

REPRESENTACIONES DE GRUPOS. GRUPOS CLASICOS. GRUPOS DE LIE

Curso 2012/13, Máster en Matemáticas Avanzadas

Profesor: R. Campoamor Stursberg(rutwig@mat.ucm.es, despacho 308F)

Objetivos, metodología y método de evaluación:

Se pretende introducir al alumno en los conceptos fundamentales de la teoría de grupos finitos y de Lie, así como las representaciones lineales asociadas a los mismos. El enfoque elegido es fundamentalmente geométrico, con el fin de ilustrar la importancia de los grupos de transformaciones.

Se distribuirán hojas de problemas cuya resolución adecuada, añadida a una participación activa en clase y la posible exposición oral de algún tema, podrán eximir al alumno del examen final, si bien éste se ofrecerá para fijar o subir la calificación.

PROGRAMA DE LA ASIGNATURA

1. Grupos finitos. Representaciones lineales. Subrepresentaciones. Irreducibilidad. Productos tensoriales simétricos y alternados. El grupo simétrico.
2. Caracteres. Lemas de Schur. Relaciones de ortogonalidad. Descomposición de representaciones. Tablas de caracteres.
3. Grupos de Lie de transformaciones lineales. Construcción de los grupos clásicos. Intersección de grupos. Subgrupos e inmersiones (regulares).
4. Álgebra de Lie de un grupo de Lie. Álgebras de Lie matriciales. Propiedades. Tensor de estructura. Forma de Killing.
5. Subálgebras e ideales. Teorema de Ado. La aplicación exponencial. Teoremas de Lie. Fórmula de Baker-Campbell-Hausdorff.
6. Álgebras de Lie semisimples. Caracterización. Subálgebras de Cartan. Descomposición de Weyl. Álgebras simples.
7. Problema de clasificación. Sistemas de raíces. Matriz de Cartan y diagrama de Dynkin. Grupo de Weyl.
8. Representaciones lineales de álgebras de Lie. Representaciones de $\mathfrak{su}(2)$. Sistemas de pesos. Representaciones fundamentales.
9. Representaciones tensoriales y espinorales. Índice de una representación. Operadores de Casimir. Inducción y subducción.
10. Aplicaciones. Grupos puntuales en cristalografía. Grupos de Lie e integrabilidad de sistemas clásicos. El grupo $SU(3)$ y la clasificación de hadrones.

BIBLIOGRAFÍA

1. J. S. Lomont, *Applications of Finite Groups*, Dover Publ. 1993.
2. J. P. Serre, *Algèbres de Lie semi-simples complexes*, W. A. Benjamin 1966.
3. A. O. Barut, R. Raczka, *Theory of Group Representations and Applications*, World Scientific 1987.
4. D. P. Zhelobenko. *Compact Lie Groups and their Representations*, Am. Math. Soc. 1973.
5. W. Lucha, F. F. Schöberl, *Gruppentheorie*, Wissenschaftsverlag 1993.
6. F. Iachello, *Lie Algebras and Applications*, LNP 790 Springer Verlag 2006.