EXAMEN PARCIAL MMI

Jueves 24 de Enero de 2019

1. Halla todos los números reales x que satisfacen la siguiente relación: $x^2 - 4 \geq |2x + 4|$.

2. Calcula el siguiente límite: $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{n-1}{(n^2+1)} + \dfrac{n-1}{(n^2+2)} + ... + \dfrac{n-1}{(n^2+n)} \right)$.

3. Estudia la convergencia de la serie: $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{p\ln n}$ donde $p > 0$ es un número real constante.

4. De la siguiente función, calcula su dominio y los límites (o límites laterales) relevantes para representar la gráfica de la función: $f(x) = \dfrac{1+x^2}{x+1}$.

5. Calcula el límite: $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\ln x}{x - \sqrt{x}}$.

6. Un astronauta viaja de izquierda a derecha a lo largo de la curva $y = x^2 - x$. Al desconectar el cohete, viajará a lo largo de la tangente a la curva por el punto de desconexión. ¿En que punto deberá parar el motor para alcanzar el punto $(3, 2)$?

7. Para la función siguiente, determina si existe su integral y en su caso calculala, usando la definición de integral (o el criterio de Integrabilidad de Riemann).

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{si} \quad x \in [0,2]\backslash\{1\} \\ 2 & \text{si} \quad x = 1 \end{cases}$$

8. Calcula $\displaystyle\int \frac{x^2}{x^2 - 6x + 10} dx$.

9. Determina la convergencia o divergencia de la integral:

$$\int_{-1}^{\infty} \frac{x}{(1+5x^2)^{2/3}} dx.$$

10. Encuentra una estimación del error máximo que se puede cometer al tomar

$1 + \dfrac{x}{2} - \dfrac{x^2}{8}$ en lugar de $\sqrt{1+x}$ si $x \in [-0.2\,,\, 0.2]$.

Las notas se publicarán el día 12 de febrero. La revisión se efectuará el 13 de febrero a las 17 horas en el aula 7 . No es obligatorio asistir.

Para el examen solo se emplearán papel y bolígrafo. Cada ejercicio se resolverá en una cara.

El examen dura 3 horas. Una vez comenzado, no se podrá salir en los primeros 45 minutos.

EXAMEN FINALL MMI

Jueves, 27 de Junio de 2019

1. Determina si la sucesión siguiente es convergente o no:
$$a_{n+1} = a_n \frac{n}{n+7}, \qquad \text{con } a_1 = 7.$$

2. Dibuja la gráfica de la siguiente función:
$$f(x) = \frac{x \ln x}{x-1}.$$

3. Calcula la primitiva:
$$\int e^x \operatorname{sen} x \; dx.$$

4. Estudia la convergencia de la serie y de la integral siguientes:
$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln n} \qquad \text{y} \qquad \int_2^{\infty} \frac{dx}{x \ln x}.$$

5. Determina el polinomio de Taylor de grado 4 en $x = 0$ de $f(x) = \sqrt{1+x}$.

6. Determina todos los números complejos z que verifican $z^3 + 1 - i = 0$.

7. Calcula los valores de a y b para que el vector $\overrightarrow{w} = (0, a, 6, b)$ se pueda expresar como combinación lineal de los vectores $\overrightarrow{v_1} = (3, -2, 0, -1)$ y $\overrightarrow{v_2} = (4, 3, 2, 1)$.

8. Resuelve la ecuación:
$$\begin{vmatrix} x & a & a & a & a \\ a & x & b & b & b \\ b & b & x & c & c \\ c & c & c & x & d \\ d & d & d & d & x \end{vmatrix} = 0.$$

9. Sea la aplicación lineal $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^4$ definida por

$$f(\overrightarrow{u_1}) = \overrightarrow{v_1} + \overrightarrow{v_2} + 2\overrightarrow{v_3} - \overrightarrow{v_4}, f(\overrightarrow{u_2}) = \overrightarrow{v_1} - \overrightarrow{v_2} + 3\overrightarrow{v_3},$$

donde $B_1 = \{\overrightarrow{u_1}, \overrightarrow{u_2}, \overrightarrow{u_3}\}$ y $B_2 = \{\overrightarrow{v_1}, \overrightarrow{v_2}, \overrightarrow{v_3}, \overrightarrow{v_4}\}$ son las bases y se sabe además que el vector $\overrightarrow{u_1} + 2\overrightarrow{u_2} - \overrightarrow{u_3}$ pertenece al núcleo. Hallar la matriz de f respecto de las bases B_1 y B_2. Calcular una base de $\mathrm{Im}f$ y de $\mathrm{Ker}f$.

10. Dada la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 12 & 4 \\ -2 & -4 & 0 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}.$$

encuentra los autovalores y los autovectores. ¿Es diagonalizable? En caso afirmativo, diagonaliza la matriz.

Las notas se publicarán el día 3 de Julio a las 15:00. La revisión se efectuará el día 4 a las 13:00 en el aula 1. No es obligatorio asistir.

Para el examen solo se emplearán papel y bolígrafo. Cada ejercicio se resolverá en una cara.

El examen dura 3 horas. Una vez comenzado, no se podrá salir en los primeros 45 minutos.

EXAMEN FINAL MMI

Miércoles, 22 de Mayo de 2019

1. Demuestra por inducción que
$$1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{2^n}\geq 1+\frac{n}{2}.$$

2. Estudia la convergencia de la serie:
$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^{1+\frac{1}{n}}}$$

3. Halla el punto de la parábola $x^2=4y$, de abscisa no negativa, cuya distancia al punto $(0,3)$ sea mínima.

4. Calcula la primitiva:
$$\int\frac{dx}{1+e^x}.$$

5. Determina la convergencia o divergencia de la integral
$$\int_1^2\frac{dx}{\ln x}.$$

6. Dada la matriz:
$$A=\begin{pmatrix}1 & 2 & 0 & -2\\ 1 & 1 & 2 & 1\\ 1 & 0 & 2 & 0\end{pmatrix},$$
calcula una matriz cuadrada 3×3 y *regular* Q tal que
$$QA=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0 & -4\\ 0 & 1 & 0 & 1\\ 0 & 0 & 1 & 2\end{pmatrix}.$$

7. Sean f y g dos aplicaciones lineales de $(V_2, +, .\mathbb{R})$ en sí mismo, tales que $f(\overrightarrow{u_1}) = \overrightarrow{e_1} - 3\overrightarrow{e_2}$, $f(\overrightarrow{u_2}) = \overrightarrow{e_1} - \overrightarrow{e_2}$, $g(\overrightarrow{e_1}) = \overrightarrow{v_1} + 2\overrightarrow{v_2}$, $g(\overrightarrow{e_2}) = 2\overrightarrow{v_1} - \overrightarrow{v_2}$, siendo $\{\overrightarrow{u_1}, \overrightarrow{u_2}\}$, $\{\overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{e_2}\}$, $\{\overrightarrow{v_1}, \overrightarrow{v_2}\}$ tres bases del espacio vectorial. Halla:
   a) La matriz de la aplicación $g \circ f$ respecto de las bases $\{\overrightarrow{u_1}, \overrightarrow{u_2}\}$ y $\{\overrightarrow{v_1}, \overrightarrow{v_2}\}$.
   b) El núcleo y la imagen de $g \circ f$.
   c) La imagen del vector $\overrightarrow{u} = 4\overrightarrow{u_1} + \overrightarrow{u_2}$.

8. Calcula el siguiente determinante de orden n

$$\begin{vmatrix} k & 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ k & 2 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ k & 1 & 3 & 1 & \cdots & 1 \\ k & 1 & 1 & 4 & \cdots & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ k & 1 & 1 & 1 & \cdots & n \end{vmatrix}$$

9. En $\mathbb{R}^3$ se consideran los subespacios

$$U = L[(1,1,3),(0,1,1),(1,0,2)] \quad \text{y} \quad W = \{(x,y,z) : 2x - z = 0, y = 0\}$$

   Halla las ecuaciones y bases de $U \cap W$ y $U + W$.

10. Dada la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \\ -1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

   encuentra los autovalores y los autovectores. ¿Es diagonalizable?

Las notas se publicarán el día 28 de Mayo a las 14:00. La revisión se efectuará el día 28 de Mayo a las 17:00 en el aula 1. No es obligatorio asistir.

Para el examen solo se emplearán papel y bolígrafo. Cada ejercicio se resolverá en una cara.

El examen dura 3 horas. Una vez comenzado, no se podrá salir en los primeros 45 minutos.