

John von Neumann (1903-1957) y la previsión del tiempo



JOHN VON NEUMANN
1903-1957

A handwritten signature in cursive script that reads "J. von Neumann". The signature is written in dark ink on a light background.

J.I. Díaz

Real Academia de Ciencias

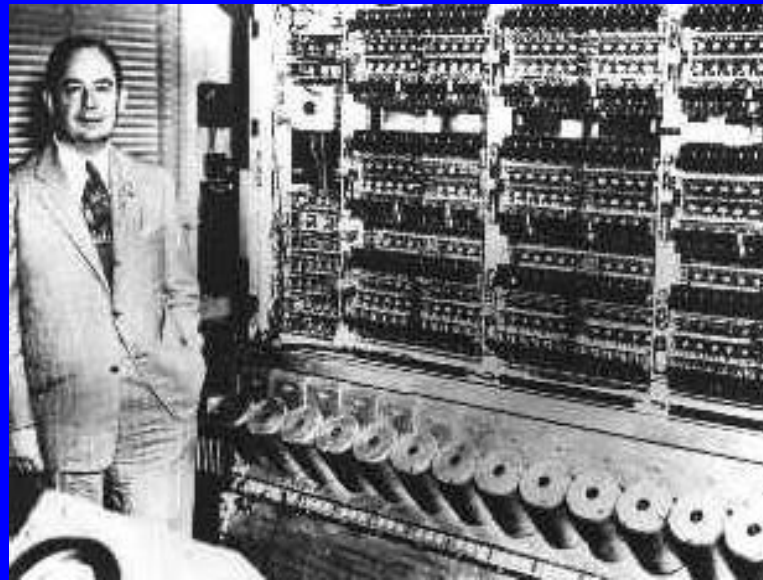
5 de marzo de 2003

Plan

- 1. von Neumann, los inicios de la predicción numérica del tiempo y del diseño de grandes ordenadores**
- 2. Breve semblanza biográfica**
- 3. Modelos atmosféricos barotrópicos**
- 4. Criterio de estabilidad computacional de von Neumann**
- 5. El problema de von Neumann: control del clima**
- 6. Reflexiones desde nuestros días**
- 7. Epílogo**

1. von Neumann, los inicios de la predicción numérica del tiempo y del diseño de grandes ordenadores

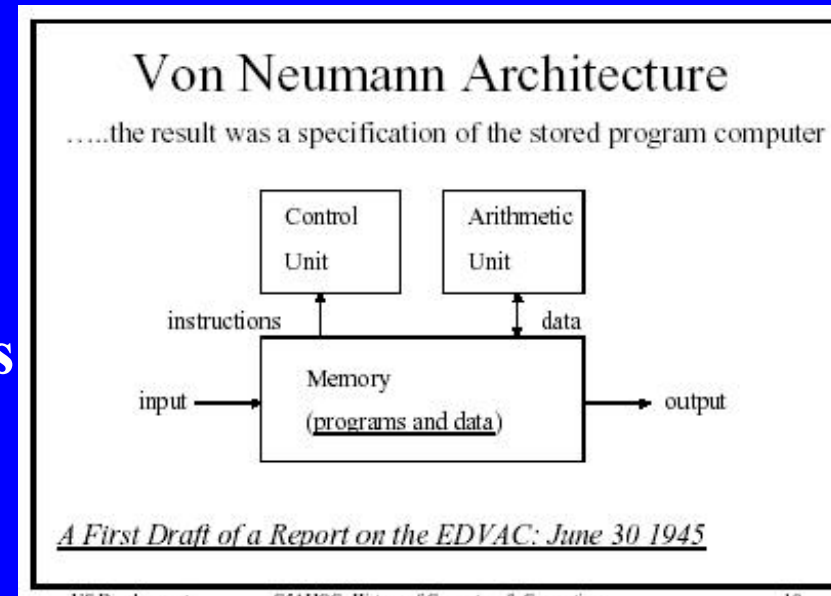
John von Neumann escogió la Meteorología Numérica como futuro banco de pruebas del ordenador del *Institut for Advanced Study* (IAS Princeton).



Tema suscitado por V. Zworykin (ingeniero eléctrico de RCA) en 1945 y C.G. Rossby (1898-1957) en 1946

El ENIAC se construyó en 1944 sin intervención de von Neumann. Nombrado más tarde consultor.

J.P. Eckert (creador junto a J.W. Mauchly) le pregunta cómo superar los problemas de memoria



Famosa controversia con los ingenieros de Pensilvania creadores de este último

Participación en el diseño del gran ordenador EDVAC en 1947. Más tarde también diseñaría otros grandes computadores para el IAS de Princeton.

En un informe a L. Straus (director del IAS) en 1947, presenta una lista de temas que el ordenador debería abordar: ecuaciones en derivadas parciales no lineales en Hidrodinámica, Elasticidad, experimentos estadísticos, Astrofísica, Física Atómica, Cristalografía, etc.

En 1956 un tercio del tiempo del ordenador es para la Meteorología “ejemplo primordial de fenómenos no lineales complejos, anteriormente inaccesibles a la investigación matemática” (H. Goldstein)

Hasta ese tiempo la predicción meteorológica = “arte” (isobaras e isotermas dibujadas a mano sobre mapas almacenados en *mapotecas*), experiencia personal en memorizar situaciones pasadas,...

Nuevo enfoque propuesto por von Neumann (1947).

1. Modelización Física (trabajos iniciales de Euler, Navier y Stokes, Kelvin, Rayleigh, Helmholtz y otros, hasta llegar a V. Bjerknes en 1904 y especialmente L. Richardson en 1922 y C.G. Rossby en 1942).



2. Técnicas numéricas y gráficas (procesos de aproximación para suplir la imposibilidad de obtener soluciones explícitas)

3. Toma y almacenamiento de datos (para representar adecuadamente las condiciones de contorno e iniciales)

4. Computación en grandes ordenadores (pronóstico diario en tiempo real)

Programa impulsado por la Segunda Guerra Mundial: en 1946 von Neumann elevó a la Navy una propuesta con un plan temporal muy detallado

Contratación de cinco o seis meteorólogos jóvenes adscritos al IAS (J. Charney (1917-1981), Fjortoft y como asesor E. N. Lorenz)



Comienzo con experiencias previas en el ENIAC sobre un modelo barotrópico (bidimensional) propuesto por Charney (1949): von Neumann cuidaba de los aspectos ligados al tratamiento numérico de los modelos, condiciones de contorno, etc.

Criterio de estabilidad computacional (1948) que mejoraba el famoso criterio de Courant, Friedrichs y Lewy de 1928

ENIAC (36 horas para pronosticar 24). El pronostico para el 31 de Enero de 1949 fue muy bueno constituyendo un hecho histórico en la Meteorología con el que se abría una nueva era.

En el IAS: modelo baroclínico propuesto por N. Phillips que por su carácter tridimensional permitía la predicción de posibles tormentas

Pronóstico de 24 horas en 10 minutos de Cálculo (que equivalían a 8 años de cálculo para una pequeña computadora de la época). Aplicado con gran éxito prediciendo una gran tormenta para el día de Acción de Gracias de 1950.

En 1953, el pronóstico a corto plazo estaba tan redondeado que dejó de tener un interés prioritario el IAS. Nuevo reto: diagnóstico a más largo plazo (modelos de Circulación General de la Atmósfera de Phillips en 1955)

Instalación de von Neumann en Washington (Comisión de Energía Atómica). El IAS suspendía su programa sobre Meteorología Numérica y Charney y Phillips se establecían en el MIT de Massachusetts

Sin embargo, el programa de von Neumann había abierto una nueva época en la Ciencia. El **Cálculo Científico** permite tratar, hoy día, fenómenos de una gran complejidad, revolucionando el proceso de simulación y validación de los modelos.

Sólo una mente privilegiada como la de von Neumann podía haber tenido la capacidad y confianza en hacer realidad algo inimaginable hace unas décadas.

J. Dieudonné [1976]: “Poseía una habilidad excepcional para organizar y axiomatizar situaciones complejas que a priori no parecían encauzables a un tratamiento matemático

http://www.neumann-centenarium.hu/john_von_neumann.html

www.dcs.warwick.ac.uk/bshm/meetings.html

John von Neumann Centenary Meeting, Saturday
29th November 2003, University
of Greenwich

2. Breve semblanza biográfica

Numerosas referencias... J.I. Díaz: “John von Neumann: precursor del Cálculo Científico”. En, *Historia de la Matemática en el siglo XX*, Real Academia de Ciencias de Madrid, 1998

Obras “completas” (Taub 1963)

Volumen 1: Lógica, Teoría de Conjuntos y Mecánica Cuántica.

Volumen 2: Operadores, Teoría Ergódica y Funciones casi-periódicas.

Volumen 3: Anillos de Operadores.

Volumen 4: Geometría Continua y Estadística.

Volumen 5: Diseño de Computadoras, Teoría de Automatas y Análisis Numérico.

Volumen 6: Teoría de Juegos, Astrofísica, Hidrodinámica y Meteorología

Nació en Budapest (Hungría) el 28 de Diciembre de 1903 en el seno de una familia acomodada de origen judío: su padre, Max, era banquero

(Jansci, derivado de János y más tarde Johnny, desde que occidentalizó su nombre sustituyendolo por John)

En 1913 su padre *adquirió* el título nobiliario de *margittai*. Hacia 1921 János firma en Alemania como Johann Neumann von Margitta. Años más tarde John von Neumann.

Institutrices francesas y alemanas. Leyendas sobre su precocidad, su memoria excepcional y su rapidez de cálculo mental y escrito.



Entre 1911 y 1921 asistió al *Gymnasium Luterano* de Budapest en el que coincidió con E. Wigner, Premio Nobel de Física de 1963.

Dilema al finalizar sus estudios secundarios: banquero o matemático. Su padre pidió consejo a Th. von Karmán, amigo de la familia, quien propuso una solución alternativa: **químico**.

Estudios universitarios en tres países: Químicas en Berlín, de 1921 a 1923 (cursos de A. Einstein y E. Schmidt), Ingeniería Química en Zurich, entre 1923 y 1925 (clases de Weyl, Pólya y Schrödinger) y doctorado en Matemáticas en 1926 por la Universidad de Budapest

Primer artículo de matemáticas en 1922, a los 18 años, con Fekete

Dos periodos en su producción científica: **periodo europeo** (entre 1921 y 1930),
Beca Rockefeller (1926/27 Universidad de Göttingen (Alemania), D. Hilbert (visitas a Heidelberg) y coincidiría también con J.R. Oppenheimer.



Plaza de Privatdozent en Berlín (1927-1929, el más joven de la historia de esa Universidad),
Privatdozent (Universidad de Hamburgo, 1929/1930)



Periodo en Estados Unidos. Primera visita en 1930 (Princeton , O. Veblen geómetra). Antes de realizar este viaje, en Diciembre de 1929, se casó con Marietta Kövesi (se convertiría al catolicismo previamente)

1930-1933 Profesor Visitante en la Universidad de Princeton simultaneamente Profesor de la Universidad de Berlín hasta la llegada al poder del partido nazi en 1933.

En 1933 se crea en Princeton el Institut for Advanced Study (IAS), sin docencia regular: J.W. Alexander, A. Einstein, M. Morse, O. Veblen, H. Weyl y J. von Neumann (29 años, el más joven)

En el IAS hasta su muerte en 1957: fallidos intentos para acomodarse en el MIT de Massachusetts(1945, N. Wiener), UCLA (California), Marzo de 1956, ya enfermo,...

Numerosos contratos de investigación para organismos oficiales, la mayor parte relacionados con **Defensa**



(Scientific Laboratory de Los Alamos (New Mexico) entre 1943 y 1955, el **Ballistic Research Laboratory** de Alberden (1940-1957) y el centro de Silver Spring (1947-1955), ambos en Maryland y sus nombramientos en Washington: Navy Bureau of Ordnance (1941-1955), Reseach and Development Board (1948-1953), **Armed Forces** (1950-1955) y el que él más estimaba: la **Atomic Energy Commision** (1954-1957).



4. Modelos atmosféricos barotrópicos

Claude Navier (1785-1836), Sir George Gabriel Stokes (1819-1903)

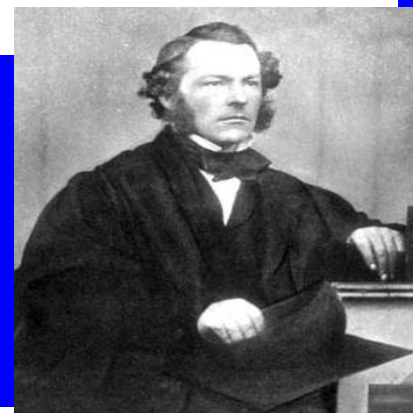
$$\frac{\partial v_i}{\partial t} + \sum_{j=1}^3 v_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} - g\delta_{i3} + f_{ri}, \quad i = 1, 2, 3,$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \sum_{j=1}^3 v_j \frac{\partial \rho}{\partial x_j} = -\rho \operatorname{div}(\vec{v}).$$

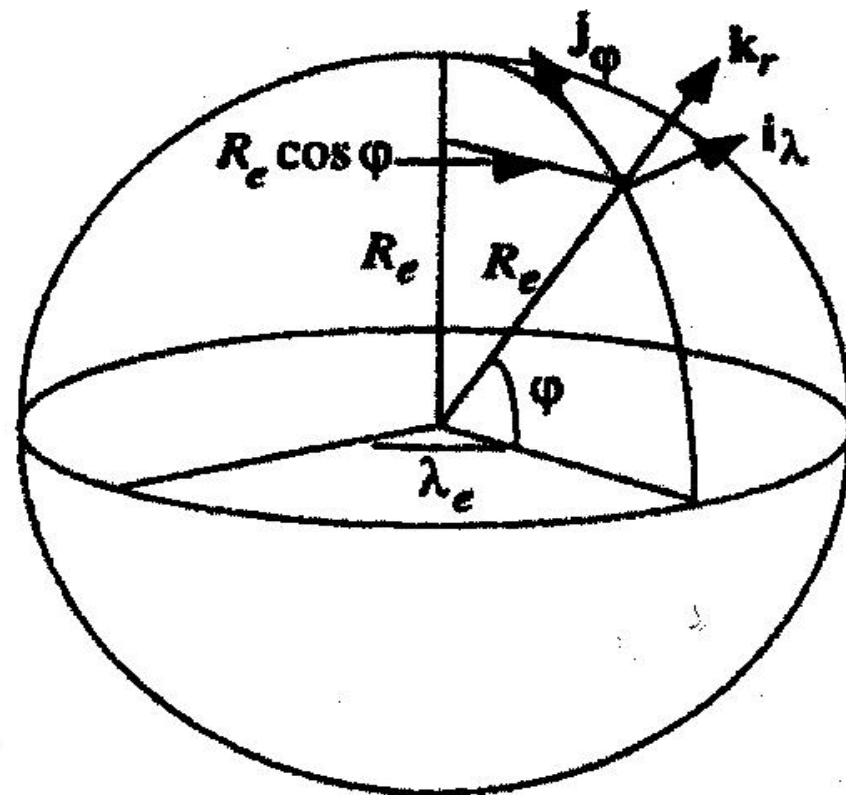
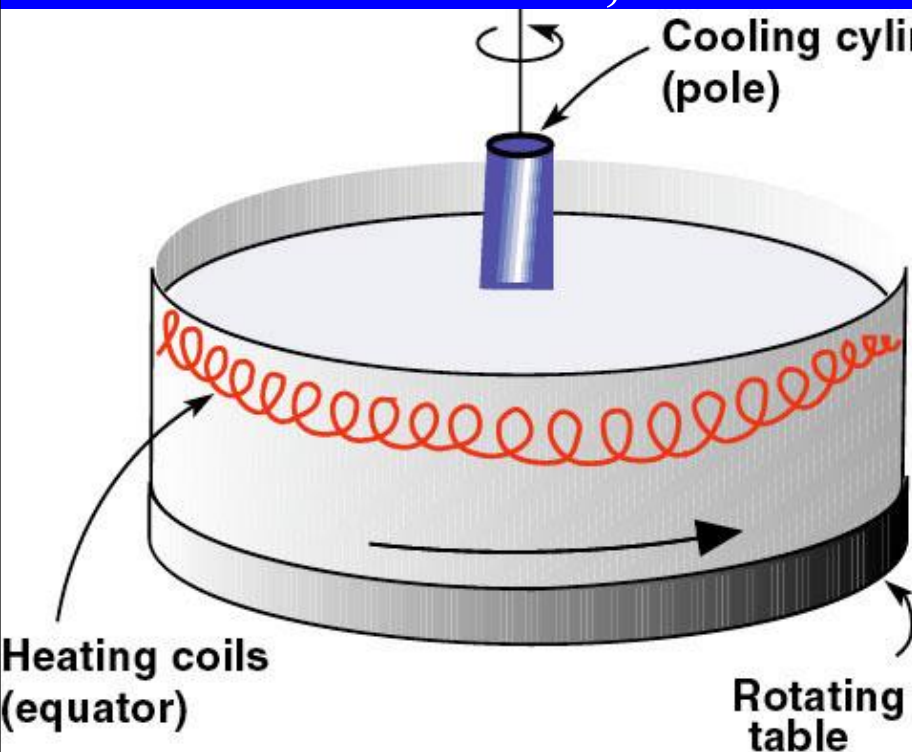
$$p = \rho R T.$$

$$C_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + \sum_{j=1}^3 v_j \frac{\partial T}{\partial x_j} \right) = \frac{RT}{p} \left(\frac{\partial p}{\partial t} + \sum_{j=1}^3 v_j \frac{\partial p}{\partial x_j} \right) + Q,$$

$$\frac{\partial q}{\partial t} + \sum_{j=1}^3 v_j \frac{\partial q}{\partial x_j} = Q',$$



Meteorología: sistema no inercial ligado a la Tierra, Fuerza de Coriolis,



© 2001 Brooks/Cole Publishing/ITP

(a)

la capa atmosférica es "delgada" aproximamos la distancia de un punto de la atmósfera al centro de la Tierra por el radio medio de la Tierra

Ecuaciones primitivas de la atmósfera

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{uv \operatorname{tg} \phi}{R_e} + \frac{uw}{R_e} =$$

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + 2\Omega v \operatorname{sen} \phi - 2\Omega w \operatorname{cos} \phi + f_{rx}$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{u^2 \operatorname{tg} \phi}{R_e} + \frac{vw}{R_e} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} - 2\Omega u \operatorname{sen} \phi + f_{ry}$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} - \frac{u^2 + v^2}{R_e} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - g + 2\Omega u \operatorname{cos} \phi + f_{rz}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + u \frac{\partial \rho}{\partial x} + v \frac{\partial \rho}{\partial y} + w \frac{\partial \rho}{\partial z} = -\rho \operatorname{div}(\vec{v}),$$

$$p = \rho R T,$$

$$C_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + w \frac{\partial T}{\partial z} \right) = \frac{RT}{p} \left(\frac{\partial p}{\partial t} + u \frac{\partial p}{\partial x} + v \frac{\partial p}{\partial y} + w \frac{\partial p}{\partial z} \right) + Q,$$

$$\frac{\partial q}{\partial t} + u \frac{\partial q}{\partial x} + v \frac{\partial q}{\partial y} + w \frac{\partial q}{\partial z} = Q',$$

Hipótesis hidrostática, latitudes medias hemisferio Norte, velocidades horizontales m/seg, vertical cm/seg, escala sinóptica,...

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + f v + f_{rx},$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} - f u + f_{ry},$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -g \rho, \quad f = 2\Omega \operatorname{sen} \phi$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + u \frac{\partial \rho}{\partial x} + v \frac{\partial \rho}{\partial y} + w \frac{\partial \rho}{\partial z} = -\rho \operatorname{div}(\vec{v}),$$

$$p = \rho R T,$$

$$C_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + w \frac{\partial T}{\partial z} \right) = \frac{RT}{p} \left(\frac{\partial p}{\partial t} + u \frac{\partial p}{\partial x} + v \frac{\partial p}{\partial y} + w \frac{\partial p}{\partial z} \right) + Q,$$

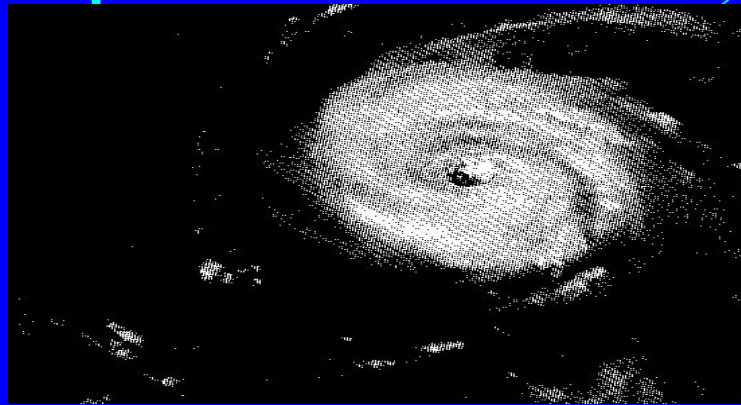
$$\frac{\partial q}{\partial t} + u \frac{\partial q}{\partial x} + v \frac{\partial q}{\partial y} + w \frac{\partial q}{\partial z} = Q'$$

Términos principales para movimientos atmosféricos a gran escala (>3 Km)

$$v = \frac{1}{\rho f} \frac{\partial p}{\partial x}, \quad u = -\frac{1}{\rho f} \frac{\partial p}{\partial y}.$$

Ecuaciones del viento geostrófico

Vientos paralelos a las isobaras, giros contra-reloj



Componente vertical de la vorticidad (rotacional de la velocidad)

$$\zeta = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}.$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + u \frac{\partial \zeta}{\partial x} + v \frac{\partial \zeta}{\partial y} + v \frac{df}{dy} =$$

$$-w \frac{\partial \zeta}{\partial z} - (\zeta + f) \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) + J\left(p, \frac{1}{\rho}\right) + \frac{\partial w}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial f_{ry}}{\partial x} - \frac{\partial f_{rx}}{\partial y},$$

$$J\left(p, \frac{1}{\rho}\right) = \frac{\partial p}{\partial x} \frac{\partial}{\partial y} \frac{1}{\rho} - \frac{\partial p}{\partial y} \frac{\partial}{\partial x} \frac{1}{\rho}.$$

Términos dominantes, aproximación del plano-beta

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + u \frac{\partial \zeta}{\partial x} + v \frac{\partial \zeta}{\partial y} + v \beta_0 = 0,$$

$$\beta_0 = \left[\frac{df}{dy} \right]_{y=0}$$

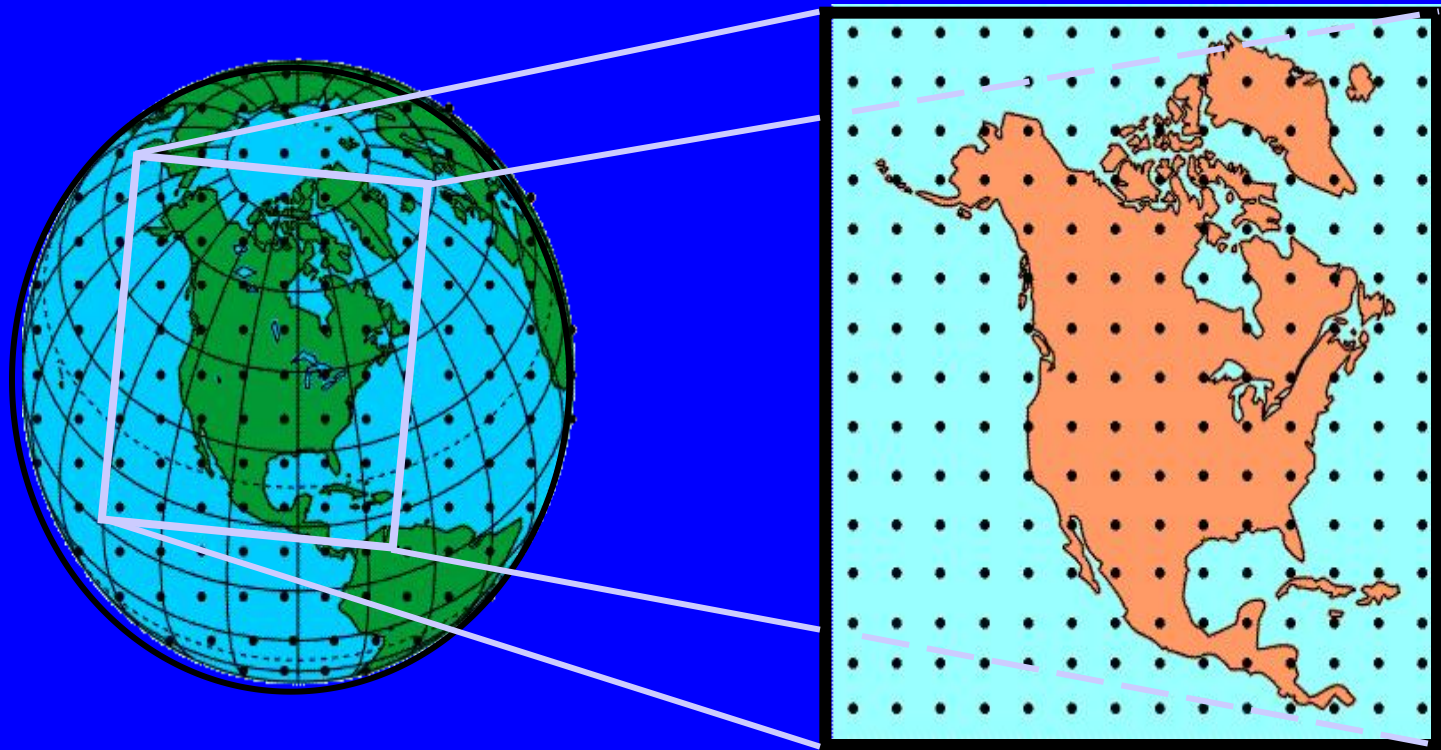
No Lineal

Ecuación barotópica de la vorticidad

J.G. Charney, R. Fjortoft and J. von Neumann:

**“ Numerical integration of the barotropic vorticity equation”,
Tellus, 2 (1950), 237-254.**

Mallado para diferencias finitas: $h=736$ km



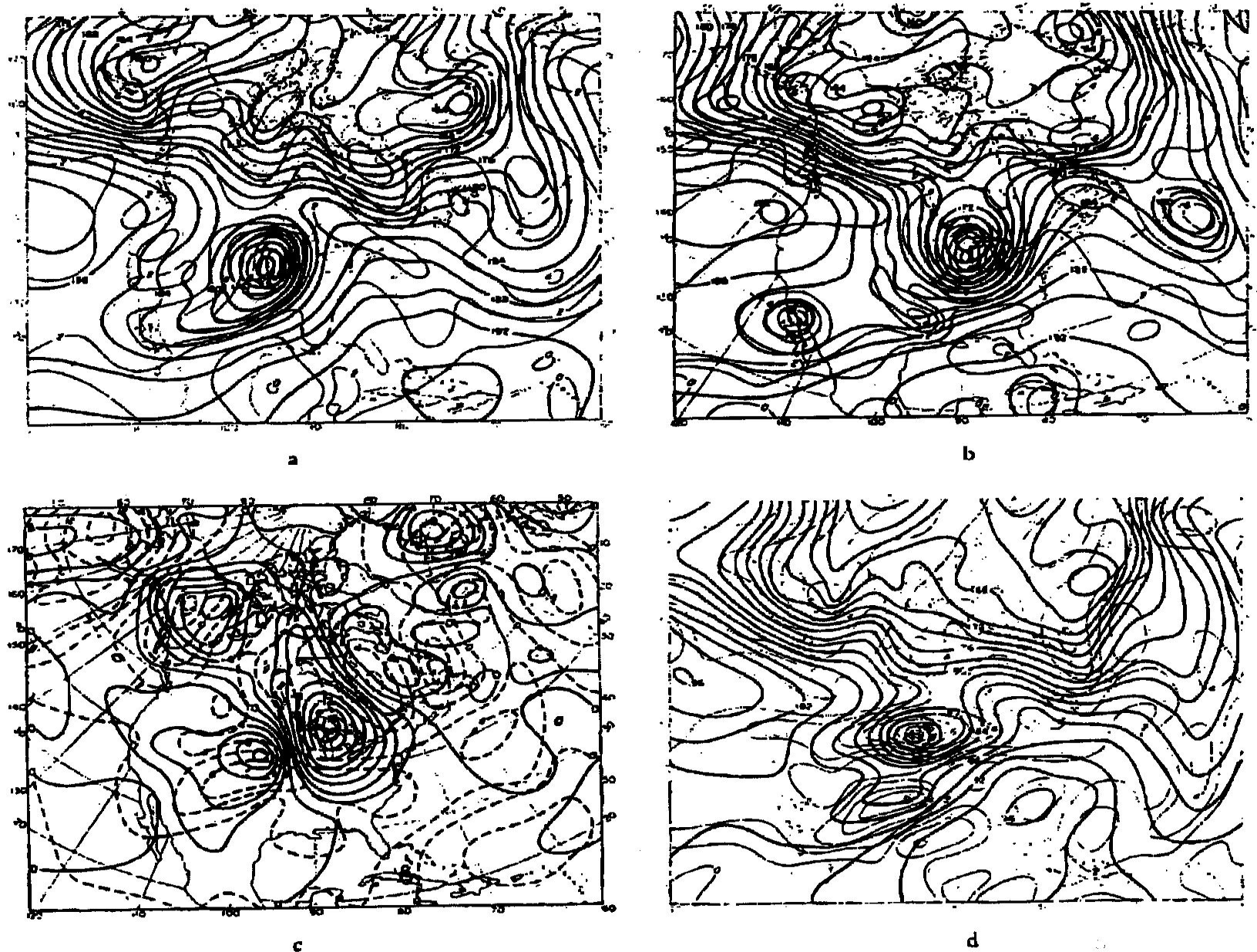


Fig. 2. Forecast of January 5, 1949, 0300 GMT: (a) observed z and η at $t = 0$; (b) observed z and η at $t = 24$ hours; (c) observed (continuous lines) and computed (broken lines) 24-hour height change; (d) computed z and η at $t = 24$ hours. The height unit is 100 ft and the unit of vorticity is $1/3 \times 10^{-4} \text{ sec}^{-1}$.

4. Criterio de estabilidad computacional de von Neumann

The concepts of convergence and stability
• on a very simple example of
linear advective equation with finite differences.

$$\frac{\partial v}{\partial t} + c \frac{\partial v}{\partial x} = 0 \quad \text{linear}$$

$$\text{solution : } v = f(x - ct)$$

$$x - ct = \text{const} : \text{the characteristics}$$

Differential vs. finite-difference equation

$$\frac{\partial v}{\partial t} + c \frac{\partial v}{\partial x} = 0 \Leftrightarrow \frac{\Delta v}{\Delta t} + c \frac{\Delta v}{\Delta x} = 0$$

A “scheme”: a method of expressing the differential equation with finite-differences approximation.

How?

Many, many possibilities!

The most “natural, direct” one:
forward in time, backward in space

$$\frac{V_i^{n+1} - V_i^n}{\Delta t} + c \frac{V_i^n - V_{i-1}^n}{\Delta x} = 0$$

$$V_i^{n+1} = V_i^n - c\Delta t \frac{V_i^n - V_{i-1}^n}{\Delta x}$$

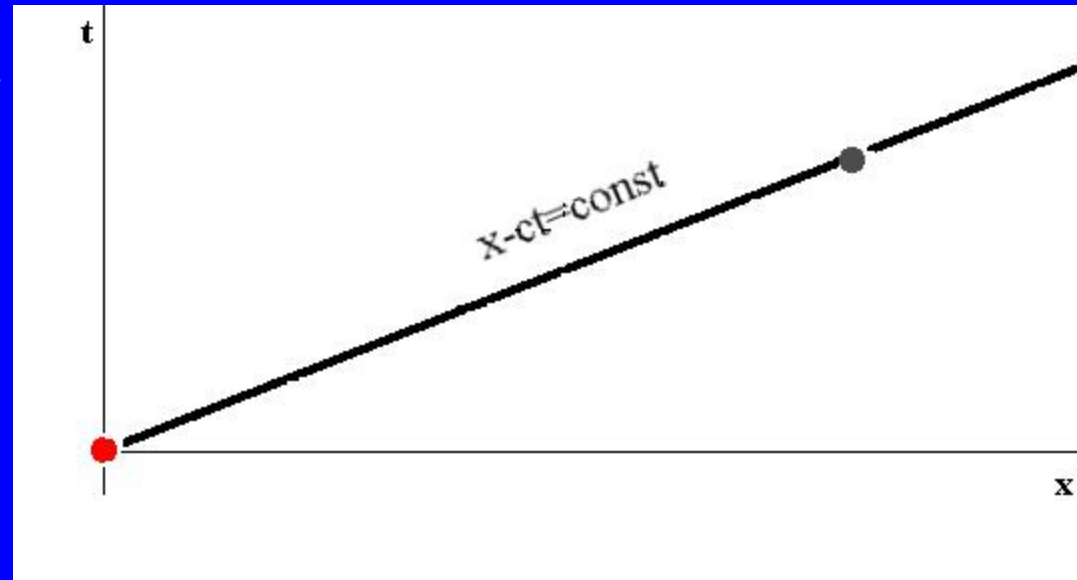
Convergence towards the analytical solution

$$\frac{\partial v}{\partial t} + c \frac{\partial v}{\partial x} = 0$$

$$\text{solution: } v = f(x - ct)$$

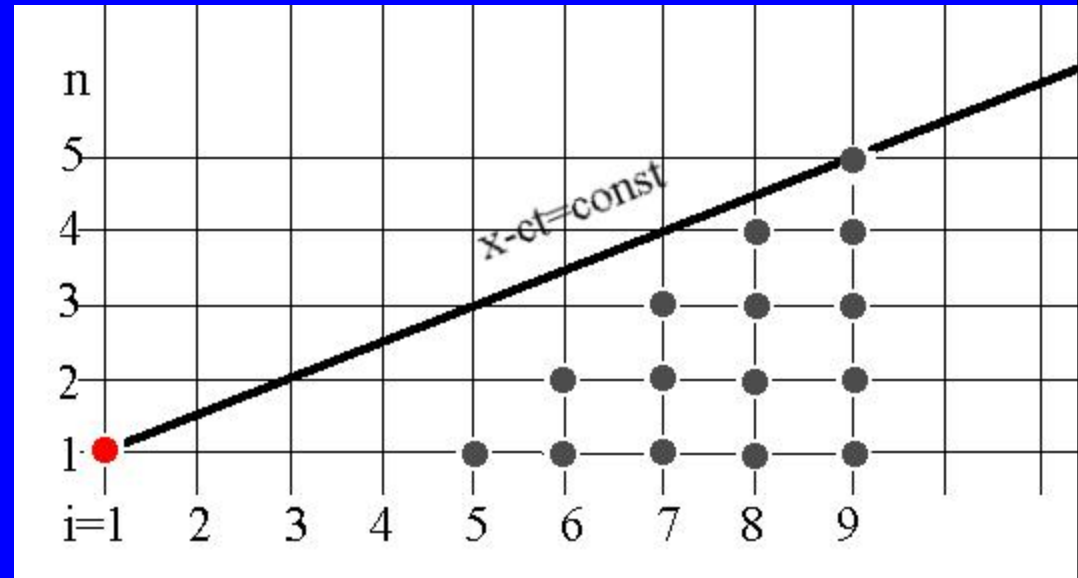
$$x - ct = \text{const} \Rightarrow v = \text{const}$$

(along the characteristics)



Analytical solution
in black point
depends only
on the value
in red point!

Convergence

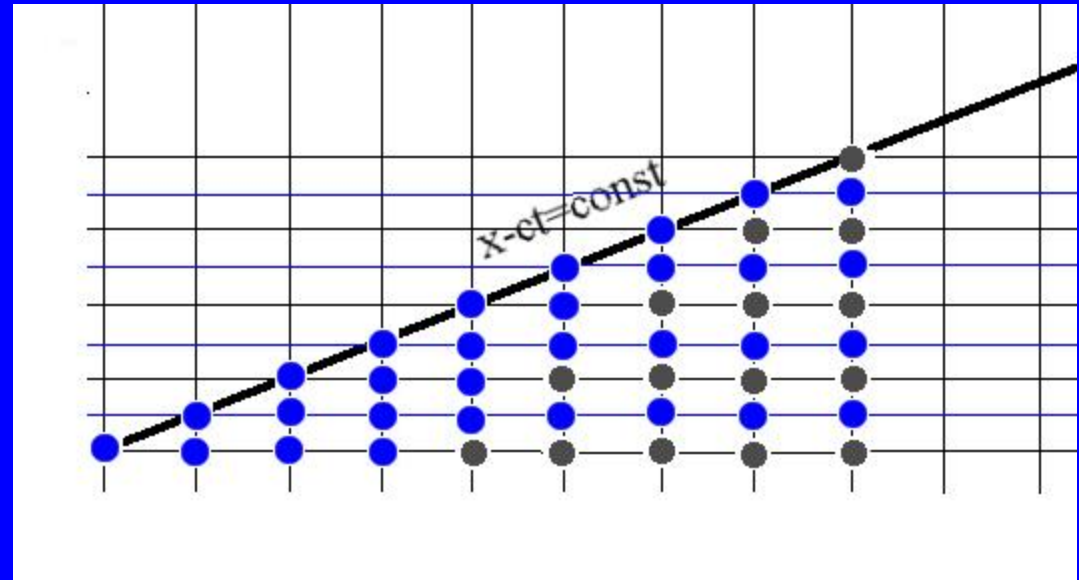


$$V_i^{n+1} = V_i^n - c\Delta t \frac{V_i^n - V_{i-1}^n}{\Delta x}$$

Numerically: the solution in next time step depends on two points in previous time step. In this case no dependance of black point $V(9,5)$ on red point in $V(0,0)$ ☹!

Convergence

If the time resolution Δt is fine enough, the numerical solution in black point depends also on red point in $V(0,0)$ 😊!



$$\frac{c\Delta t}{\Delta x} \leq 1$$

Condition of convergence

Stability of the scheme

$$\frac{V_i^{n+1} - V_i^n}{\Delta t} + c \frac{V_i^n - V_{i-1}^n}{\Delta x} = 0$$

$$V_i^{n+1} = V_i^n \left(1 - \frac{c\Delta t}{\Delta x}\right) + \frac{c\Delta t}{\Delta x} V_{i-1}^n$$

$$V_i^{n+1} = V_i^n (1 - \mu) + \mu V_{i-1}^n$$

V should stay finite when
 $t \rightarrow \infty$ ($n \rightarrow \infty$)!

Stability testing: the energy method

$$\sum (v_j^{n+1})^2 \leq A < \infty$$

$$\sum_{i=1}^I (v_i^{n+1})^2 = \sum_{i=1}^I \left[(1-\mu)^2 (v_i^n)^2 + 2\mu(1-\mu)v_i^n v_{i-1}^n + \mu^2 (v_{i-1}^n)^2 \right]$$

cyclical boundary values $V_0=V_I$, thus

$$\sum_{i=1}^I (v_{i-1}^n)^2 = \sum_{i=1}^I (v_i^n)^2$$

and (Schwarz relation)

$$\sum v_i^n v_{i-1}^n \leq \sqrt{\sum (v_i^n)^2} \sqrt{\sum (v_{i-1}^n)^2} = \sum (v_i^n)^2$$

The sum of squares in next time step depends on the sum of squares in previous time step:

$$\sum_{i=1}^I \left(v_i^{n+1} \right)^2 \leq \left[(1 - \mu)^2 + 2\mu(1 - \mu) + \mu^2 \right] \sum_{i=1}^I \left(v_i^n \right)^2$$

$$\sum_{i=1}^I \left(v_i^{n+1} \right)^2 \leq (1 - \mu^2) \sum_{i=1}^I \left(v_i^n \right)^2$$

This is certainly true if $1 - \mu^2 \geq 0$ ☺!

$$\mu = \frac{c\Delta t}{\Delta x} \leq 1$$

Stability of the scheme

V should stay finite when $t \rightarrow \infty$
($n \rightarrow \infty$)!

$$\frac{c\Delta t}{\Delta x} \leq 1$$

Stability criterion: CFL condition

R. Courant, K.O. Friedrich, H. Lewy, 1928: Über die partiellen Differenzgleichungen der mathematischen Physik. *Math. Ann.* **100**, p. 32.

Other methods for testing stability:

direct method: $\left| V_j^{n+1} \right| \leq A < \infty$

von Neumann's
(spectral)
method: $v(x, t) = \text{Re} \left[\widehat{V}(t) e^{ikt} \right]$
 $V_j^n = \text{Re} \left[\widehat{V}^n e^{ikj\Delta x} \right]$

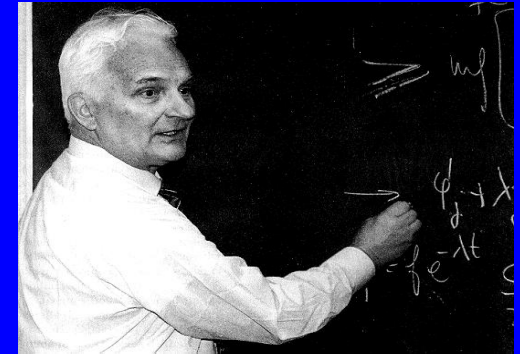
5. El problema de von Neumann: control del clima

John von Neumann (1955): *Probably intervention in atmospheric and climate matters will come in a few decades, and will unfold on a scale difficult to imagine at present*

To act on the atmospheric climate by acting on the albedo : **the von Neumann problem**

A single “player” and a single control v (terminology of Control Theory and Games Theory).

Recent results on a mathematical formulation (raised to me by J.L. Lions: fax of 15 may 1999).

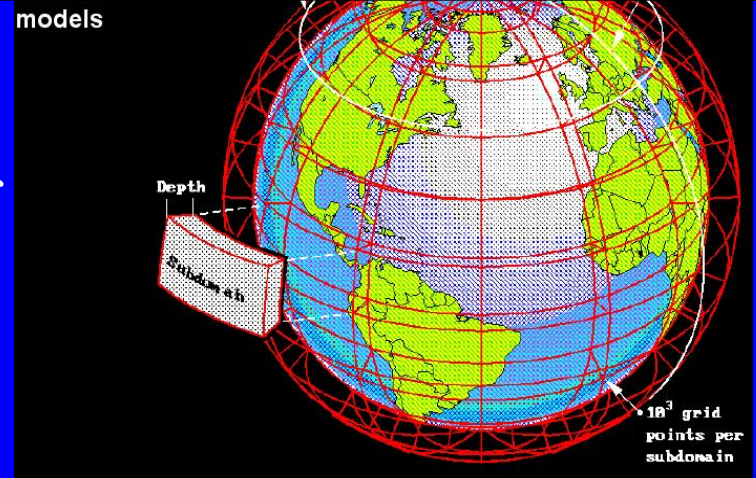


(Díaz, 2001,2002: **RACSAM, Actas de la reunión de Paris**)

Energy Balance Models, M.I. Budyko and W. D. Sellers, (1969):

Energy Balance Models have a diagnostic character and intended to understand the evolution of the global climate on along time scale. Their main characteristic is the high sensitivity to the variation of solar and terrestrial parameters

Used in the study of the Milankovitch theory of the ice-ages (R.North, 1984)



The distribution of temperature $y(x,t)$ is expressed pointwise after a standard average process, where the spatial variable x is in the Earth's surface

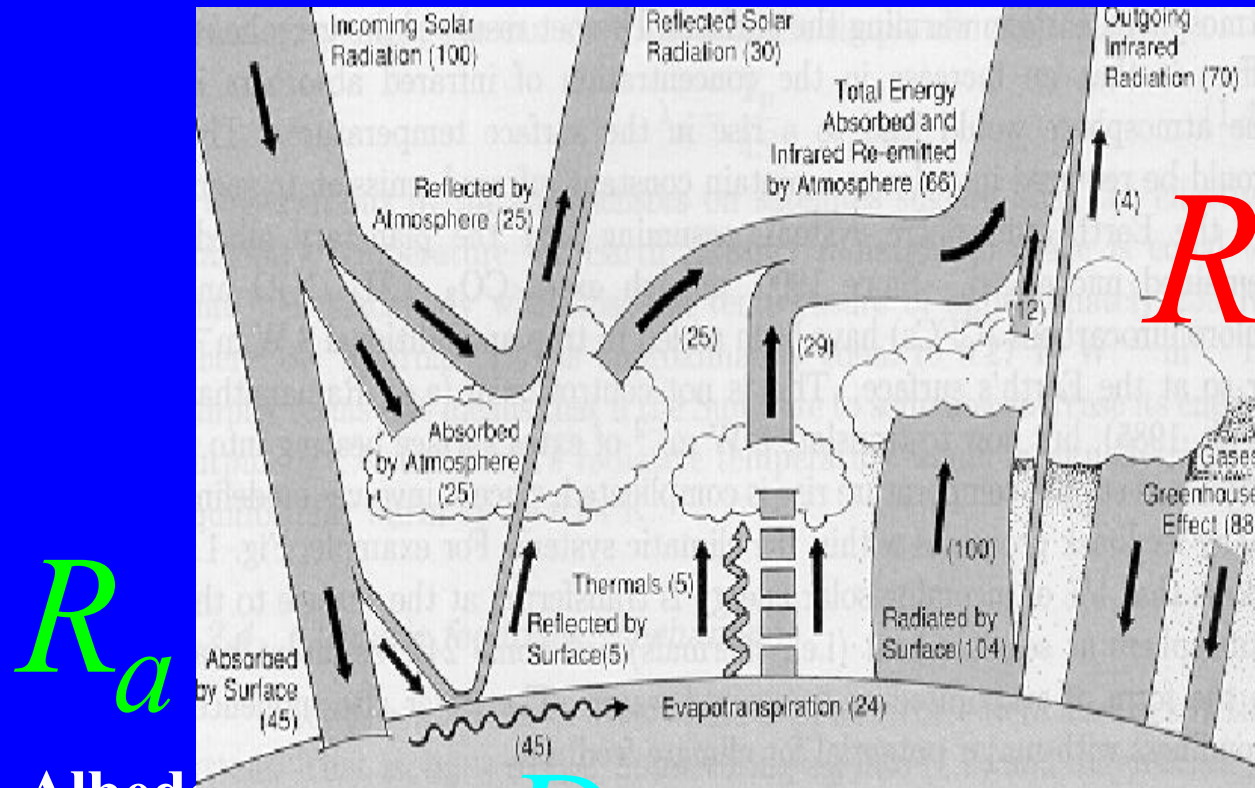
$$y(x,t) = \frac{1}{2\tau |B(x)|} \int_{t-\tau}^{t+\tau} \int_{B(x)} T(y,s) dy ds$$

S. Arrhenius (1896),

W.D. Sellers(1969), M.I. Budyko (1969),....

The Energy Balance on the Earth's surface:

$$c \frac{\partial y}{\partial t} = R_a - R_e + D$$



R_a
Albedo

D

R_e

Greenhouse effect

$$c \frac{\partial y}{\partial t} = Q\beta(y) + R_e(x, y) + \operatorname{div}(k(x)\nabla y)$$

$$y(x, t_0) = y_0(x)$$

Mathematical treatment (North, Hetzer, Drazin, D, Tello, Badii, Arcoya, Hernandez, ...)

J.I. Díaz and J. L. Lions (eds.), *Mathematics, Climate and Environment*, Masson, Paris, 1993.

J.I. Díaz and J. L. Lions (eds.), *Environment, Economics and Their Mathematical Models*, Masson, Paris, 1994.

J.I. Díaz (ed), *The Mathematics of Models for Climatology and Environment*, NATO ASI Series, Springer Verlag, 1997.

J.I. Díaz: Modelos matemáticos en Climatología; la conjetura de von Neumann, In *Les Mathematiques y les seus aplicacions*, Editorial de la UPV, Valencia, 2001, pp. 67-98

Artificial modification of the coalbedo near the ice cups.
To simplify the exposition

$$R_e(x,r)=Br+C, B>0.$$

x-dependent Sellers type coalbedo fuction (Henderson-Sellers).

$$\beta(x, u) = \begin{cases} \beta_i(x) & u < u_i, \\ \beta_i(x) + \left(\frac{u - u_i}{u_w - u_i}\right)(\beta_w(x) - \beta_i(x)) & u_i \leq u \leq u_w, \\ \beta_w(x) & u > u_w, \end{cases}$$

The modification proposed by von Neumann corresponds to

$$\beta(x, u: v) = \beta(u) + v(x)\chi_\omega(x)H(u)$$

$$H(u) = \begin{cases} 0 & u < u_i, \\ \left(\frac{u - u_i}{u_w - u_i}\right) & u_i \leq u \leq u_w, \\ 1 & u > u_w. \end{cases}$$

We assume that the modification is out side the ice cups

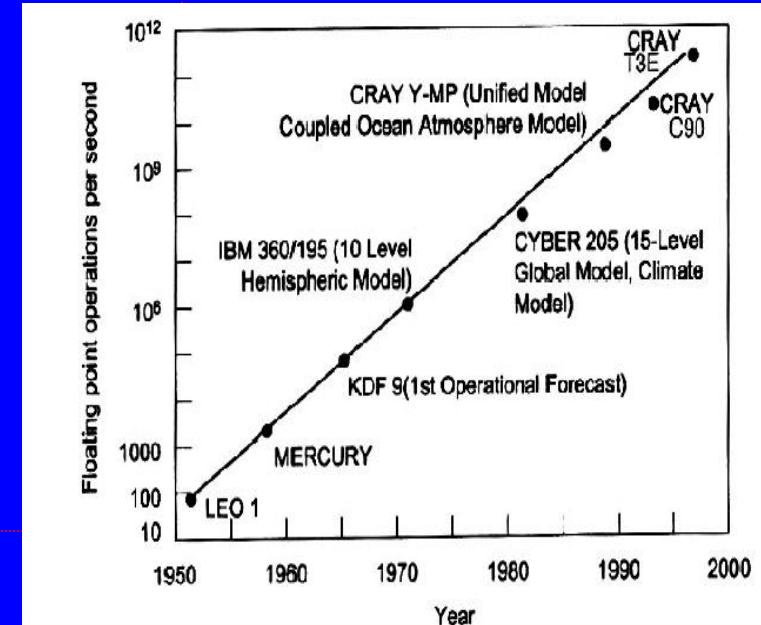
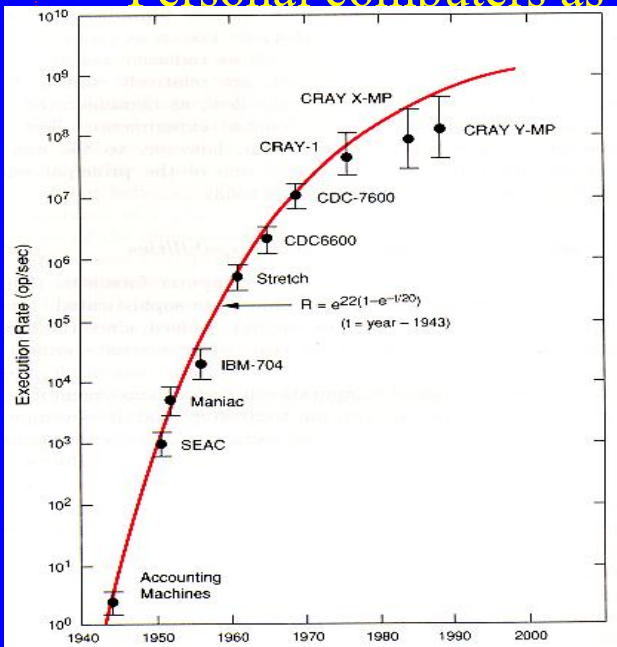
$$\omega = \mathcal{M} - \mathcal{I}.$$

$$\begin{aligned} y_t - \Delta y + By + C &= QS(x)(\beta(y) + v(x)H(y)) && \text{in } (\mathcal{M} - \mathcal{I}) \times (0, T), \\ y &= u_i && \Gamma \times (0, T) \\ y(0, \cdot) &= y_0(\cdot) && \text{on } (\mathcal{M} - \mathcal{I}), \end{aligned}$$

Inverse Problem: find $v(x)$ such that $y(T;v)=y^T$

6. Reflexiones desde nuestros días

- NWP has evolved as computers have evolved
- The big irons: early 1950- late 1970
- Vector supercomputers: Late 1970s
- Multi-processors: 1980s
- Massively parallel supercomputers
- High-performance workstations
- Personal computers as workstations



Ley de G.E. Moore (1965) : “La potencia de computación se duplica cada año”

HISTORY OF NUMERICAL MODELING OF THE ATMOSPHERE



Numerical Weather Prediction Models

Charney, Fjørtoft
& von Neumann
(1950)

Phillips
(1956)

General Circulation Models

Global
Climate (Sensitivity)
Models

LES Models

Cloud-Resolving Models

Hierarchy of "Toy" Models

Mesoscale Models

Regional NWP Models

Global NWP Models

Unified Models

Coupled
Atmospheric-Oceanic
GCMs

1950

1960

1970

1980

1990

2000

2010

Prelude

Epoch-making
First Phase

I

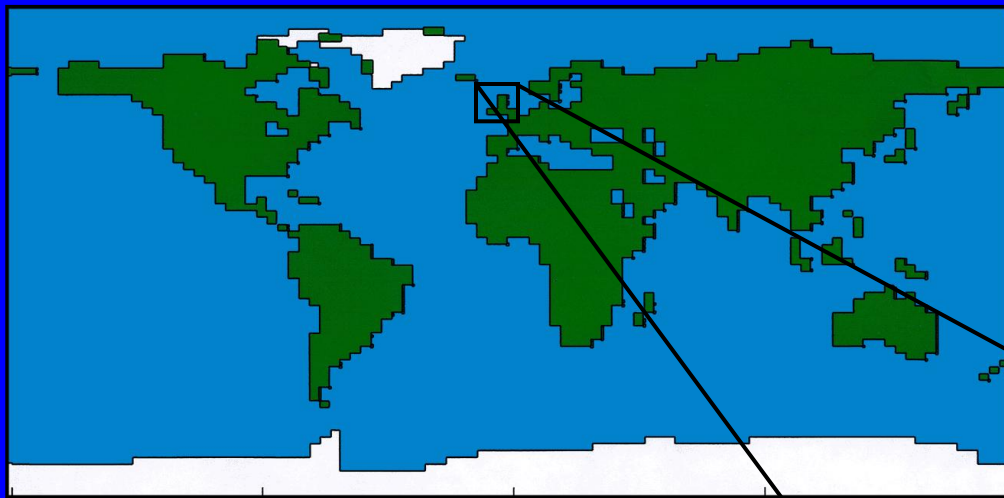
Magnificent Second Phase

II

Great-Challenge Third Phase

III

Arakawa (2001)



19 levels
atmosphere

30km

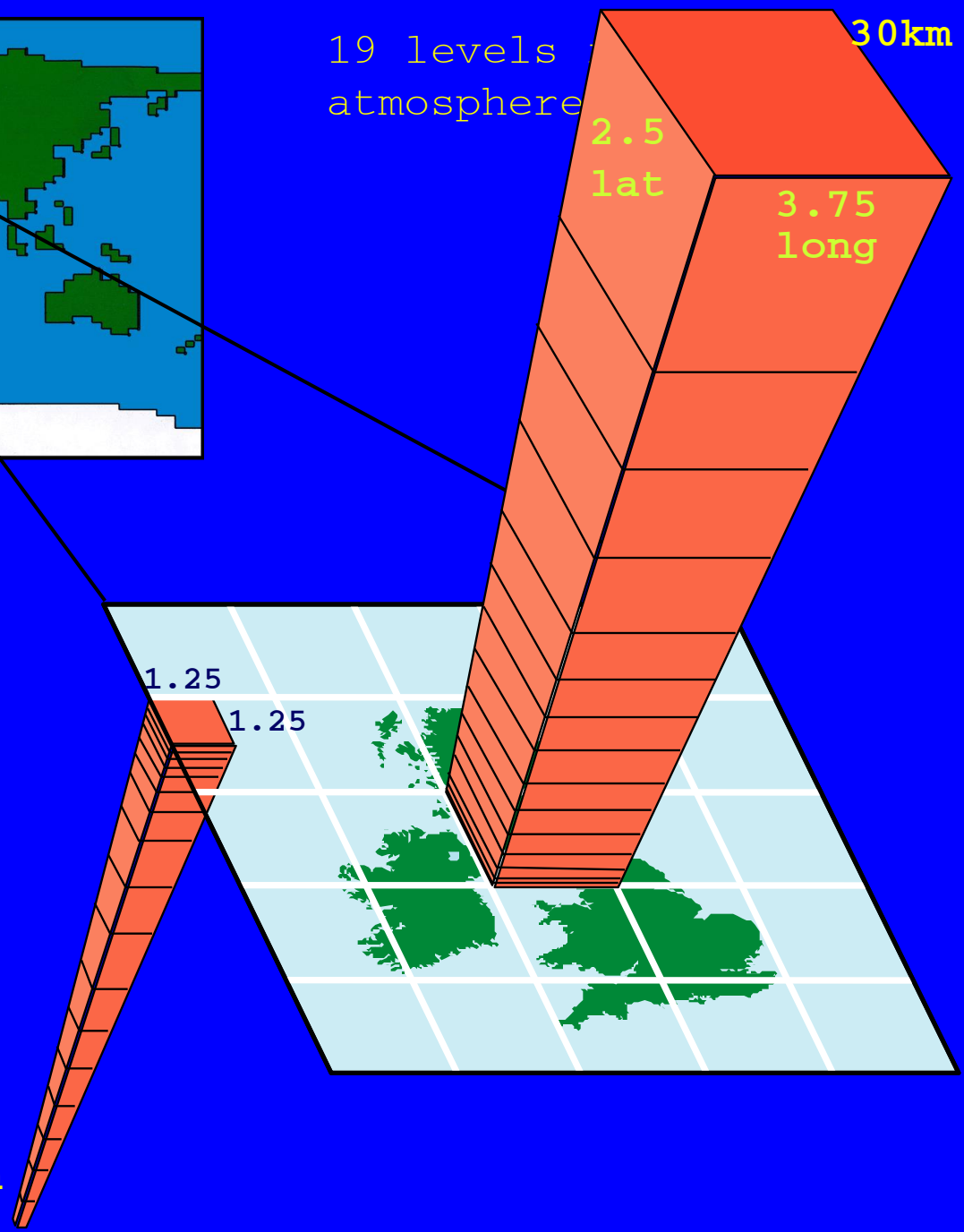
2.5
lat

3.75
long

**THE HADLEY
CENTRE
THIRD
COUPLED
MODEL -
HadCM3**

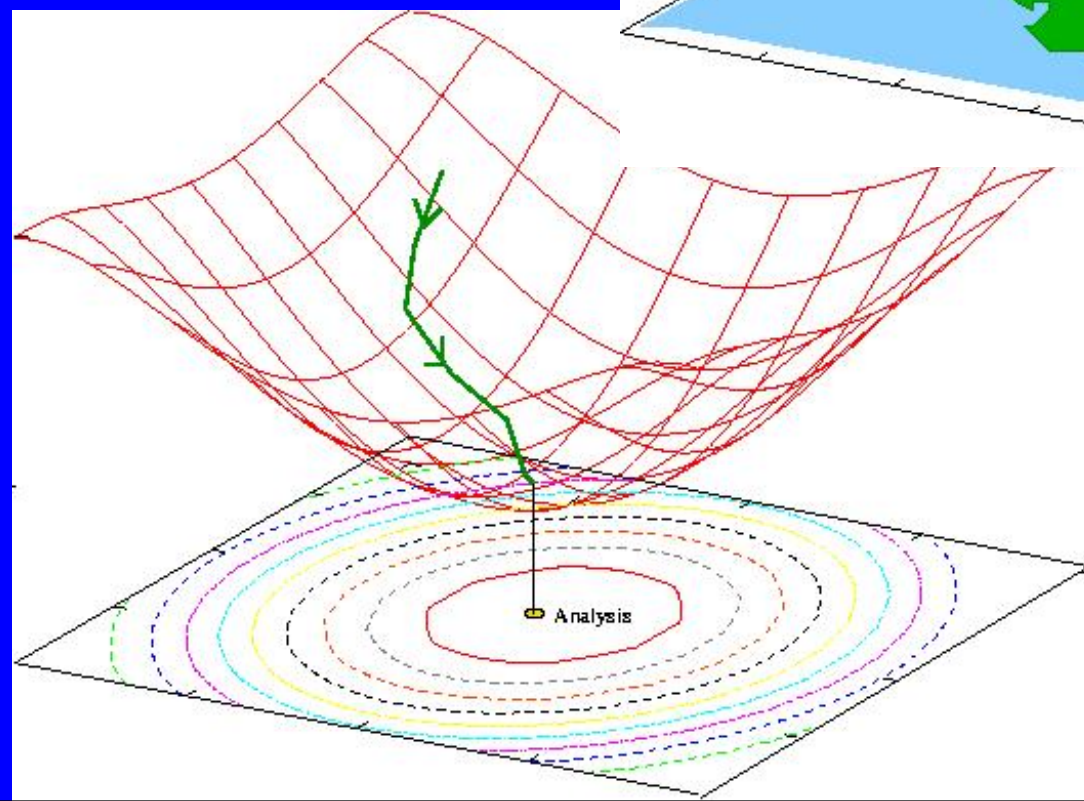
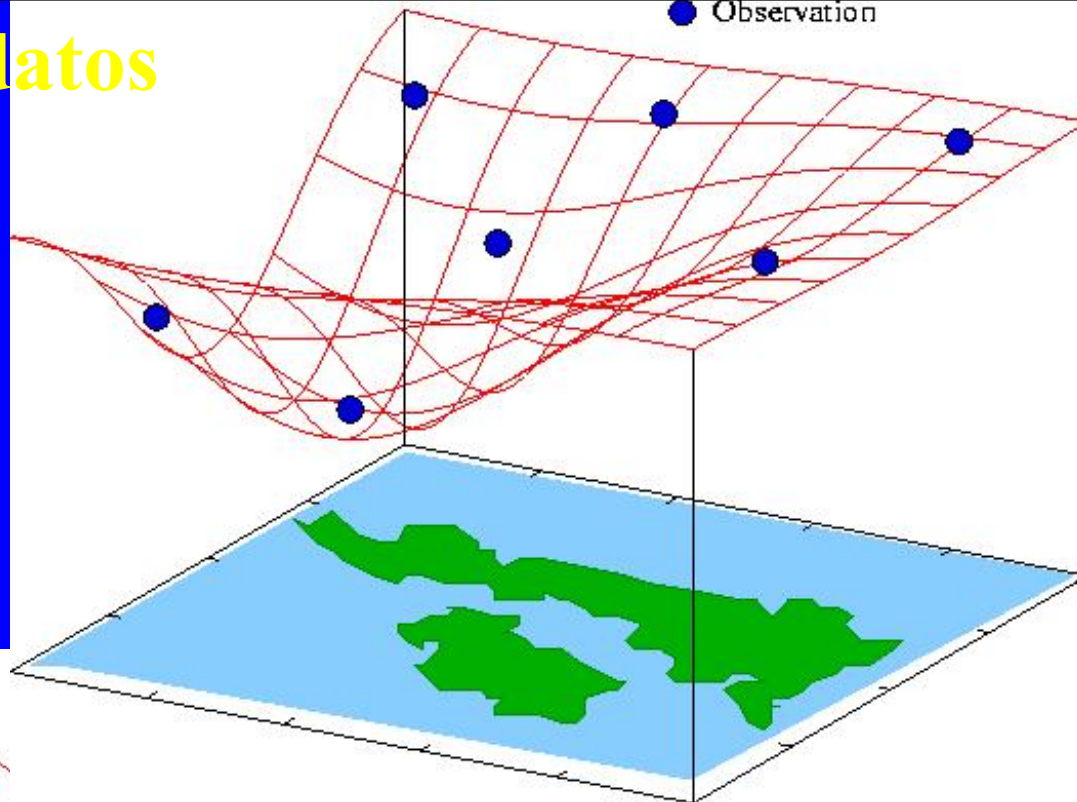
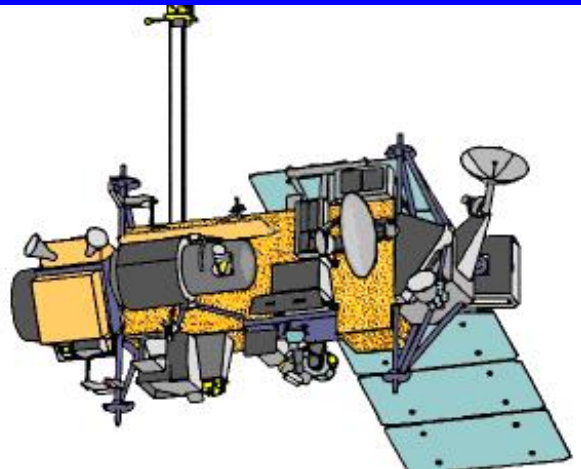
20 levels
in ocean

no flux adjustments



-5km

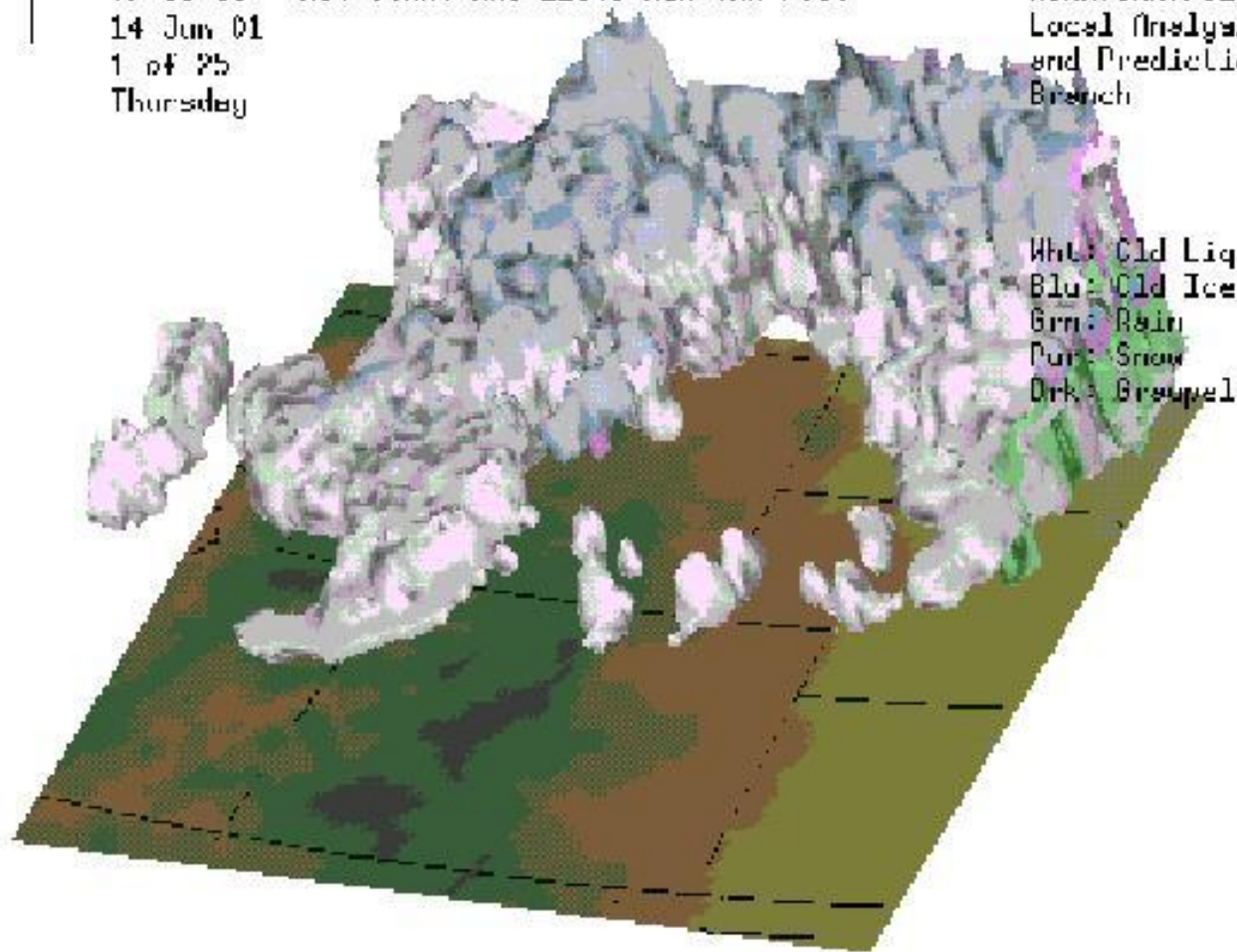
Asimilación de datos



3-D animation

12:00:00 HOT START MMS 12UTC Run 0HR FCST
14 Jun 01
1 of 25
Thursday

NOAA/ONR/FSL
Local Analysis
and Prediction
Branch



White: Cld Liq
Blue: Cld Ice
Green: Rain
Pink: Snow
Dark: Grapel

7. Epílogo

¡ No

a la guerra !