

PROPUESTA DE TRABAJO DE FIN DE MÁSTER
MÁSTER EN MATEMÁTICAS AVANZADAS

Directores: Giovanni Bazzoni

Tutor UCM: Raquel Díaz Sánchez

Alumno: Jorge López Vega

Curso: 2019/2020

Título: Grupos de homotopía de esferas

Resumen: El n -ésimo grupo de homotopía de un espacio topológico puntado X es el conjunto de clases de homotopía de aplicaciones continuas de la n -esfera en X que preservan el punto base. Los grupos de homotopía son invariantes muy refinados de un espacio topológico: el teorema de Whitehead afirma que una aplicación entre CW complejos que induce isomorfismos entre los grupos de homotopía correspondientes es una equivalencia homotópica.

Es natural investigar los grupos de homotopía de las esferas. La tarea es esencialmente más complicada que el cálculo de sus grupos de homología. En 1931 Hopf probó que el tercer grupo de homotopía de la 2-esfera es isomorfo a los enteros, generado por la aplicación de Hopf. De hecho, se ha probado recientemente que el n -ésimo grupo de homotopía de la 2-esfera es no nulo para todo n mayor o igual que 2.

Este trabajo de fin de máster tiene dos objetivos. En primer lugar, se estudian varias herramientas de teoría de homología y de homotopía, como la sucesión espectral de una fibración, la fibración en caminos, los espacios de Eilenberg-MacLane y las torres de Postnikov y de Whitehead. En segundo lugar, se aplicarán estas técnicas al cálculo explícito de algunos grupos de homotopía de la 2-esfera y de la 3-esfera.