

PROPUESTA DE TRABAJO DE FIN DE MÁSTER
MÁSTER EN MATEMÁTICAS AVANZADAS

Directores: Giovanni Bazzoni y Adela Latorre Larrodé

Tutor UCM: Marco Castrillón López

Alumno: Alejandro Gil García

Curso: 2019/2020

Título: Estructuras complejas simplécticas invariantes en dimensión 4

Resumen: En una variedad diferencial real de dimensión par hay dos clases estructuras geométricas muy importantes: las estructuras complejas y las estructuras simplécticas. Cuando una variedad es a la vez compleja y simpléctica, puede ocurrir que estas estructuras se combinen y produzcan un tensor simétrico y definido positivo, es decir, una métrica riemanniana; es este el caso de una estructura Kähler.

Por otro lado, una estructura compleja simpléctica en una variedad compleja de dimensión compleja par es una 2-forma holomorfa cerrada y no degenerada. Desde el punto de vista de la geometría compleja, dichas variedades proporcionan ejemplos de variedades complejas con fibrado canónico trivial. Toda variedad holomorfa simpléctica irreducible (hyperkähler) es en particular compleja simpléctica. De manera equivalente, una estructura compleja simpléctica se puede describir por el dato de una estructura simpléctica "real" y de una estructura compleja, que se combinan produciendo otra estructura simpléctica "real".

El objetivo de este trabajo de fin de Máster es estudiar estructuras complejas simplécticas invariantes en grupos de Lie de dimensión 4. Tales grupos de Lie, así como las estructuras complejas y simplécticas invariantes sobre ellos están clasificados, luego será suficiente estudiar si, en cada grupo, las estructuras complejas y simplécticas existentes se pueden combinar para producir una estructura compleja simpléctica. Todo grupo de Lie simpléctico de dimensión 4 es resoluble, luego no compacto. Sin embargo, en ciertos casos, es posible encontrar un subgrupo discreto y co-compacto en el grupo y obtener así ejemplos de 4-variedades compactas dotadas de estructuras complejas simplécticas.