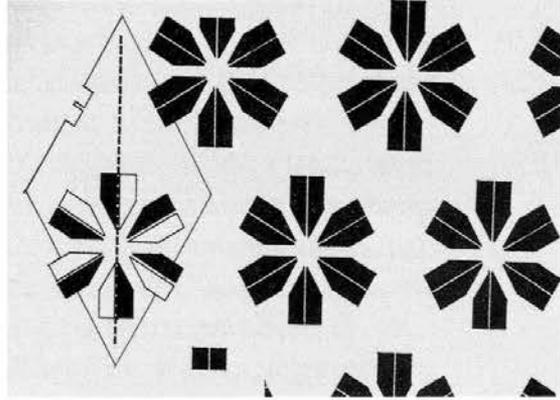
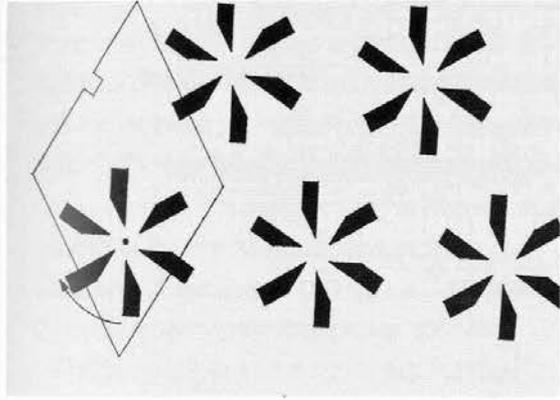
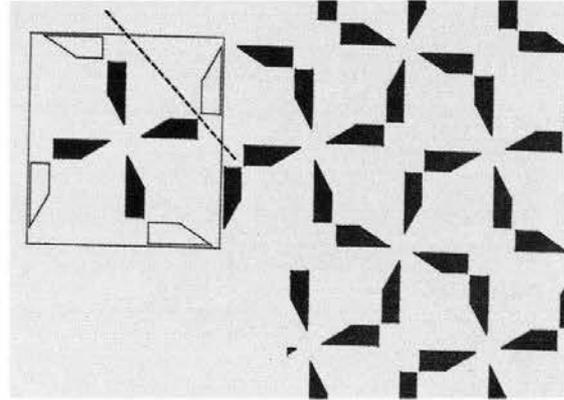
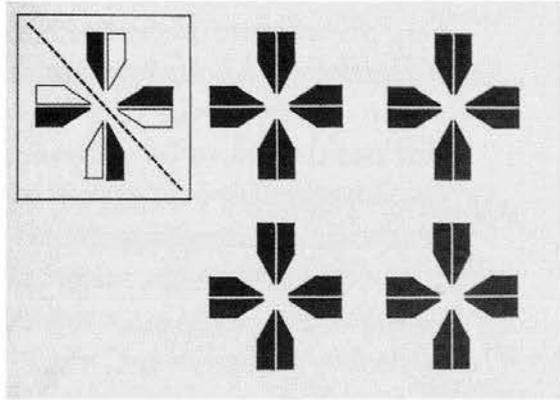
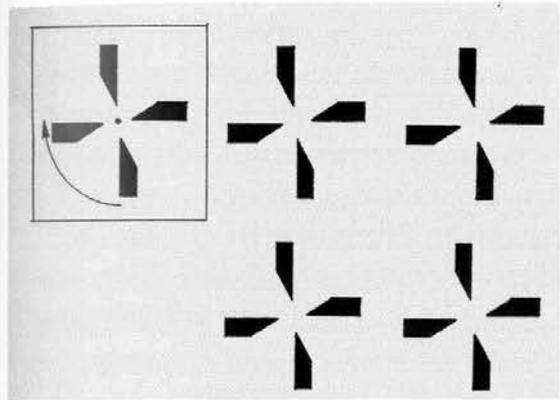
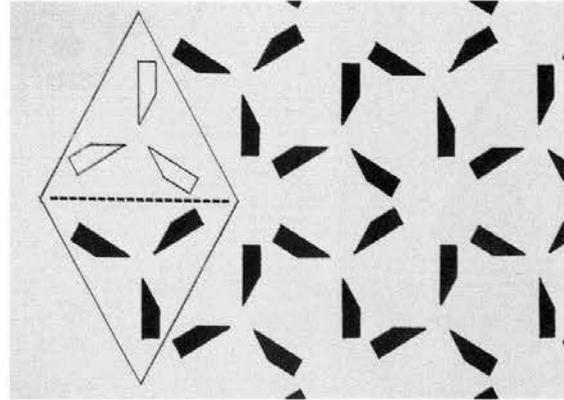
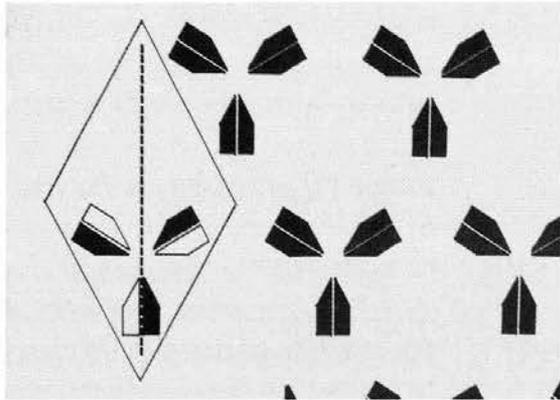
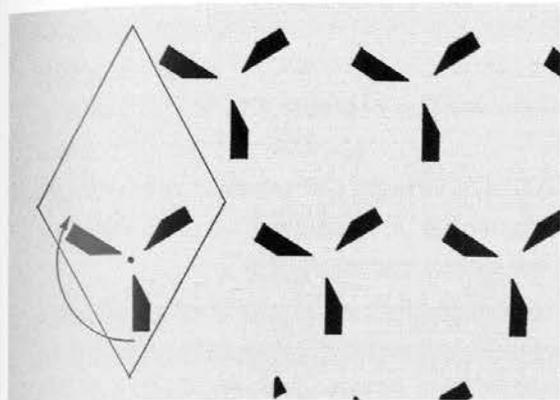
E. S. Fedorov (1885), A. M. Schenflies (1886), W. Barlow (1894)



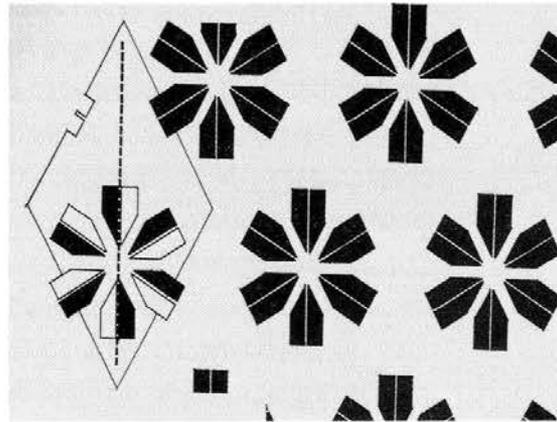
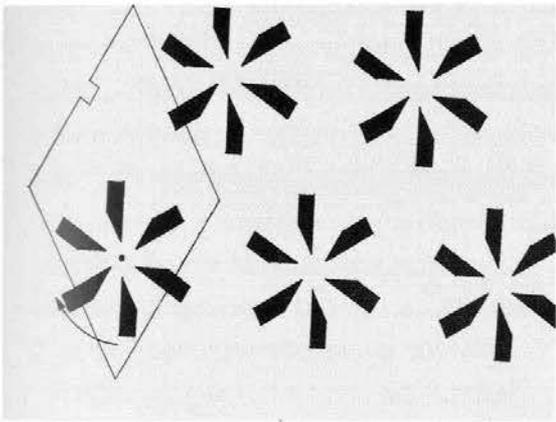
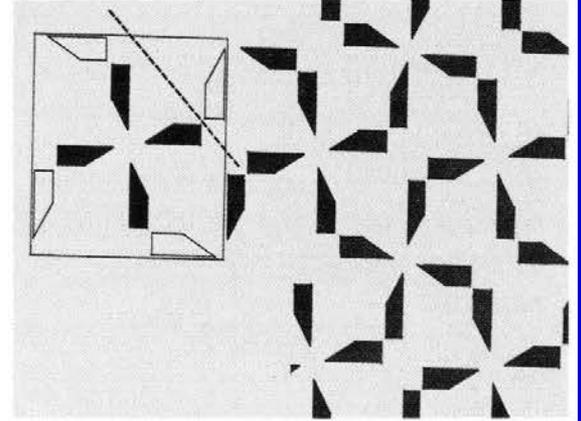
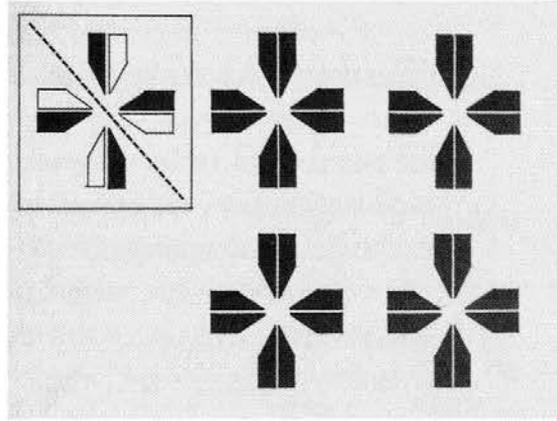
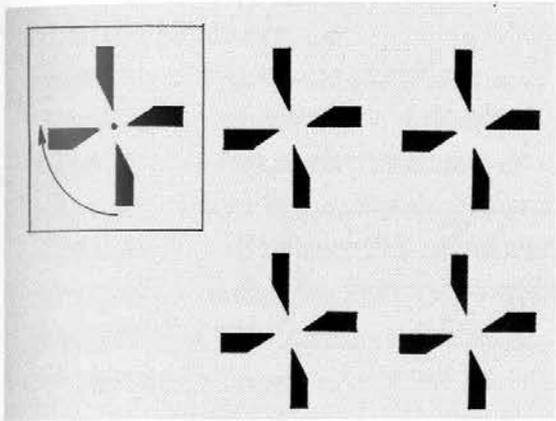
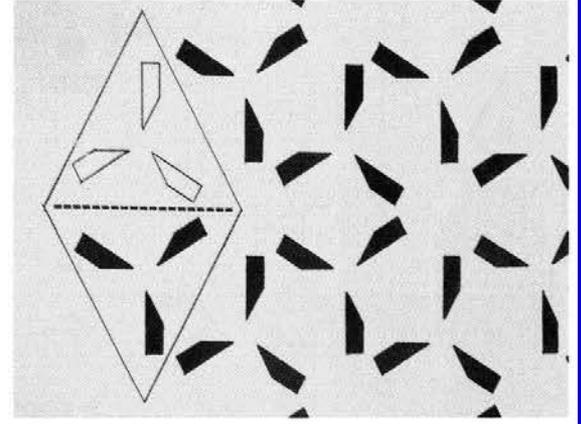
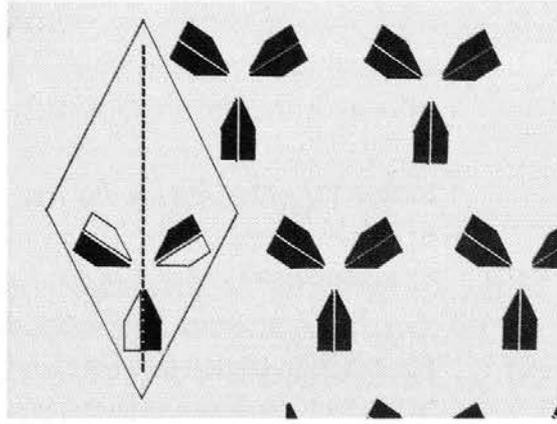
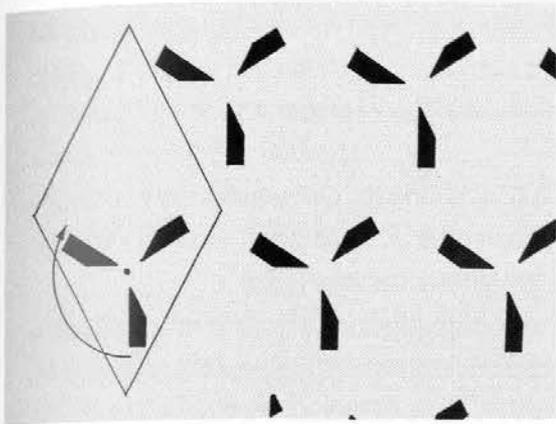


Clasificación de los 17 grupos cristalográficos planos





March & Steadman: los 17 grupos simétricos regulares en el plano.

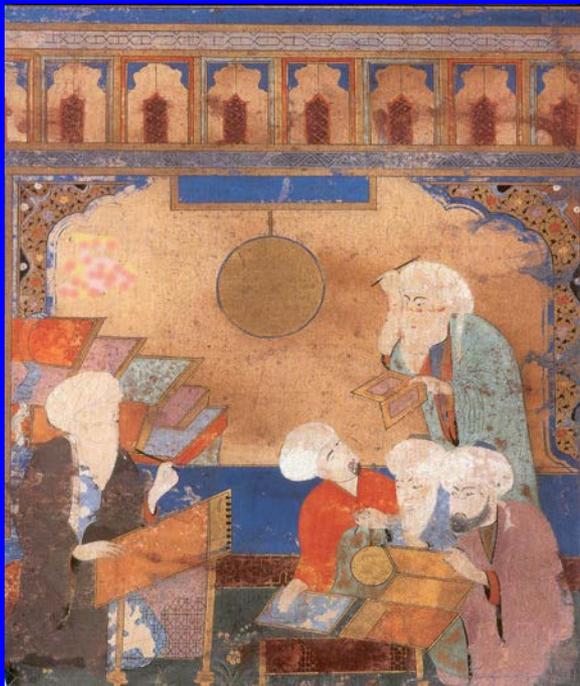


En 1986 se habían hallado en la Alhambra 13 de los 17 grupos (B. Grünbaum y C.G. Shepard)

En 1987, Rafael Pérez Gómez encuentra ejemplos de los 4 grupos que faltaban

Riqueza y esplendor de la geometría Nazarí

Testimonios del uso de matemáticas por los artesanos nazaríes:



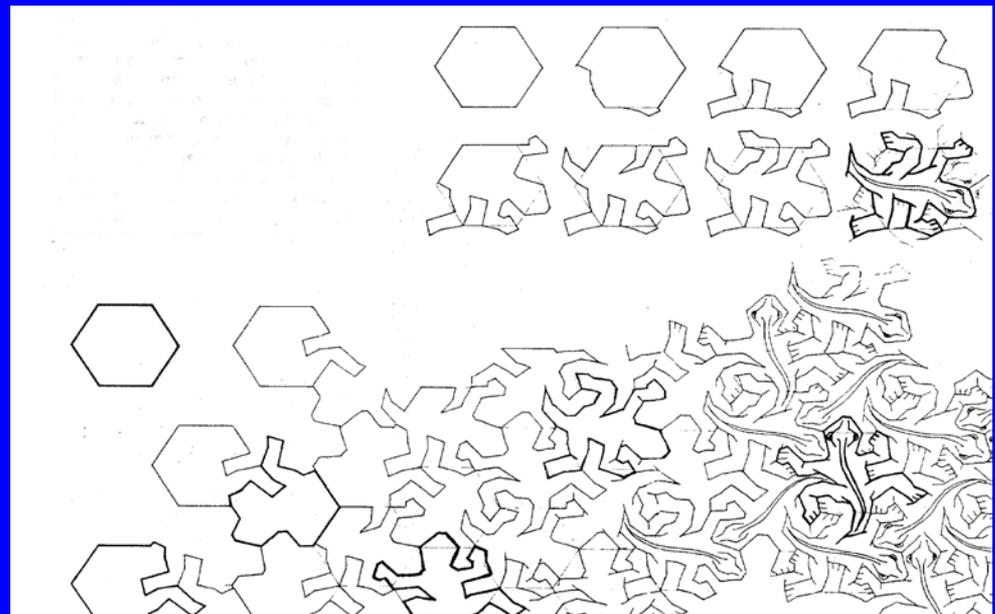
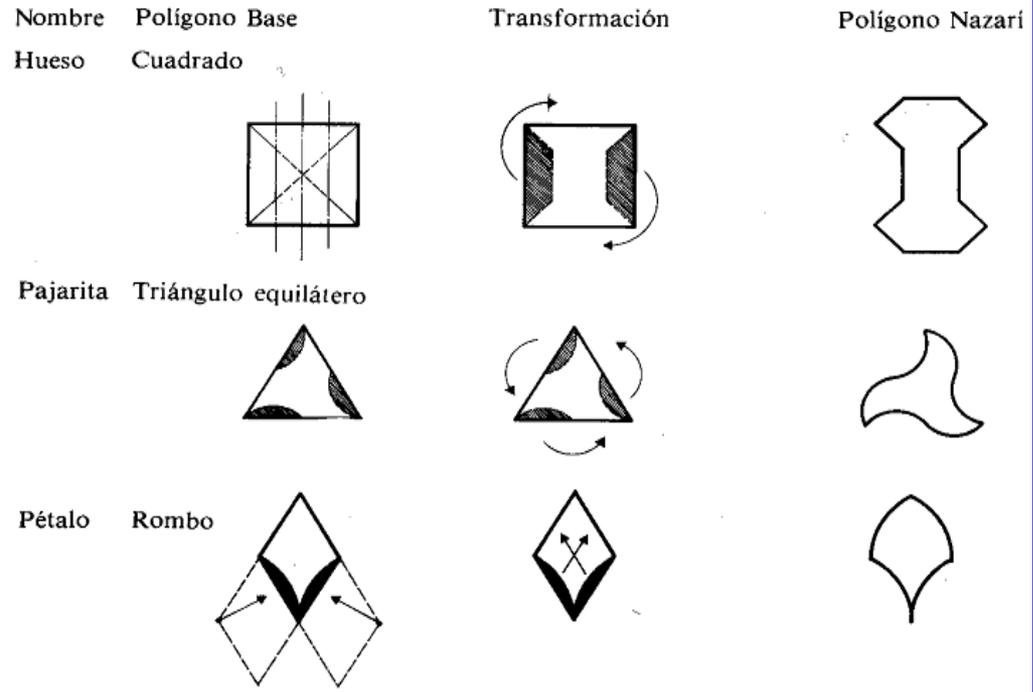
Libros de geometría de Al-Farabi (870-950), Abu Kamil (850-930), Abu'l-Wafa' al-Buzjani (940-998),...

Documentos concretos sobre reuniones y discusiones entre matemáticos y artesanos





Los 17 grupos de la Alhambra

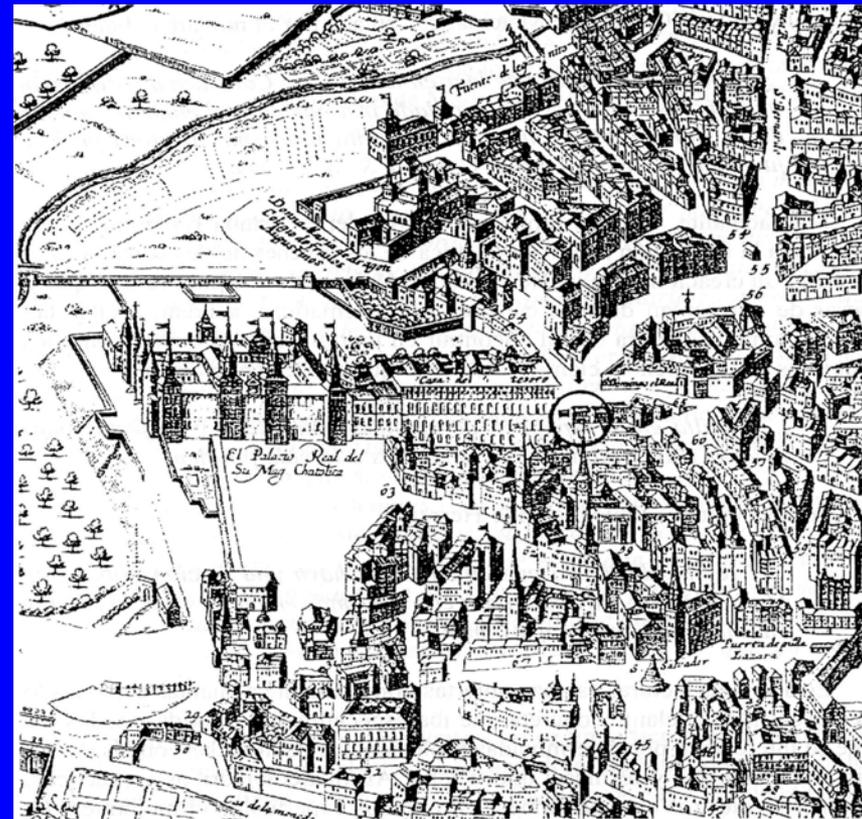
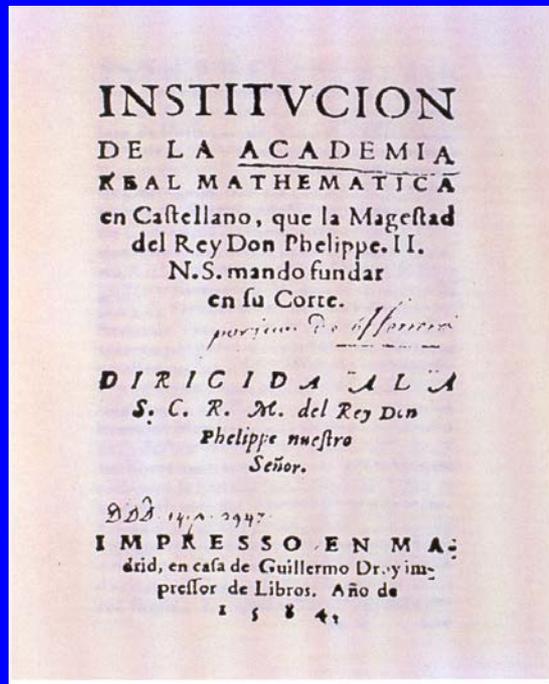


M. C. Escher (1898-1972)



Fundador y Primer Presidente de la Academia Real Matemática

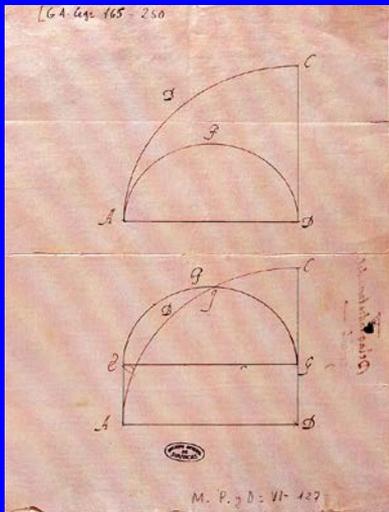
1584: Biblioteca Mazarine, París



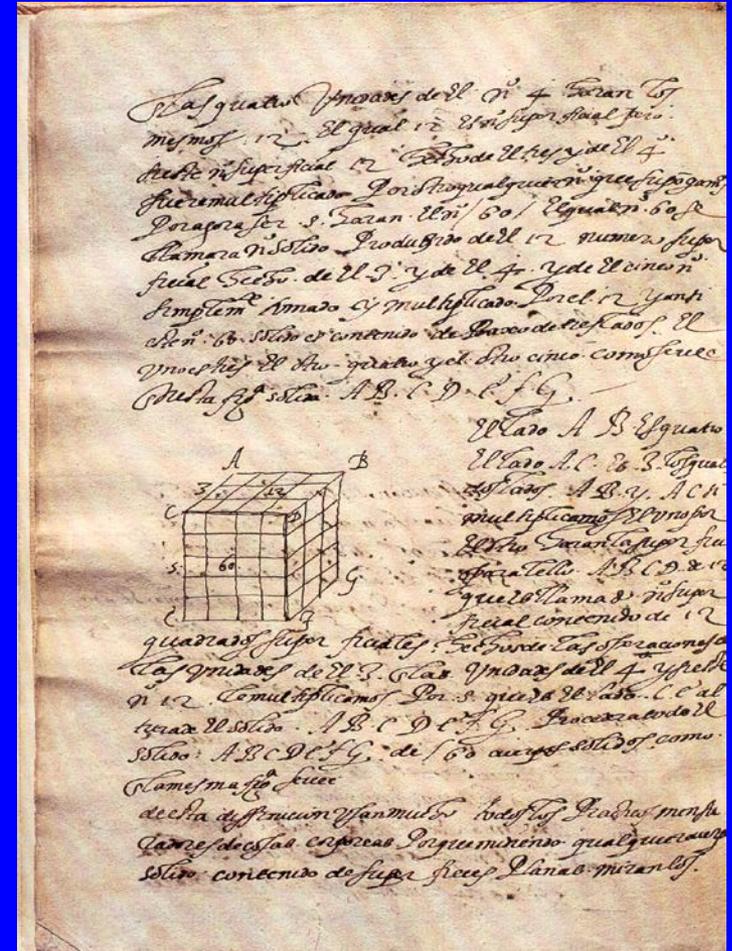
Casa de la Academia Real Mathematica. Plano de Gaspar de Witt (1622-1623). Museo Municipal de Madrid.



Discurso sobre la figura cúbica (Ramon Llull: Publicado 1598)



Lope de Vega



Sobre la cuadratura del círculo (carta a Cristobal de Salazar, 1584)



4. Gaudí y las matemáticas



Iglesia de la
Colonia Güell

Antoni Gaudí (1825-1926)



Modelos analógicos/modelos matemáticos

Inversión del camino de las técnicas de construcción: de la maqueta al cálculo, al dibujo y a la construcción.



La belleza de lo económico:

Guillermo de Occam (1285-1349) “Principio de la navaja (o de parsimonia)”: *Entia non sunt multiplicanda sine necessitate*



Gaudi:

“Para que un objeto sea extraordinariamente bello es necesario que su forma no contenga nada de superfluo”

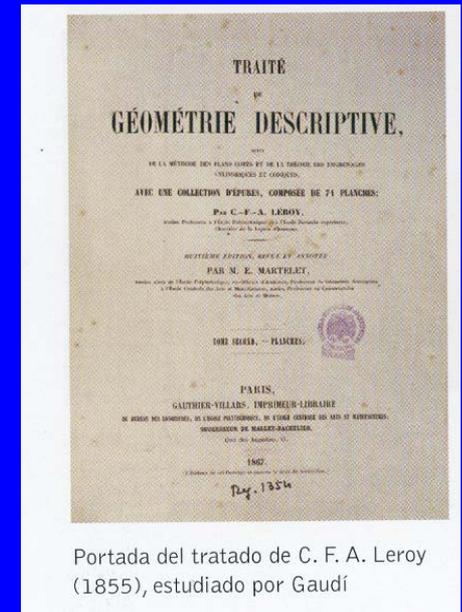
“Soy geómetra, es decir, sintético”



Gaudi:

“Yo lo calculo todo”

“Mis ideas estructurales y estéticas son una lógica *indisputable*. Convencido del perfeccionamiento que representan tengo el deber de aplicarlas”



Portada del tratado de C. F. A. Leroy (1855), estudiado por Gaudí

C.F. A. Leroy (1855)

“Este árbol cercano a mi obrador: éste es mi maestro”

“La geometría en la ejecución de las superficies no complica, sino que simplifica la construcción”



Gaudi : modelos antifuniculares

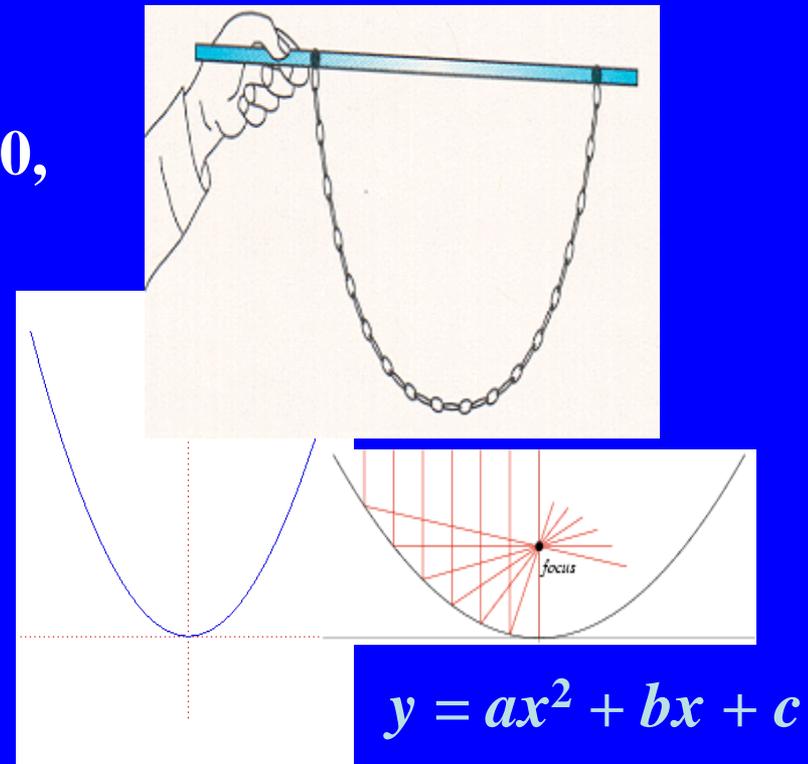
“La catenaria”:

Leonardo da Vinci (1452-1519) 1490,

En 1669, Jungius puso en tela de juicio la afirmación de Galileo Galilei (1562-1642): parábola

Huygens primero en utilizar el término de catenaria (carta a Leibniz en 1690)

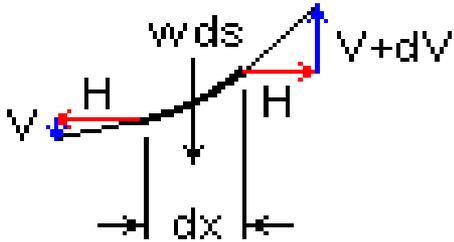
La ecuación fue obtenida por Leibniz, Huygens, y Johann Bernoulli en 1691 en respuesta a un problema de Jakob Bernoulli.



$$y = a \cosh(x/a)$$



Deducción:



$$w ds = H y''$$

$$ds = \sqrt{1 + y'^2} dx$$

$$\int_0^x \frac{dy'}{\sqrt{1 + y'^2}} = \int_0^x \frac{w}{H} dx$$

$$\sinh^{-1} y' = \frac{w}{H} x$$

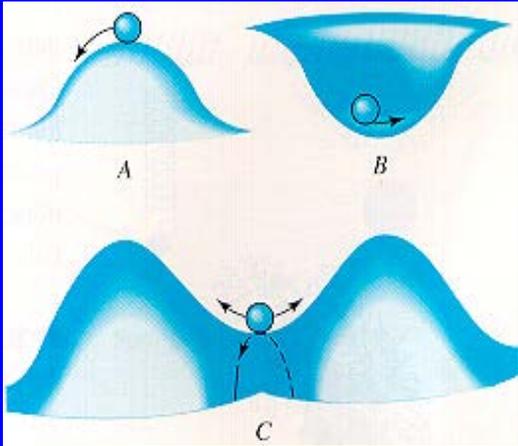
$$y' = \sinh \frac{w}{H} x$$

$$y = \frac{H}{w} \left(\cosh \frac{wx}{H} - 1 \right)$$

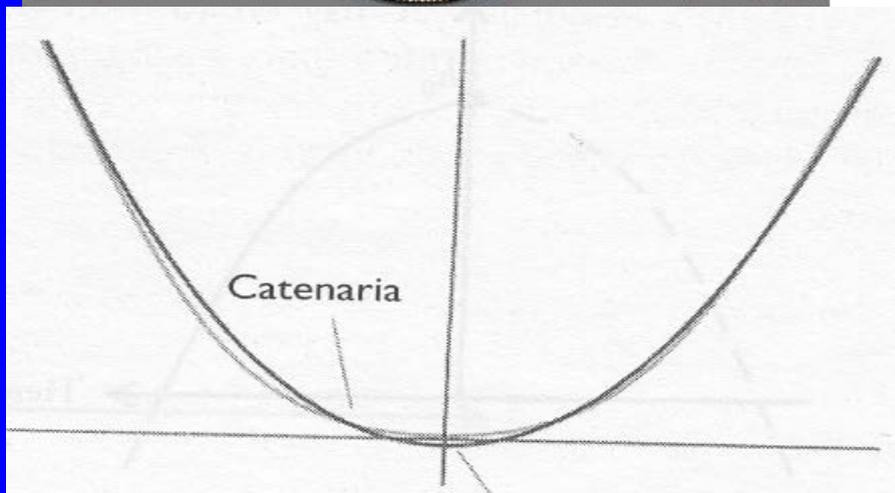
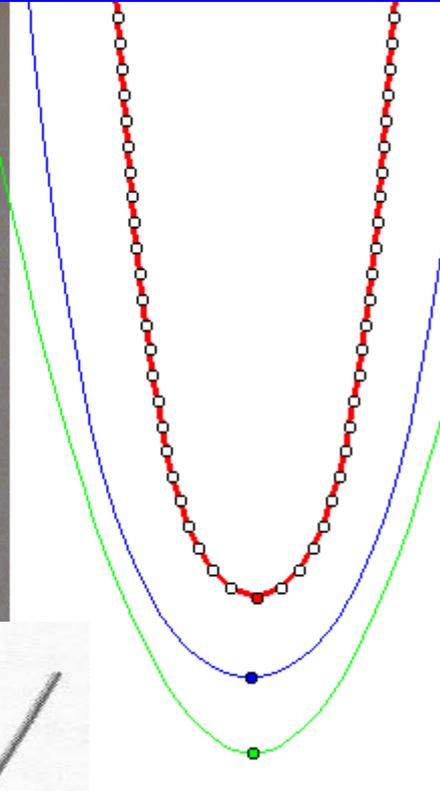
Finding the Catenary



Estado de equilibrio de la cuerda vibrante bajo la acción de la gravedad



La sutileza de las matemáticas



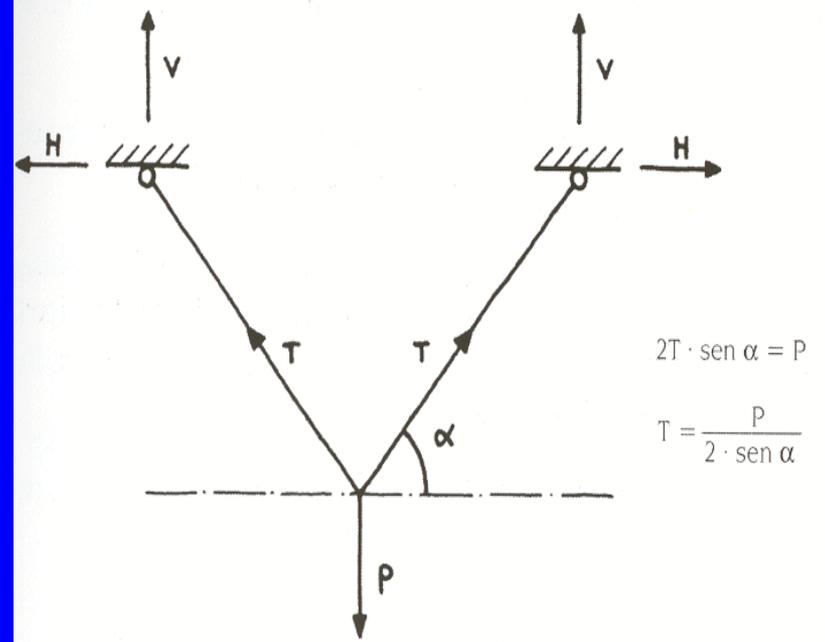
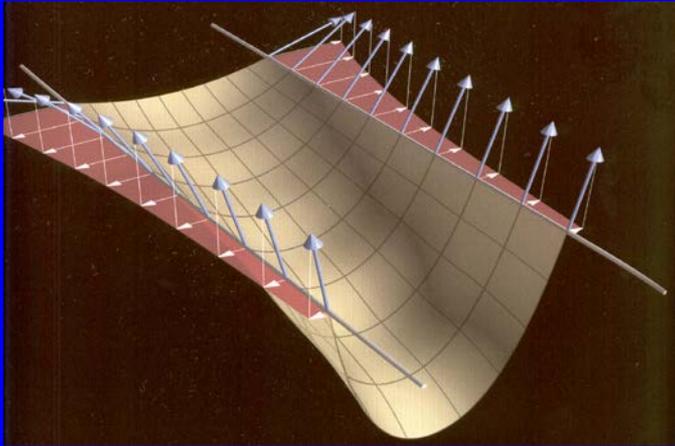
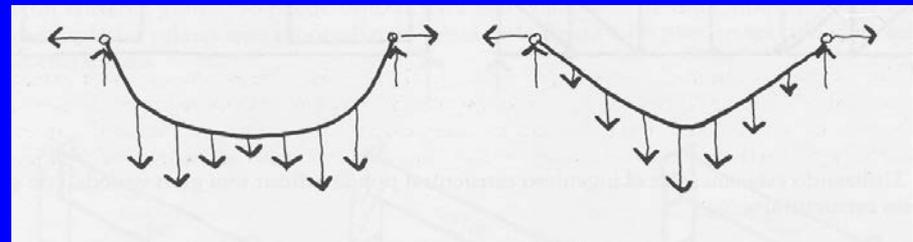
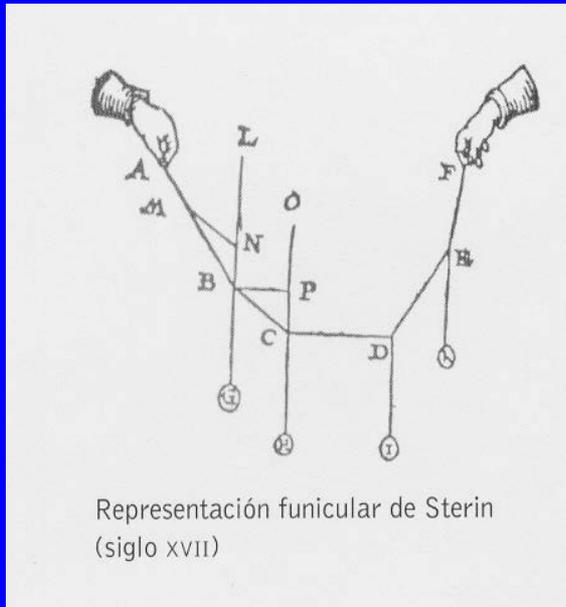
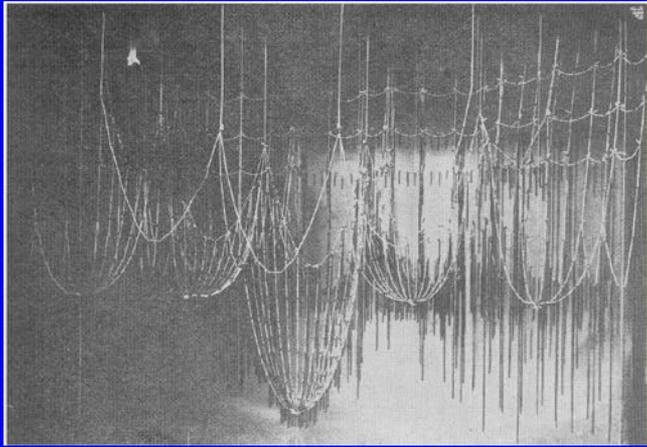


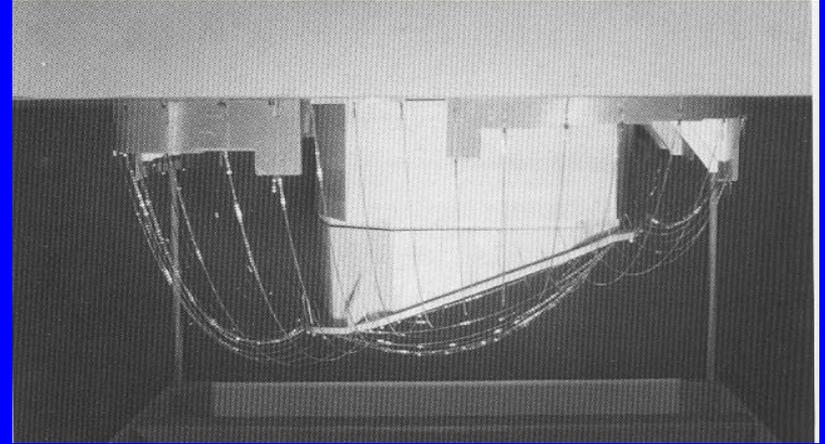
Fig. 1. Mecanismo resistente básico.



Algunas otras maquetas anti-funiculares



Primer estereofunicular
de Gaudi



Suntory Pavilion,
Expo'85, Tsukuba, Japan

Arquitecto: Keizo Sataka

24/08/2023

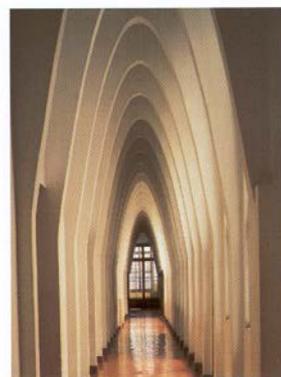
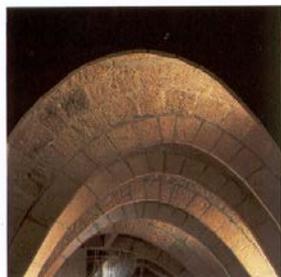


J.I. Díaz

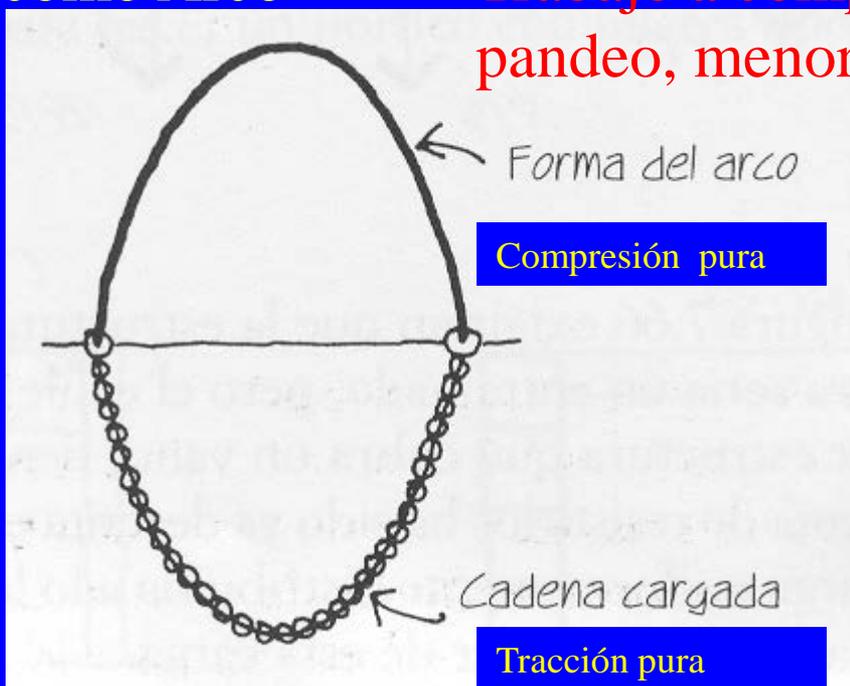


La Catenaria como Arco

Trabajo a compresión, menor pandeo, menor sección



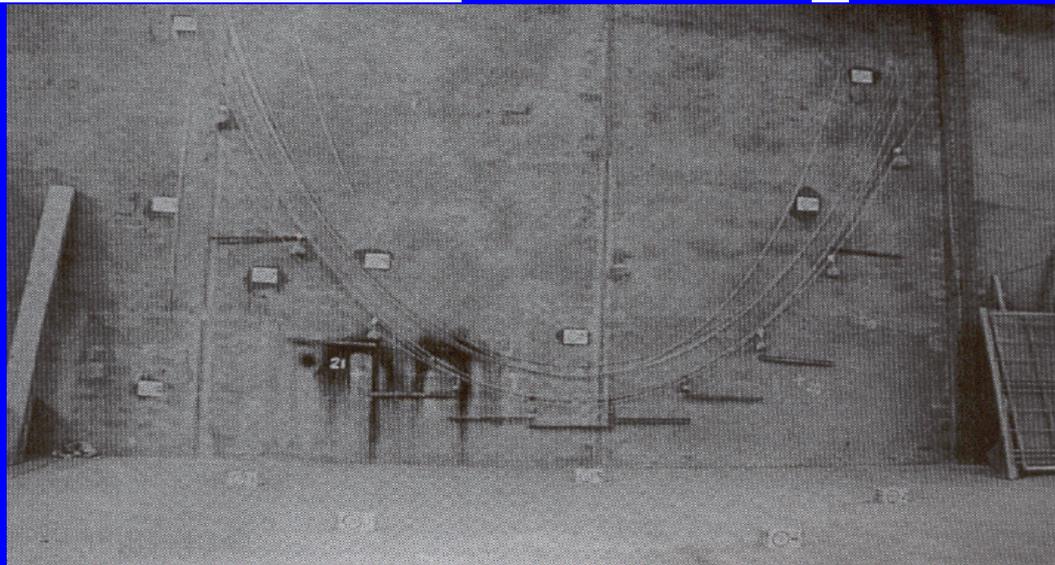
Arcos catenarios de las casas Milà y Batlló y del colegio de las Feresanas



Robert Hooke (1675)

G. Polini (1748)

San Pedro de Roma

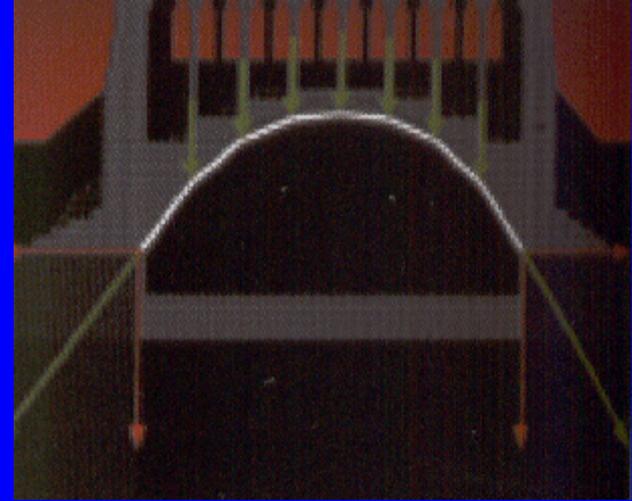
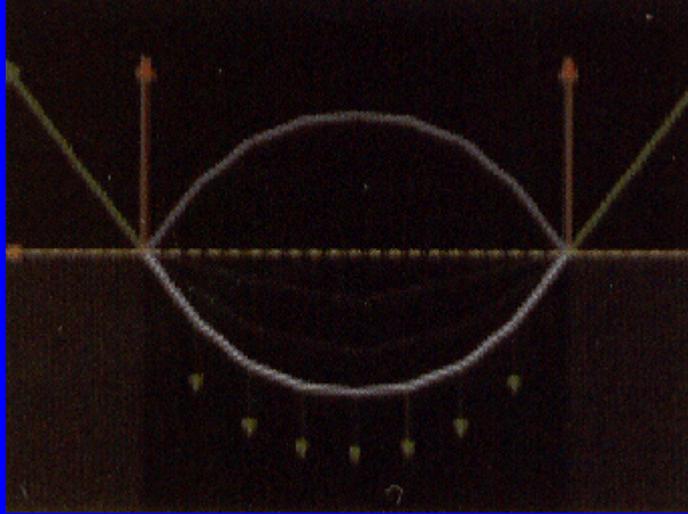


Traslación de arcos catenarios de la Casa Milà. Modelo catenarario del Espai Gaudí

Casa Milà y

24/08/2023 Catedráticas

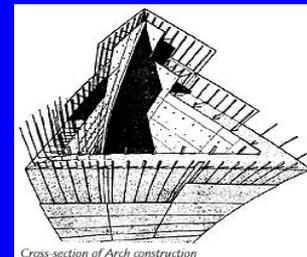




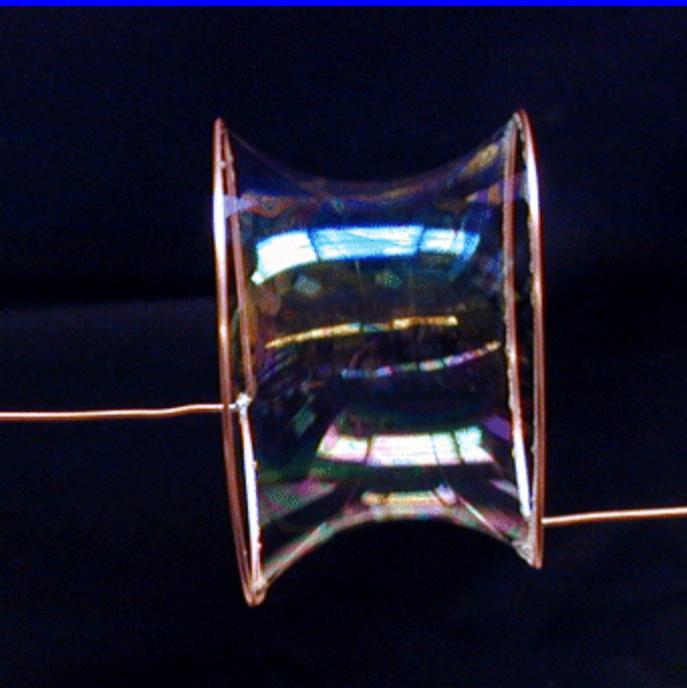
Arco Gateway de Saint Louis (EE.UU.)

Arquitecto Eero Saarinen (1963-67)

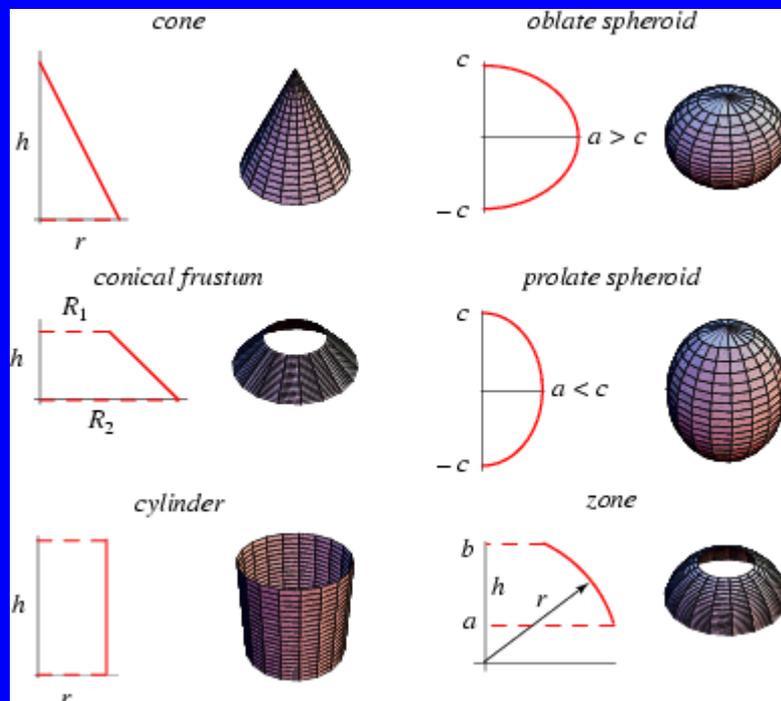
En conmemoración de la expansión al oeste de los EE.UU. en el sigloXIX



Catenoide:

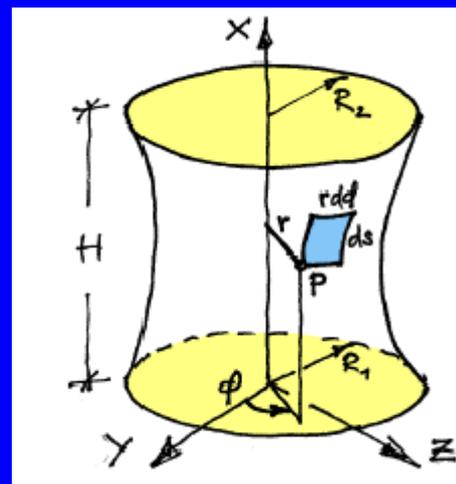


Superficies de revolución



Superficies de área mínima:

Leonhard Euler (1707-1783) 1743..

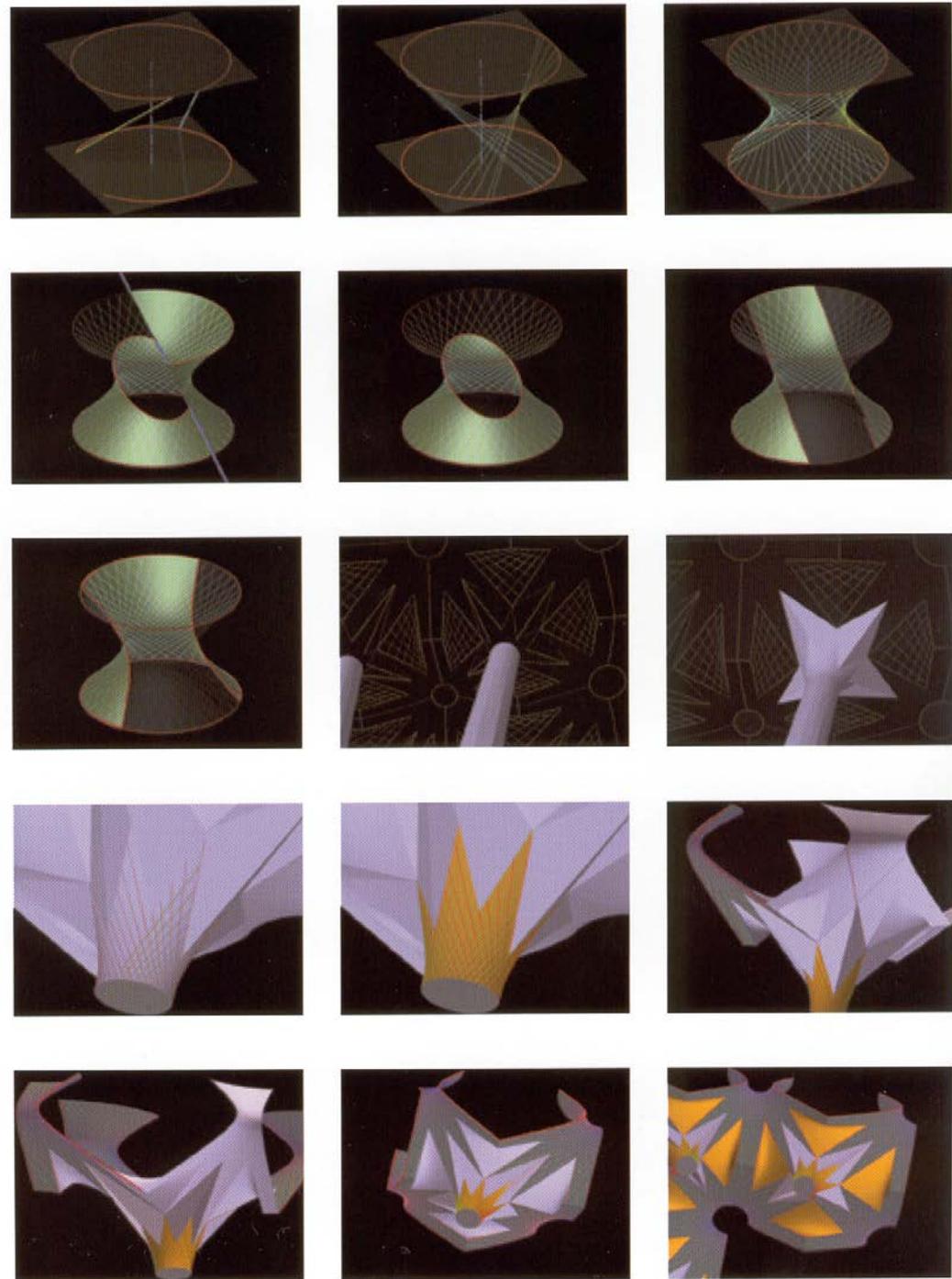


Hiperboloide de una hoja

Superficies regladas

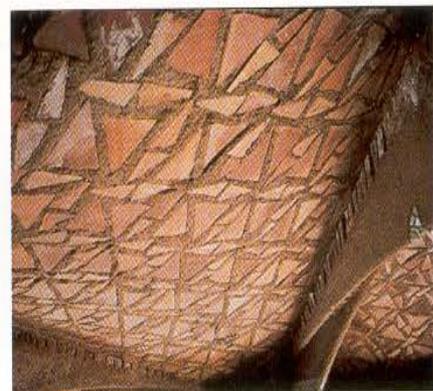
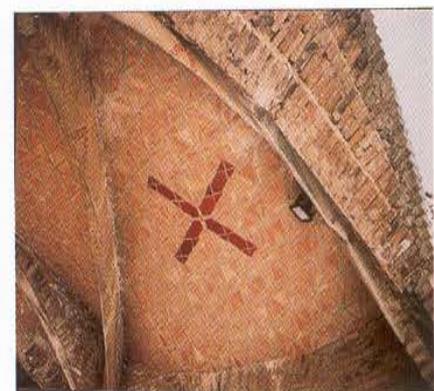
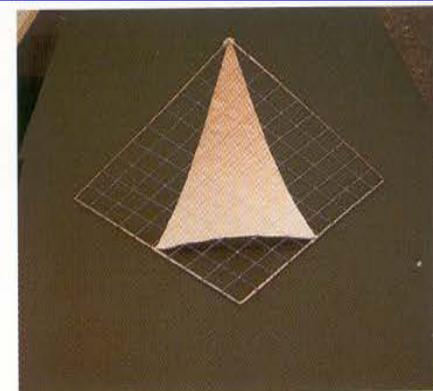
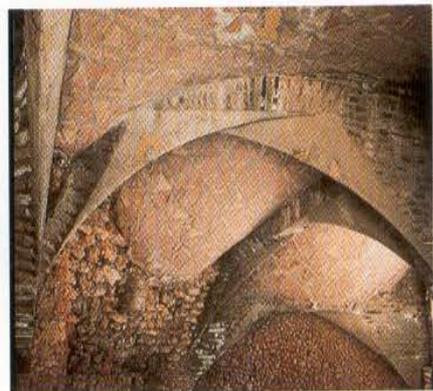
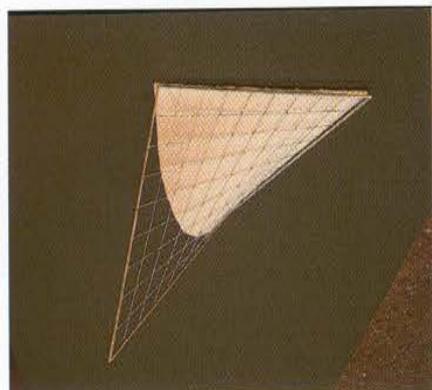
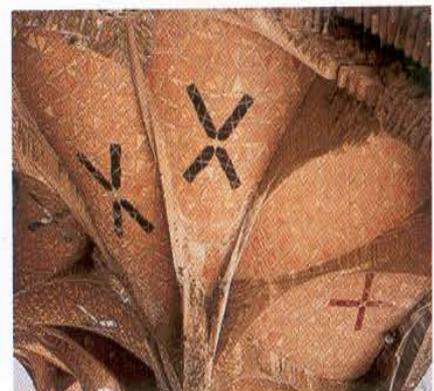
Gaudi: “El uso de las superficies regladas es lógico por su superioridad plástica y su facilidad constructiva”

Techo de la nave central de la Sagrada Familia



Superficies regladas

Parabolide hiperbólico

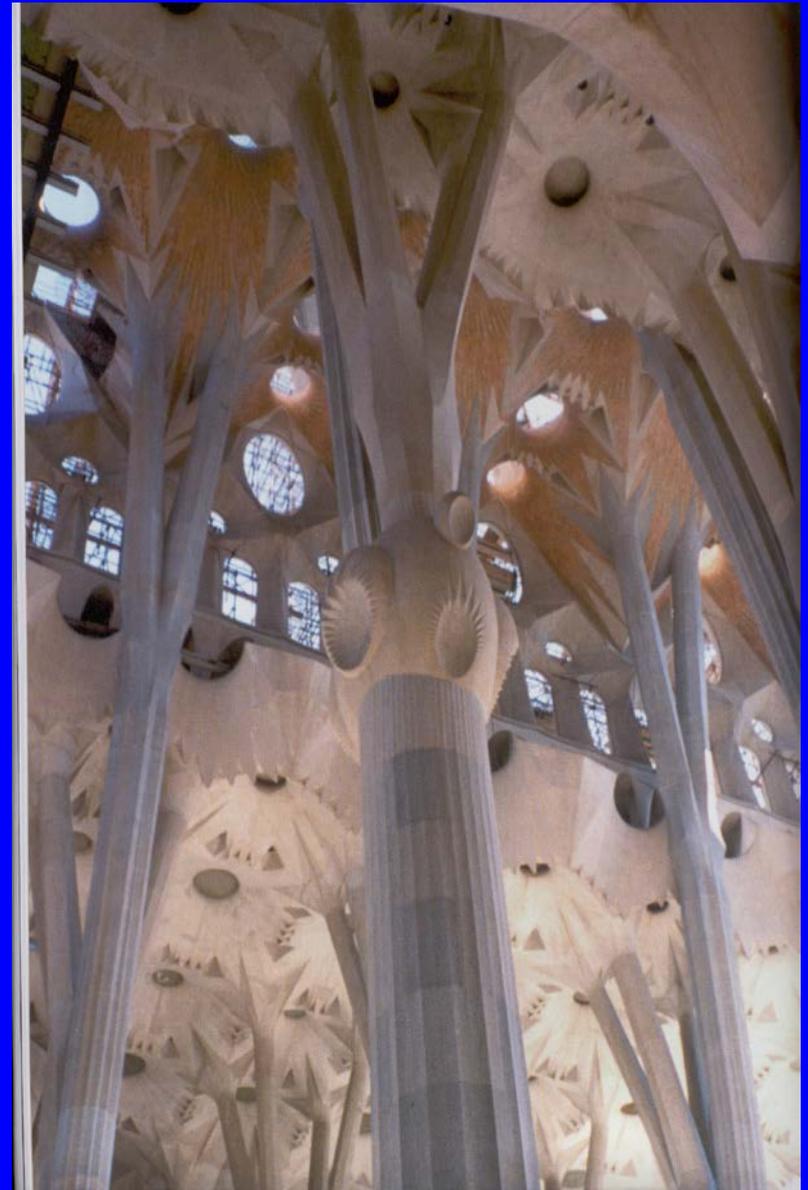
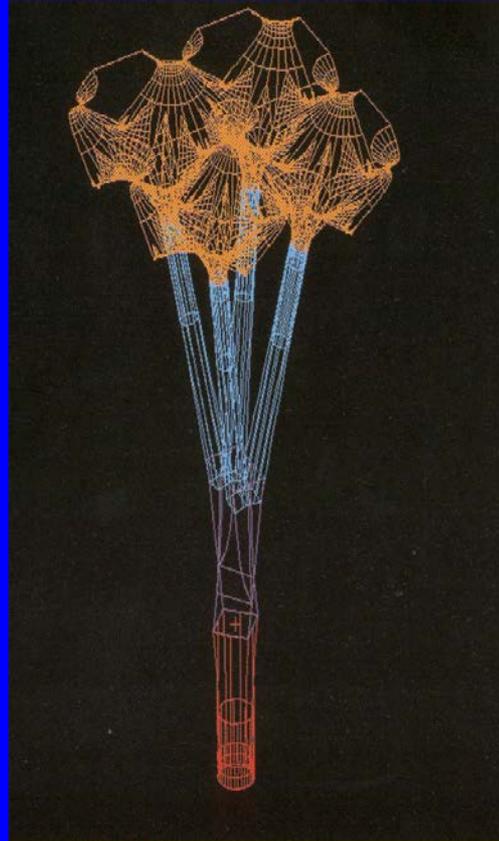


Soportal de la iglesia de la Colonia Güell

Félix Candela, Eduardo Torroja, ...
J.I. Díaz



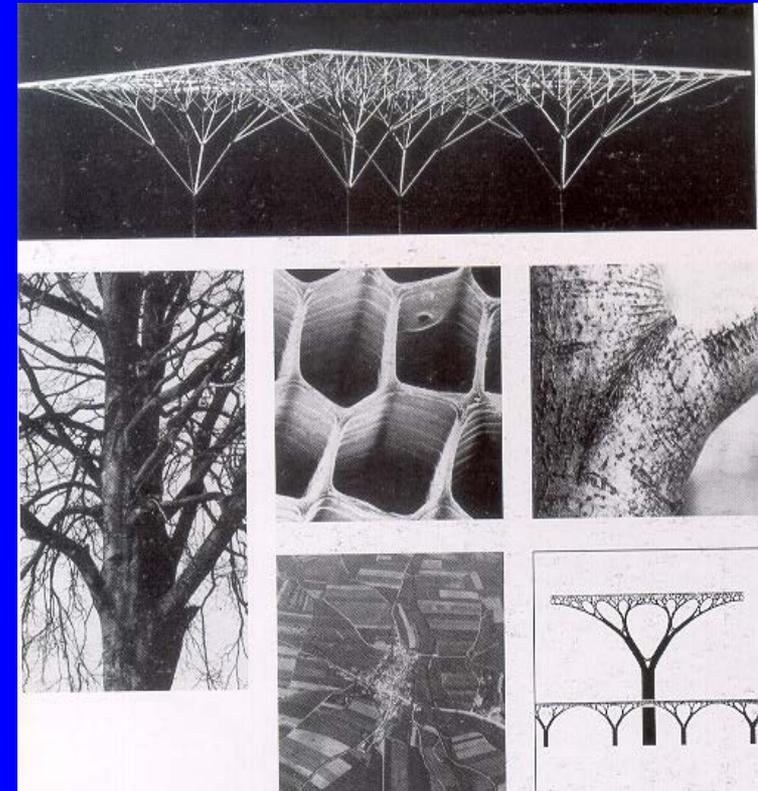
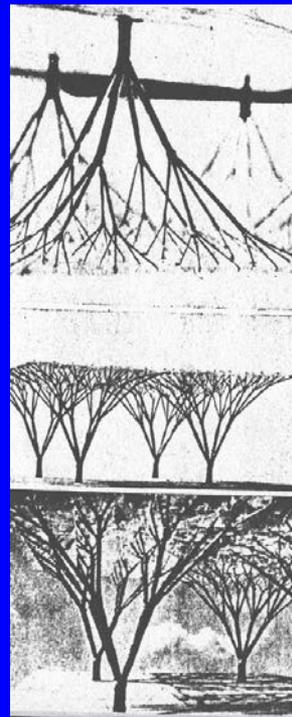
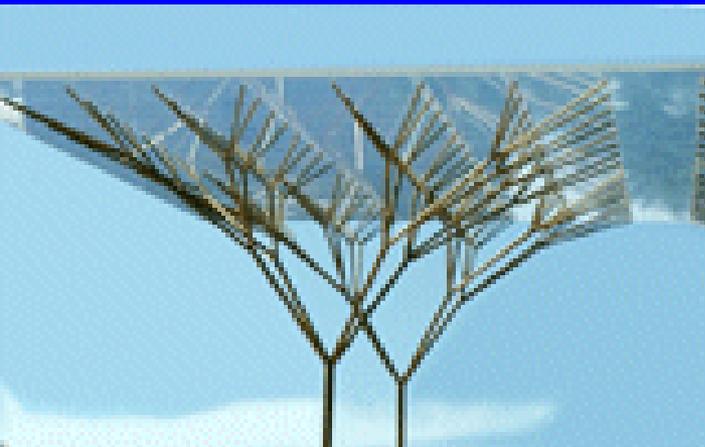
Gaudi: fractalidad en el crecimiento de las ramas de los árboles



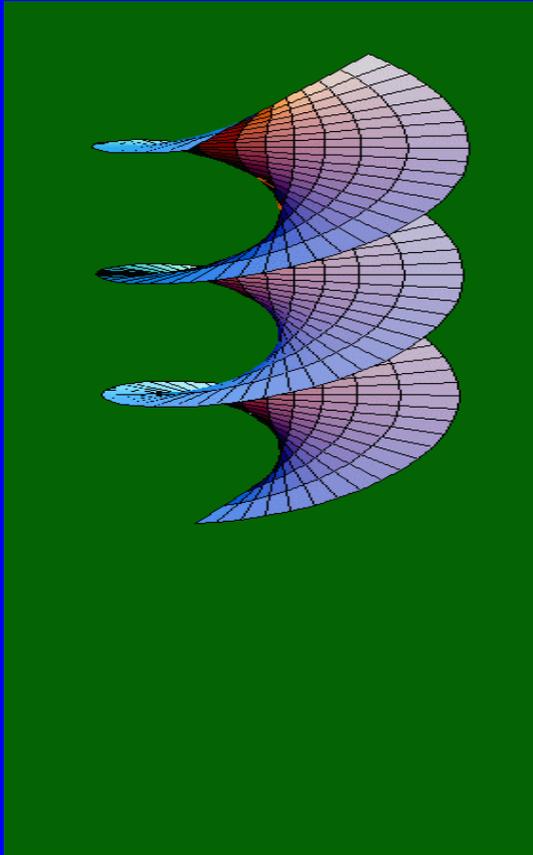
Estructuras arboriformes (fractales) Frei Otto, ...

Trabajo a compresión, menor
pandeo, menor sección

Yale University (1960)



Deformación de una catenoide a una helicoide

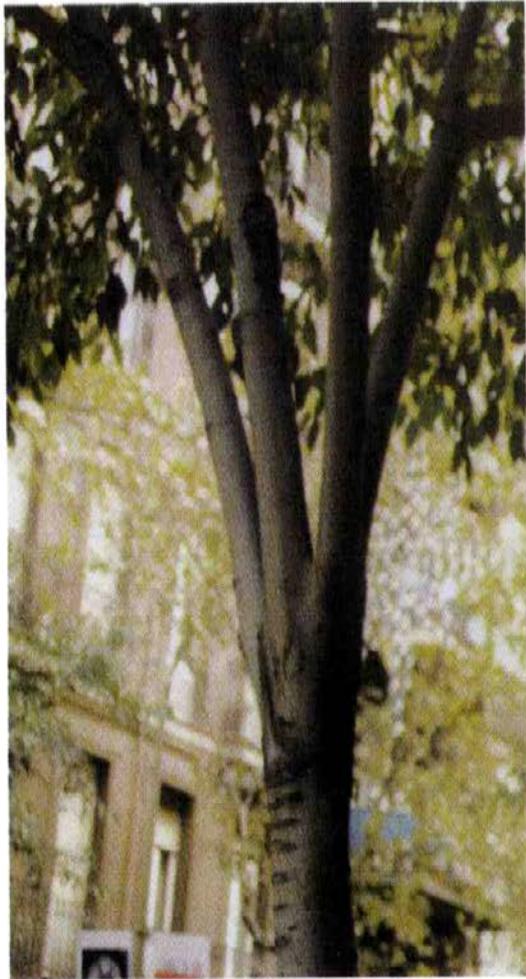


Escalera de una
torre de la Sagrada
Familia

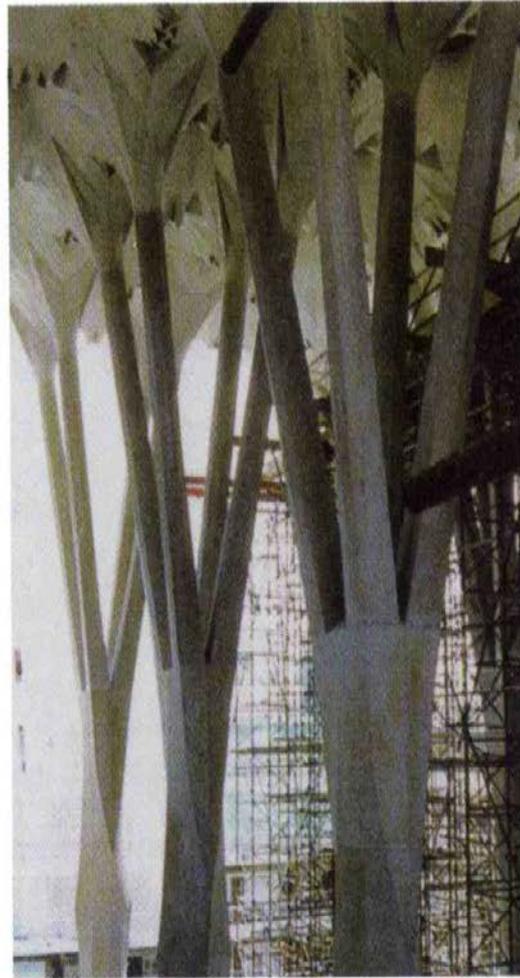


Gaudí. La búsqueda de la forma

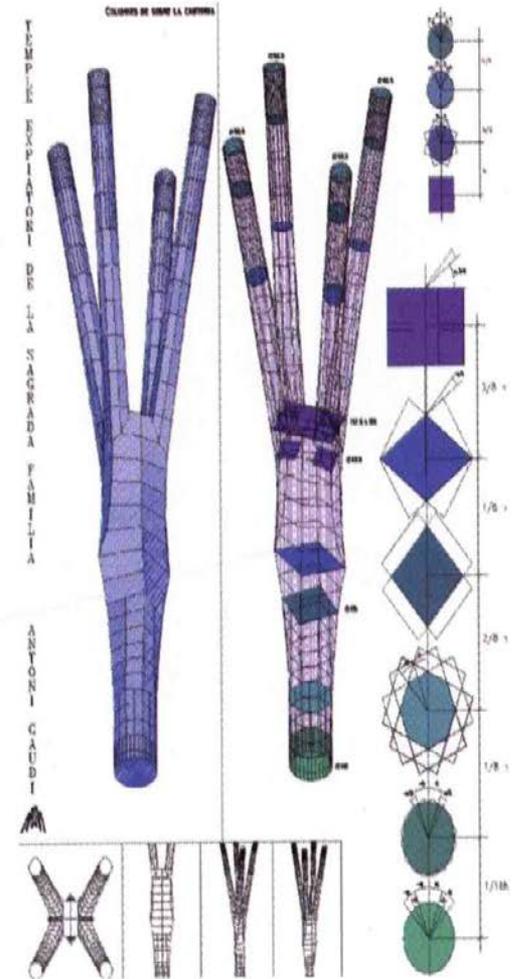
Columna de doble giro: Transición continua de formas y perfiles



Tronco y ramas de un árbol



Columnas arboladas del templo de la Sagrada Família

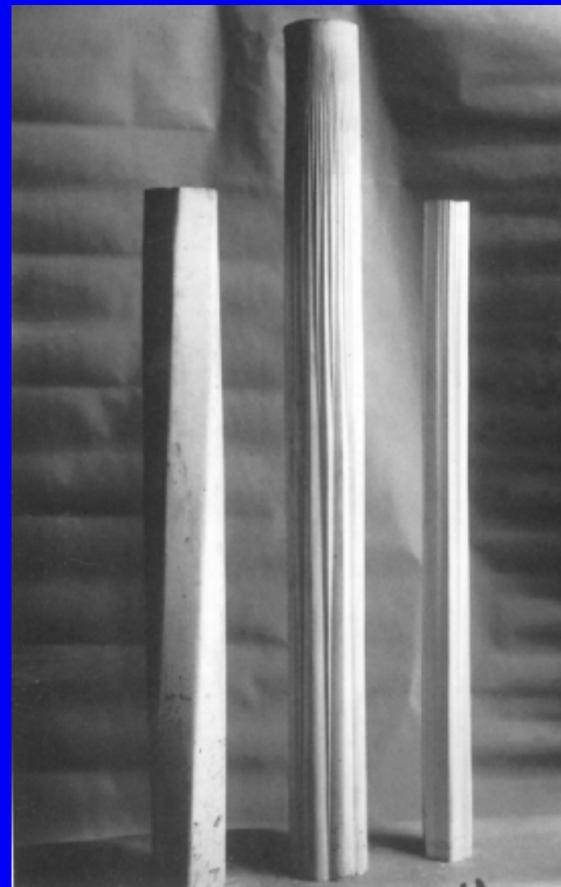
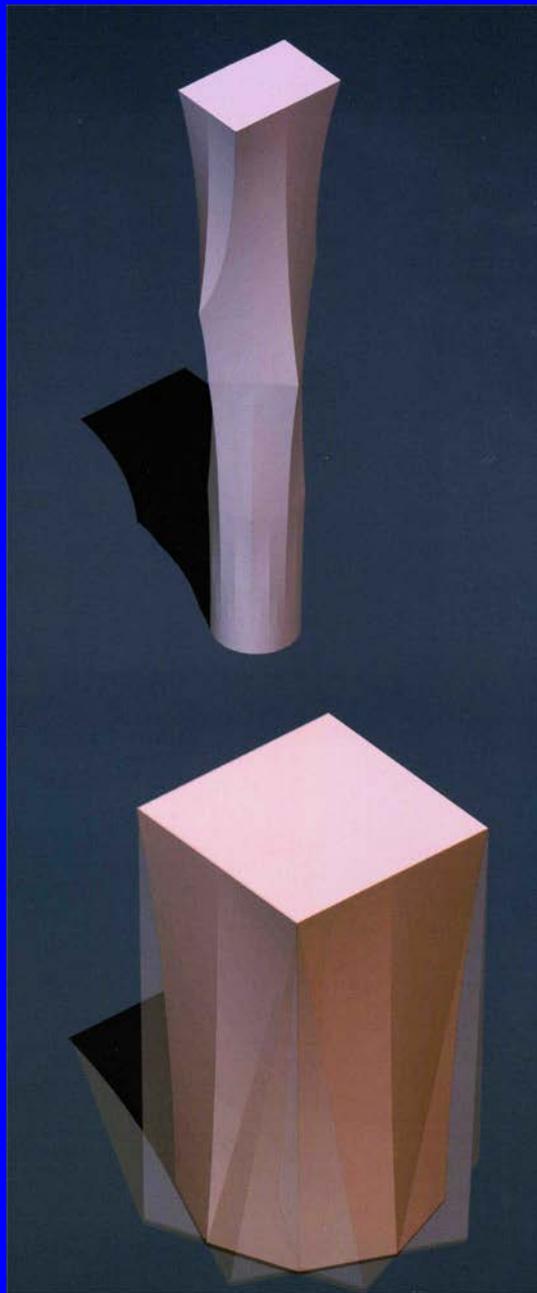


Esquemas geométricos de la columna rectangular de la nave del templo de la Sagrada Família





24/08/2023

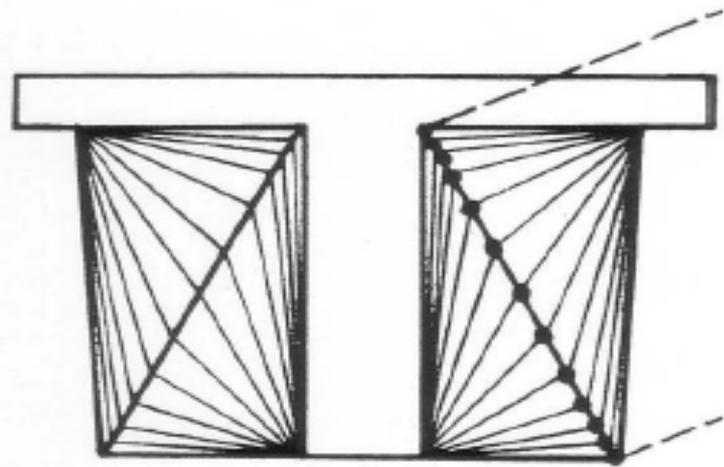
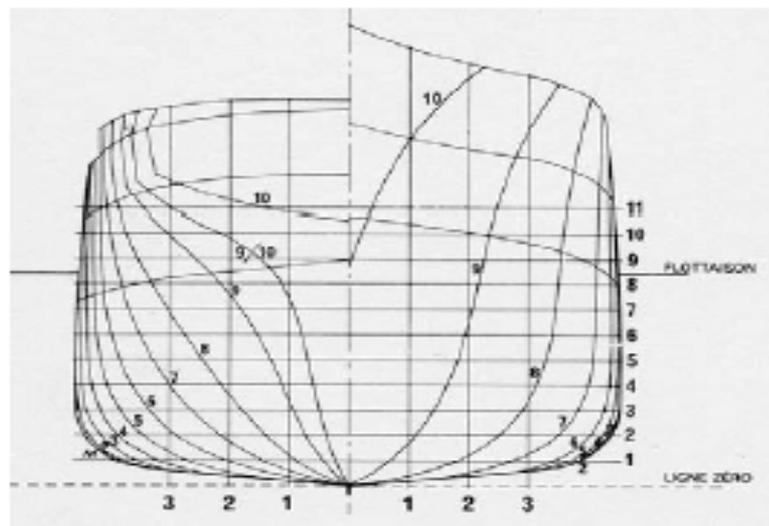
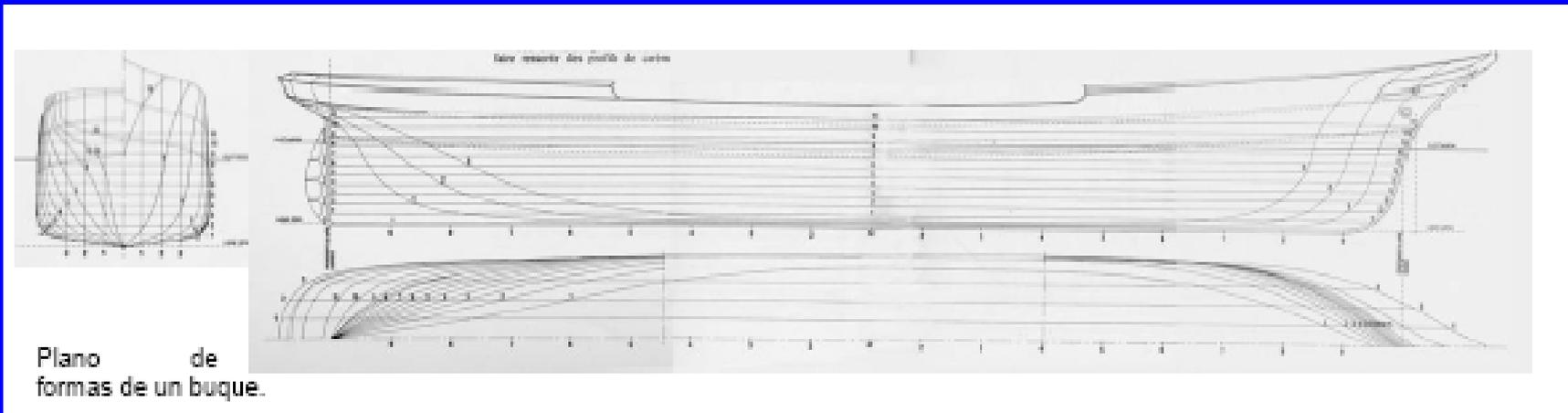


J.I. Díaz



41

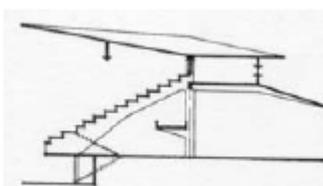
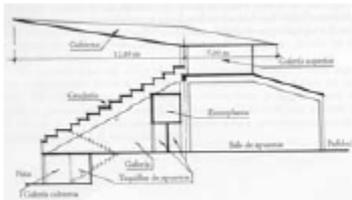
Transición continua de formas y perfiles en barcos y en otros arquitectos e ingenieros



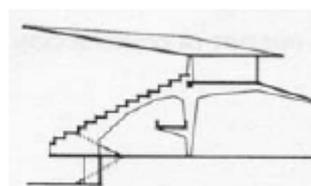
Comparación de plano de formas de un barco y plano de formas de un a viga de la plataforma de la Ópera de Sydney.

HIPÓDROMO DE LA ZARZUELA. MADRID, 1935.

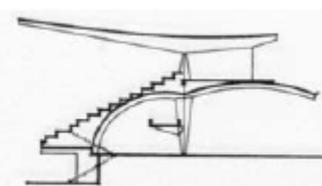
C. Arniches, L. Domínguez y Eduardo Torroja. Con la empresa constructora Agroman E.C.



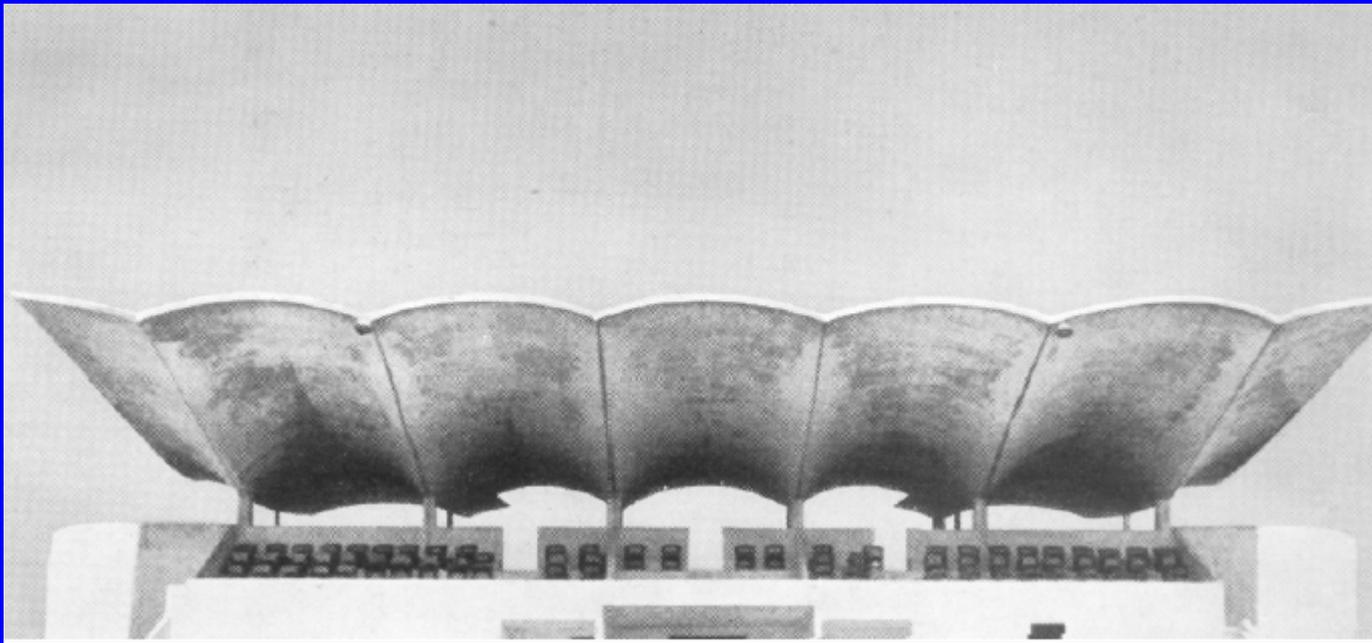
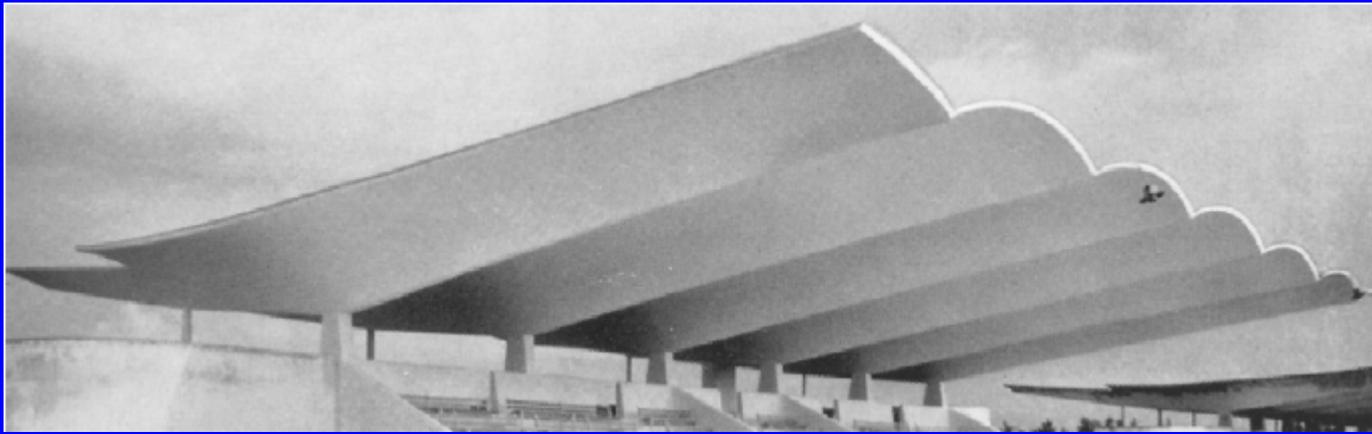
PRIMERA REVISION

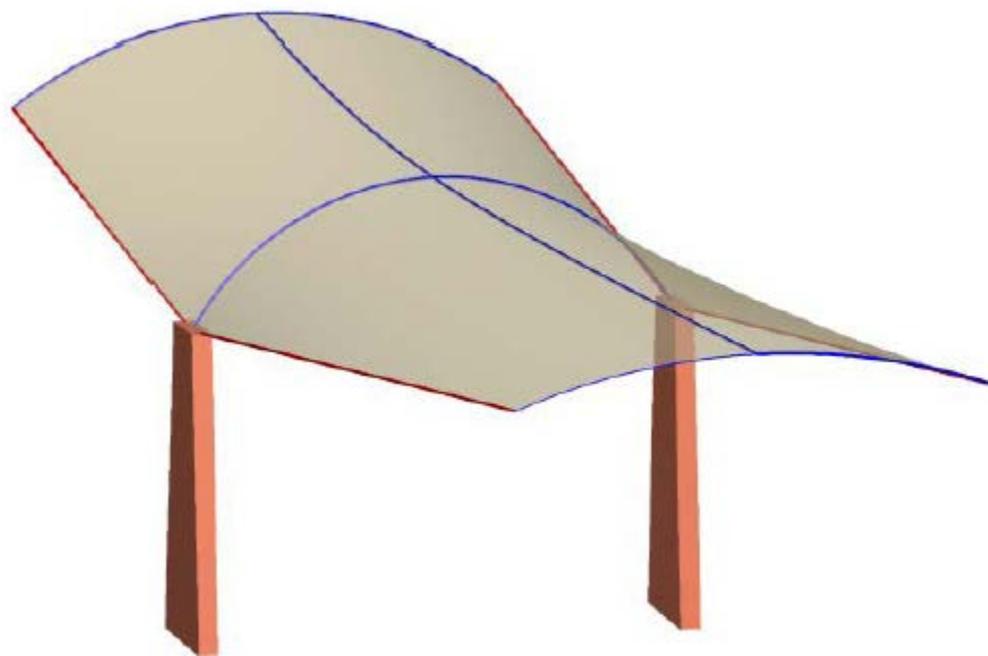
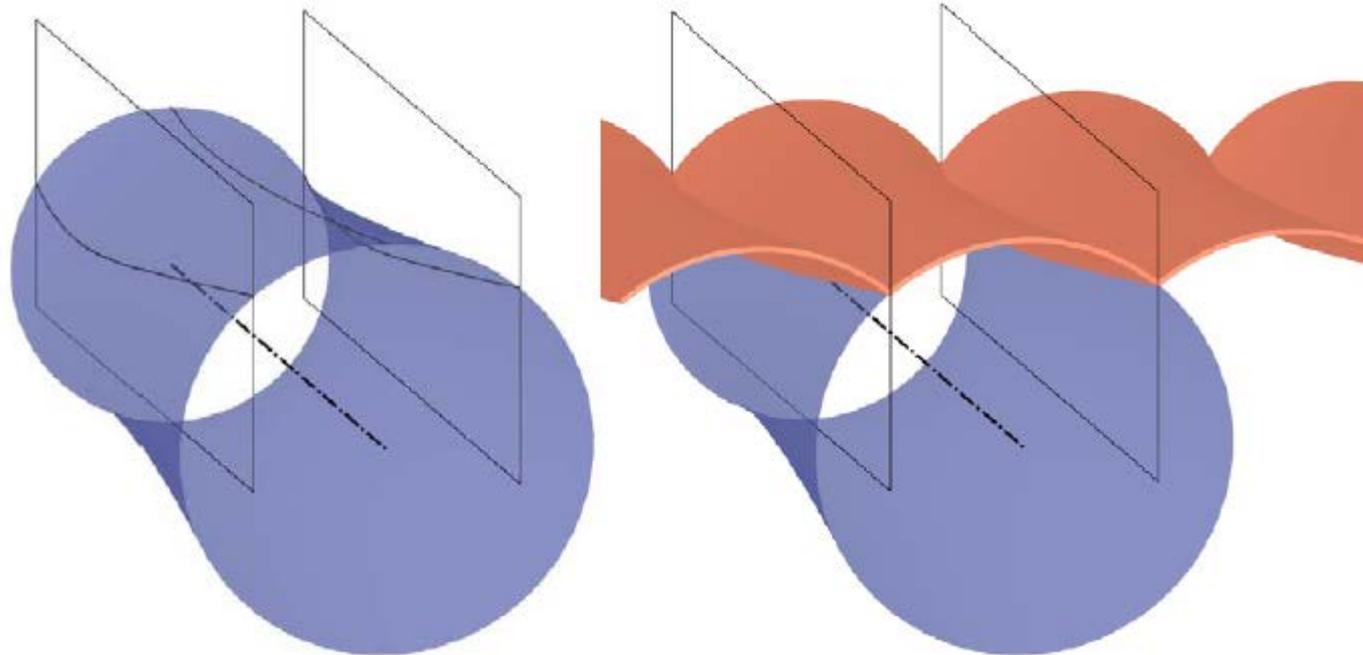


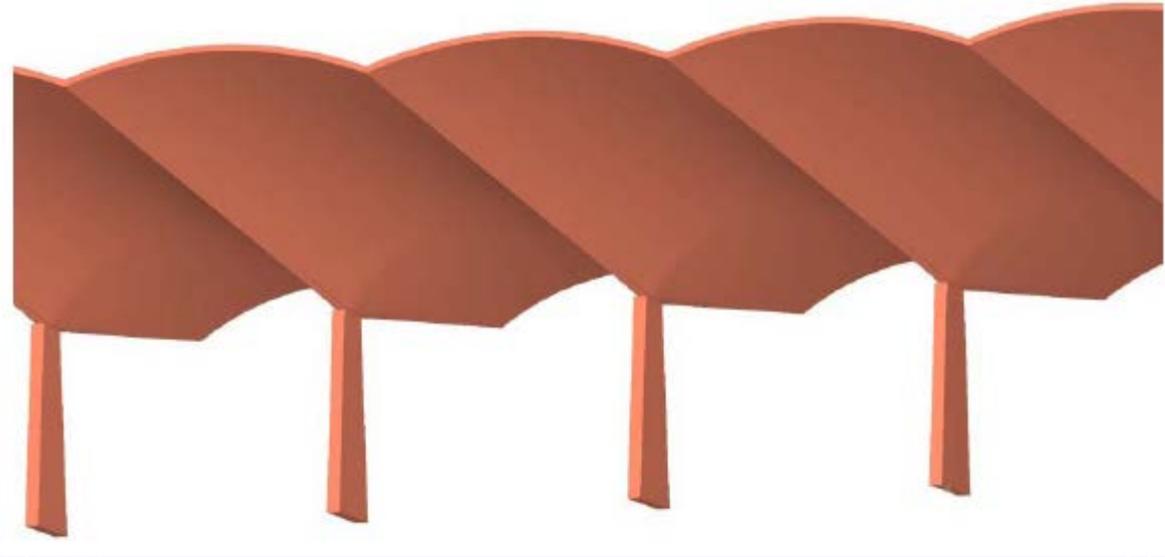
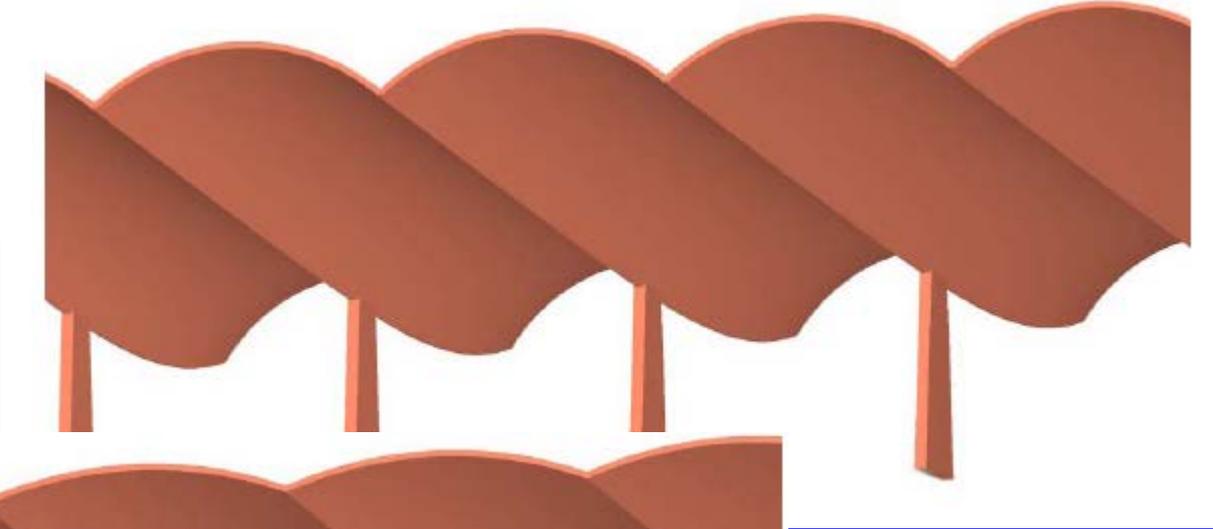
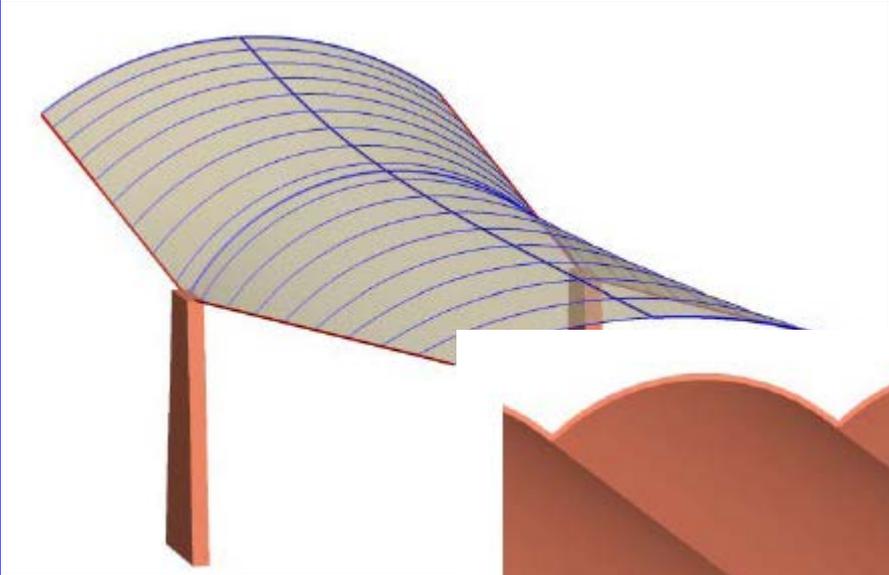
SEGUNDA REVISION

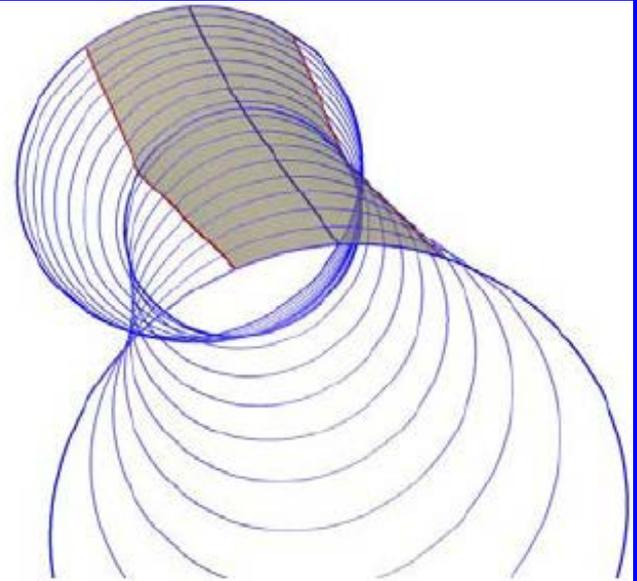
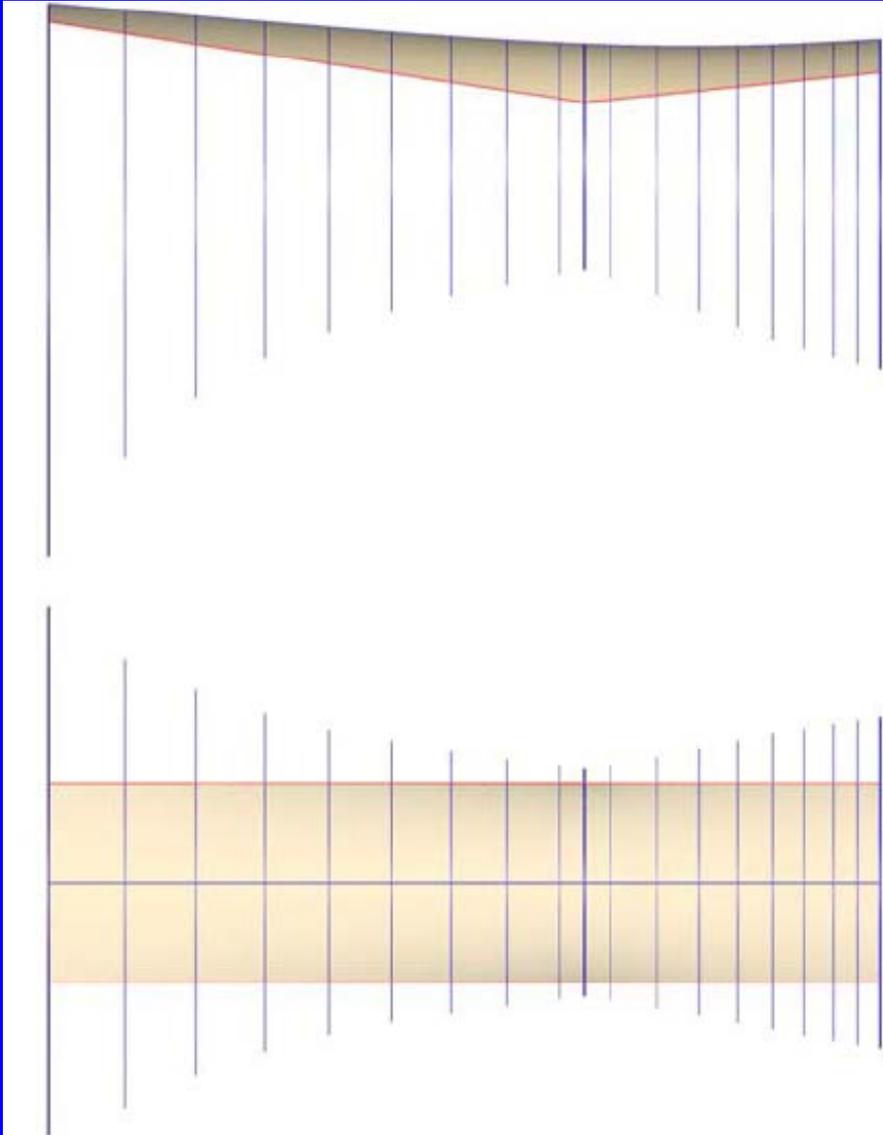


REVISION FINAL









E. Torroja, The Structures of Eduardo Torroja, F. W. Dodge Corporation, New York, 1958.

“Las posibilidades de encontrar un modelo matemático son nulas en las presentes fechas”

On slender shells and related problems suggested by Torroja's structures

J. I. Díaz *and E. Sanchez-Palencia †



