NORMALIDAD Y DUALIDAD EN GRUPOS TOPOLÓGICOS ABELIANOS PROYECTO DE TFM A REALIZAR POR D. VÍCTOR PÉREZ VALDÉS

ELENA MARTÍN PEINADOR

Se introducirán en primer lugar las propiedades generales de los grupos topológicos, haciendo hincapié en los grupos localmente compactos y abelianos. A partir del hecho de que los grupos topológicos Hausdorff no son necesariamente espacios topológicos normales, se profundizará en esta propiedad y en determinadas clases de grupos que son automáticamente normales. Ejemplo de éstas son los grupos topológicos numerables, o los grupos localmente compactos.

A continuación se desarollará la teoría de dualidad en grupos topológicos, en la línea iniciada por Varopoulos en 1964. Un trabajo fundamental que servirá de referencia es [1], donde se desarrolla por primera vez la teoría de dualidad para grupos localmente cuasi-convexos. Esta clase de grupos generaliza a la de los espacios localmente convexos, si bien las técnicas de trabajo son esencialmente distintas al no existir la noción de convexidad en el marco de los grupos. Hay teoremas del Análisis Funcional que enuncian resultados importantes para la clase de los espacios localmente convexos que no se pueden ampliar a la clase de los grupos topológicos localmente cuasi-convexos. Por ejemplo, se ha resuelto recientemente el problema - planteado hace 20 años - sobre si existe en un grupo topológico abeliano cualquiera G, una topología máxima en la familia de todas las topologías localmente cuasi-convexas que admitan el mismo dual que G. El contraejemplo obtenido por Gabriyelyan, no publicado aún, es el grupo topológico libre sobre una sucesión convergente. Vemos así que el famoso teorema de Mackey-Arens para espacios localmente convexos no se generaliza a grupos topológicos.

Cómo último capítulo se dará un ejemplo de dualidad de grupos, en la que ninguna de las topologías compatibles es normal. Los resultados que se incluirán aquí forman parte del trabajo [3], elaborado el curso pasado después de realizar el alumno su TFG bajo mi dirección.

References

[1] M. J. Chasco, E. Martín-Peinador and V. Tarieladze, *On Mackey Topology for groups*, Stud. Math. 132, No.3, 257-284 (1999).

[2] N. T. Varopoulos, *Studies in harmonic analysis.* Proc. Camb. Phil. Soc. 60, 467-516 (1964)

[3] E. Martín-Peinador, V. Pérez Valdés, *A class of topological groups which do not admit normal compatible locally quasi-convex topologies* Revista de la Real Academia de Ciencias Exactas, Fi?sicas y Naturales. Serie A, Matema?ticas DOI10.1007/s13398-018-0507-y

[4] E. Martín-Peinador; V. Tarieladze, *Mackey topology on locally convex spaces and on locally quasi-convex groups. Similarities and historical remarks.* Rev. R. Acad. Cienc. Exactas Fís. Nat. Ser. A Math. RACSAM 110 (2016), no. 2, 667?679.