

PROPUESTA DE TRABAJO DE FIN DE MÁSTER  
MÁSTER EN MATEMÁTICAS AVANZADAS

Directora: C. Corrales Rodrigáñez

Alumna: Sofía Ramírez López

Curso: 2818/2819

Título: El teorema de Mordell.

Resumen:

En 1901 Henri Poincaré demostró que el conjunto de puntos de una curva elíptica tiene estructura de grupo, y conjeturó que el sub-grupo formado por los puntos con coordenadas racionales es finitamente generado. En 1922, Louis Mordell demostró esta conjetura, y lo hizo adaptando a las curvas elípticas el método del descenso introducido por Pierre de Fermat en 1640, para demostrar que un triángulo rectángulo con lados enteros no puede tener por área otro entero. Publicada por su hijo en 1640, esta es, de hecho, la única demostración que Fermat dejó por escrito. En su tesis doctoral (1928), André Weil consideró una curva de género mayor o igual a 1 definida sobre un cuerpo de números  $K$  y con jacobiano  $J$ , y demostró que el grupo  $J(K)$  de puntos de  $J$  racionales sobre  $K$  es finitamente generado. El teorema de Weil con  $J$  reemplazada por una variedad abeliana arbitraria, es lo que hoy en día se conoce como el Teorema de Mordell-Weil. Como primer paso de esta generalización Weil adaptó la demostración de Mordell (y, consecuentemente, de Fermat) a curvas de género 1 definidas sobre cuerpos de números arbitrarios. Para poder hacerlo, reescribió la demostración de Mordell de una manera más sistemática.

En este trabajo estudiaremos y compararemos las demostraciones de Mordell y de Fermat de sus teoremas respectivos. También veremos como la demostración de Mordell puede ser simplificada utilizando la moderna teoría de grupos y homomorfismos de grupos.

Bibliografía:

Catherine Goldstein, *Un théorème de Fermat et ses lecteurs*, PUV 1995.

Jean-Pierre Serre, *Lectures on the Mordell-Weil Theorem*, Springer 1989.

Joseph Silverman, John Tate, *Rational Points on Elliptic Curves*, Springer 1992.

Joseph Silverman, *The Arithmetic of Elliptic Curves*, Springer 1986.

André Weil, *Number Theory: An Approach through History from Hammurapi to Legendre*, Birkhauser, 1984