TFM

El método de Harrison-Estabrook. Simetrías de ecuaciones en derivadas parciales

Alumno: Eduardo Fernández Saiz

Profesor: R Campoamor Stursberg (rutwig@mat.ucm.es)

El estudio de las simetrías de ecuaciones diferenciales constituye una de las herramientas esenciales para el desarrollo de métodos de integración, reducción y clasificación por clases de equivalencia. De especial relevancia en este contexto son las leyes de conservación obtenidas por las simetrías variacionales, así como los criterios de separabilidad que se deducen de los generadores de simetría (ecuación de Hamilton-Jacobi, ecuación de Schrödinger, etc). Es habitual enfocar el estudio de las simetrías de ecuaciones mediante la teoría de campos de vectores, expresando las condiciones de simetría como conmutadores de campos de vectores. Este hecho, geométricamente próximo a la noción de las distribuciones de Fröbenius, permite una formulación natural de la noción de simetría de una ecuación diferencial en términos de formas diferenciales, correspondiente a la teoría geométrica de ecuaciones diferenciales en el sentido de E. Cartan. Este enfoque, formalmente más exigente, permite no obstante explicar la naturaleza de ciertas simetrías cuya interpretación no es inmediata en su versión de campos, siendo las ecuaciones de Maxwell el ejemplo clásico en este sentido.

La finalidad del trabajo es analizar, desde el punto de vista de las formas diferenciales en una variedad, las distintas nociones de simetría de ecuaciones en derivadas parciales. En particular se revisará el formalismo de Harrison, Estabrook y Wahlquist para la determinación de las simetrías puntuales, y su correspondencia con ideales dieferenciales en el álgebra diferencial correspondiente. El procedimiento, conveniente algoritmizado, se aplica al estudio de las simetrías de ecuaciones relevantes tales como las de Navier-Stokes o las ecuaciones de difusión.

Bibliografía:

1.- Cartan E. Les systèmes différentiels extérieurs et leur applications géométriques (Paris, Hermann, 1945).

2.- Harrison B K, Estabrook F B. Geometric approach to invariance groups and solution of partial differential equations, J. Math. Phys. 12 (1971), 653-666.

3.- N. H. Ibragimov (ed). CRC Handbook of Lie group analysis of differential equations. Boca Raton: CRC Press; 1993.

4.- Kupershmidt, B A. Noncommutative integrable systems of hydrodynamic type, Acta Appl. Math. 92 (2006), 269–292.