

# TÉCNICAS DE ANÁLISIS GEOMÉTRICO

CURSO 2012/13, MÁSTER EN MATEMÁTICAS AVANZADAS

Profesores: Daniel Azagra Rueda (azagra@mat.ucm.es, despacho 304B), y Juan Benigno Seoane Sepúlveda (jseoane@mat.ucm.es, despacho 304G).

## Objetivos, metodología y método de evaluación:

Los objetivos son el dominio de los contenidos detallados más abajo, a través tanto de clases teóricas como prácticas (en las que los alumnos deberán exponer las soluciones de ejercicios que habrán resuelto previamente). La participación en clase (y alguna posible exposición oral) puede ser suficiente en algunos casos para la calificación final, aunque siempre podrá haber un examen final para fijar o subir la calificación.

## PROGRAMA DE LA ASIGNATURA

1. Núcleos de sumabilidad. Particiones de la unidad. Teoremas de aproximación y de extensión de Whitney.
2. Desigualdades polinomiales clásicas. Geometría de espacios de polinomios y aplicaciones a constantes incondicionales, y a desigualdades de tipo Bernstein-Markov y de Bohnenblust-Hille.
3. Teorema de Sard y contraejemplo de Whitney.
4. Teorema de Rademacher sobre diferenciación de funciones Lipschitz en  $\mathbb{R}^n$ .
5. Medida y dimensión de Hausdorff. Conjuntos  $k$ -rectificables en  $\mathbb{R}^n$ . Introducción a la teoría geométrica de la medida en espacios métricos.
6. Fórmulas del área y cóarea para funciones Lipschitz.
7. Subdiferenciales. Diferenciabilidad de funciones convexas en  $\mathbb{R}^n$ . Teorema de Alexandroff. Soluciones de viscosidad de ecuaciones elípticas degeneradas de segundo orden en  $\mathbb{R}^n$ .

## REFERENCIAS

- [1] S. M. Bates, *Toward a precise smoothness hypothesis in Sard's theorem*, Proc. Amer. Math. Soc. 117 (1993), no. 1, 279-283.
- [2] Bohnenblust, H. F.; Hille, Einar *On the absolute convergence of Dirichlet series*. Ann. of Math. (2) 32 (1931), no. 3, 600-622.
- [3] P. Borwein, T. Erdélyi, *Polynomials and polynomial inequalities*, Springer, 1995.
- [4] Clarke, F., Ledyaev, Y., Stern, R. y Wolenski, P., *Nonsmooth Analysis and Control Theory*. Springer, 1998.
- [5] Crandall, M. G., Ishii, H. y Lions, P.L. *User's guide to viscosity solutions of second order partial differential equations*. Bull. Amer. Math. Soc. 27 (1992), pg. 1-67.

- [6] L.C. Evans, y R.F. Gariepy, *Measure theory and fine properties of functions*. Studies in Advanced Mathematics, CRC Press, 1992.
- [7] K.J. Falconer, *Fractal geometry*. Mathematical foundations and applications. Second edition. John Wiley & Sons, Hoboken, NJ, 2003.
- [8] Grecu, B. C.; Muñoz-Fernández, G. A.; Seoane-Sepúlveda, J. B. *Unconditional constants and polynomial inequalities*. J. Approx. Theory 161 (2009), no. 2, 706–722.
- [9] M P. Mattila *Geometry of sets and measures in Euclidean spaces. Fractals and rectifiability*. Cambridge Studies in Advanced Mathematics, 44. Cambridge University Press, Cambridge 1995.
- [10] Muñoz-Fernández, G. A.; Sarantopoulos, Y.; Seoane-Sepúlveda, J. B. *The real plank problem and some applications*. Proc. Amer. Math. Soc. 138 (2010), no. 7, 2521–2535.
- [11] Pellegrino, Daniel; Seoane-Sepúlveda, Juan B. *New upper bounds for the constants in the Bohnenblust-Hille inequality*. J. Math. Anal. Appl. 386 (2012), no. 1, 300–307.
- [12] H. Whitney, *A function not constant on a connected set of critical points*, Duke Math. J. 1 (1935), 514-517.