

## MATEMÁTICAS BÁSICAS Temas 4 y 5, 18-octubre-2019

---

*¡Justifica adecuadamente tu respuesta en cada apartado del examen!*

---

**1** a) Sean  $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$ , tales que  $|z_1| = |z_2| = 1$ . Justifica que si  $z_1 + z_2 + 1 = 0$  entonces  $\text{Im}z_1 = -\text{Im}z_2$  y  $\text{Re}z_1 = \text{Re}z_2 = -1/2$ . Comprueba que  $z_1, z_2, 1$  son los vértices de un triángulo equilátero.

b) Prueba que si  $z_1, z_2, z_3$  son números complejos no nulos,  $|z_1| = |z_2| = |z_3|$  y  $z_1 + z_2 + z_3 = 0$ , entonces  $z_1, z_2, z_3$  son los vértices de un triángulo equilátero.

**2** Si  $P_n(z) = z^n$ , estudia para qué valores de  $n$  el polinomio  $P_n$  toma valores reales en  $2 + 2i$ .

**3** a) Calcula cuántos caminos distintos puede seguir una hormiga que se desplace desde el punto del plano  $(2, 3)$  hasta el  $(5, 8)$ , si lo hace siempre sin retroceder por rectas paralelas a los ejes, con una de las coordenadas enteras.

b) Sabiendo que del hormiguero a un lugar donde pueden abastecerse de comida hay 25 caminos distintos, calcula cuántas hormigas tienen que formar la colonia para garantizar que al menos 4 lo han hecho por el mismo camino.

**4** Usa el algoritmo de Euclides para probar que para cualquier  $n \in \mathbb{N}$  los números  $n^2 + 3n + 3$  y  $n + 1$  son primos entre sí. Decide si para  $n$  par los números  $n^2 + 3n + 4$  y  $n + 1$  son primos entre sí.

**5** Calcula de cuántas maneras distintas pueden sentarse 10 amigos en una fila de 12 butacas de un cine. Si se sientan al azar, calcula la probabilidad de que los dos huecos hayan quedado juntos. Si todos eligen comer o bien palomitas, o bien patatas fritas o bien regaliz durante la película, ¿cuántos pedidos distintos puede hacer el encargado de llevar la comida para todos al vendedor de chucherías?