

ANÁLISIS NO LINEAL: GRADO TOPOLÓGICO Y BIFURCACIÓN.

Curso 2012/13. Máster en Matemáticas Avanzadas
Profesores: J. López-Gómez y F. Romero Ruiz del Portal

Objetivo. Metodología y Método de Evaluación: El objetivo principal es la construcción del grado topológico de Brouwer-Leray-Schauder y la demostración de sus propiedades fundamentales, como la invariancia por homotopía generalizada, que permiten utilizarlo posteriormente para estudiar la estructura de las componentes acotadas del conjunto de soluciones de las ecuaciones no lineales de punto fijo relativas a operadores compactos y para caracterizar los *autovalores no lineales* en problemas de bifurcación por medio de la multiplicidad algebraica generalizada de autovalores.

El grado topológico es una de las herramientas matemáticas más importantes que ha alumbrado el Análisis no Lineal el siglo pasado. Sus aplicaciones son extraordinariamente variadas, cubriendo no sólo amplias parcelas de las propias ciencias matemáticas, como la teoría de juegos, la topología, el álgebra, el análisis, en general, y la ecuaciones en derivadas parciales no lineales, en particular, sino otras disciplinas científicas como la economía, la ecología, la física, la química, la bioquímica, y propia ingeniería.

La evaluación se llevará a cabo a partir de la resolución de una lista de ejercicios propuestos cuyo desarrollo, si fuera preciso, habría que llevar a cabo en la pizarra en sesión pública.

PROGRAMA DE LA ASIGNATURA PARTE I: GRADO TOPOLÓGICO

- 1.- Preliminares de topología diferencial. Teorema de Sard.
- 2.- Construcción del grado topológico de Brouwer: Versión diferenciable. Idea de la construcción con técnicas de topología algebraica.
- 3.- Propiedades fundamentales del grado. Consecuencias: algunos teoremas topológicos clásicos.
- 4.- Teorema de unicidad de Amann y Weiss.
- 5.- Índice de punto fijo en espacios euclídeos. Extensión a ANR's. Teorema de Lefschetz-Hopf.
- 6.- Grado de Leray-Schauder: Construcción y propiedades básicas.

PARTE II: TEORÍA DE BIFURCACIÓN

- 8.- Autovalores no lineales. Bifurcación desde autovalores simples.
- 9.- Reducciones de Lyapunov-Schmidt. El cambio del grado de Brouwer como condición suficiente de bifurcación.
- 10.- Caracterización de autovalores no lineales para familias de operadores transversales.
- 11.- Caracterización de autovalores no lineales para familias de operadores de tipo algebraico. Caso analítico.
- 12.- Cómputo algebraico-analítico del grado topológico local. Axiomatización de la multiplicidad algebraica.
- 13.- Teoría global de bifurcación. Comportamiento global de componentes semi-acotadas de ecuaciones de punto fijo para operadores compactos. Alternativa global de P. H. Rabinowitz.
- 14.- Signatura y complejidad minimal de componentes en el contexto de la teoría de bifurcación global.

BIBLIOGRAFÍA

- (1) R. Brown, A topological introduction to nonlinear analysis, Birkhäuser, Boston (1993).
- (2) K. Deimling, Nonlinear functional analysis, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg (1985).
- (3) J. Jezierski, W. Marzantowicz, Homotopy methods in topological fixed and periodic points theory, Netherlands (2006).
- (4) J. López-Gómez, Spectral Theory and Nonlinear Functional Analysis, Chapman and Hall/CRC Research Notes in Mathematics 426, Boca Raton 2001.
- (5) L. López-Gómez y C. Mora-Corral, Algebraic Multiplicity of Eigenvalues of Linear Operators, Operator Theory, Advances and Applications vol. 177, Birkhäuser 2007.
- (6) E. Outerelo, J. Ruiz, Mapping degree theory, Graduate Studies in Math. Vol, 108. AMS-RSME (2009).