

TFM

Formalismo Lagrangiano e integrabilidad de sistemas. Simetrías generalizadas

Profesor: R Campoamor Stursberg (rutwig@mat.ucm.es)

Generalmente el estudio de los sistemas integrables y superintegrables se realiza a través del formalismo Hamiltoniano, empleando la estructura simpléctica del espacio de fases y las diferentes estructuras de Poisson posibles, dependiendo de las propiedades geométricas del espacio de configuración del sistema (curvatura constante o variable) así como útiles analíticos (test de Painlevé). Para muchos sistemas de la mecánica clásica o cuántica un enfoque lagrangiano es en ocasiones más conveniente, dado que ciertas propiedades geométricas son más fácilmente derivables del formalismo Lagrangiano que del Hamiltoniano. En este sentido, el teorema de Noether es una herramienta importante en el contexto de la integrabilidad de sistemas, y si bien no todo sistema admite simetrías de este tipo, sí permite formular una generalización natural que describe la estructura de las integrales primeras de un sistema. Este enfoque de simetrías dinámicas permite reformular el problema de integrabilidad en términos de la teoría de grupos, y en ocasiones proporciona procedimientos explícitos para la determinación de las integrales primeras.

La finalidad del trabajo es analizar, desde el punto de vista Lagrangiano y para sistemas relacionados con la mecánica teórica clásica, el problema de integrabilidad a través de las simetrías generalizadas de tipo Noether y no-Noether (dinámicas puras). El análisis de las simetrías puntuales (no relacionadas con una integral primera del campo equivalente al sistema) proporciona asimismo herramientas adicionales para resolver la integrabilidad del sistema, o para dilucidar propiedades específicas de las integrales. Teniendo en cuenta integrales primeras de tipo polinómico de orden a lo sumo cúbico en los momentos, se pretende sistematizar la estructura de sistemas mecánicos que admitan dichas integrales primeras, así como la posibilidad de la superintegrabilidad.

Bibliografía:

- 1.- Cantrijn F, Sarlet W. Note on symmetries and invariants for second-order ordinary differential equations. Phys. Letters A 1980; 77:404-406.
- 2.- Campoamor Stursberg R. Systems of second-order linear ODE's with constant coefficients and their symmetries, Comm. Nonlinear Science Num. Simulation 16 (2011), 3015-3023.
- 3.- A. Goriely. Integrability and nonintegrability of dynamical systems. Singapur: World Scientific; 2006.
- 4.- N. H. Ibragimov (ed). CRC Handbook of Lie group analysis of differential equations. Boca Raton: CRC Press; 1993.
- 5.- Marmo G, Saletan EJ. Ambiguities in the Lagrangian and Hamiltonian formalism: transformation properties, Nuovo Cimento 40B (1977), 67-89.