TFM

Teoremas de Bieberbach y propiedades de variedades planas

Alumno: Roger Fernández Enríquez

Profesor: R Campoamor Stursberg (rutwig@mat.ucm.es)

En multitud de aplicaciones de naturaleza variada, tales como la que emergen en la teoría de representaciones de grupos finitos o de Lie, el problema de equivalencia de redes cristalográficas o la clasificación de Petrov de espacios gravitatorios, las técnicas de la geometría de variedades riemannianas planas juegan un papel relevante para obtener caracterizaciones estructurales. En el contexto de los grupos cristalográficos, la relación con la geometría riemanniana aparece de forma natural como consecuencia de los llamados teoremas de Bieberbach, que abordan en dimensión arbitraria la caracterización de los grupos espaciales, ampliando de esta forma los resultados clásicos de cristalografía geométrica debidos a Schönflieβ y Fjodorov. En base a estos teoremas, Zassenhaus desarrolla en la década de 1940 un procedimiento algorítmico para la enumeración efectiva de los grupos cristalográficos, cuya primera implementación práctica se llevó a cabo en 1978 para n=4.[1]

La finalidad de la memoria es analizar propiedades relevantes de las variedades planas en relación con el problema de clasificación de los llamados grupos de Bieberbach, correspondientes a los grupos cristalográficos libres de torsión, mediante la combinación de herramientas de la geometría diferencial, la topología algebraica y la cohomología de grupos. Se contempla asimismo la clasificación de los grupos de Bieberbach en baja dimensión, determinando específicamente las clases de isomorfismo. El problema de equivalencia de dos grupos cristalográficos se aborda en términos del grupo de holonomía de variedades planas.

Bibliografía:

1.- Charlap L S. Bieberbach Groups and Flat Manifolds. New York: Springer; 1986.

2.- Vasquez, A T. Flat Riemannian Manifolds, J. Diff. Geom. 4 (1970), 367-382.

3.- Wolf J. Spaces of Constant Curvature. New York: McGraw Hill; 1967.

4.- Szczepański A. Geometry of Crystallographic Groups. Singapur: World Scientific; 2012

5.- Hiller H. Crystallography and Cohomology of Groups, Amer. Math. Monthly 93 (1975), 765-779.

[1] Brown H, Bülow R, Neubüser J, Wondratschek H, Zassenhaus H. Crystallographic Groups of Four-dimensional Space. New York: John Wiley & Sons; 1978.