

# XIV Workshop de Jóvenes Investigadores

FACULTAD DE CIENCIAS MATEMÁTICAS,  
UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID,

21-23 DE SEPTIEMBRE DE 2020

## PROGRAMA

### Lunes

- 10:00-10:15: Inauguración
- 10:15-11:15: **Mario García-Fernández** (UAM)  
*Generalized Ricci flow*
- 11:15-12:00: **Federico Cantero Morán** (UAM)  
*An overview on Khovanov spectra*
- 12:30-13:00: **Manuel Mellado Cuerno** (UAM)  
*Convergencia de variedades con curvatura totalmente acotada*
- 13:00-13:30: **Daniel Miguel Treviño** (UCM)  
*Homotopía en categoría de modelos*
- 16:00-17:00: **Mihaela Negreanu Pruna** (UCM)  
*Global existence and asymptotic behavior of solutions to a chemotaxis system with chemicals*
- 17:00-17:30: **Víctor Navarro Fernández** (UCM)  
*Existencia de soluciones y comportamiento asintótico de un sistema depredador-presa con quimiotaxis*
- 17:30-18:00: **Antonio M. Vargas Ureña** (UCM)  
*Global existence and asymptotic behavior of solutions of a chemotaxis system with periodic terms*
- 18:30-19:00: **Celia del Buey de Andrés** (UAM)  
*La multiplicidad como invariante en resolución de singularidades*
- 19:00-19:30: **Manuela García Barrios** (UCM)

### Martes

- 10:00-11:00: **Dragan Vukotić** (UAM)  
*Operadores de composición ponderados que son isométricos o invertibles en espacios de Banach de funciones analíticas*
- 11:30-11:45: **Adela Latorre Larrodé** (UPM)  
*Estructuras complejas, métricas compatibles y deformaciones*
- 12:15-12:45: **Adrián Linares Romero** (UAM)  
*Norms of inclusions between some classical function spaces*
- 12:45-13:15: **Rosalío Reyes Guillermo** (UC3M)  
*Study of the hyperbolicity constant of the complementary prism*
- 16:15-17:00: **Óscar Domínguez Bonilla** (UCM)  
*New Brezis–van Schaftingen–Yung–Sobolev type inequalities via maximal operator*
- 17:00-17:30: **Abel Díaz González** (UC3M)  
*Discrete-Continuous Jacobi-Sobolev Spaces and Fourier Series*
- 17:45-18:15: **Javier Alejandro Quintero Roba** (UC3M)  
*Polynomial Best Approximation in Sobolev Spaces*
- 18:15-18:45: **Luis G. González Ricardo** (UC3M)  
*On multi-level Hermite-Padé approximation of certain class of meromorphic functions*

### Miércoles

- 10:00-11:00: **Marina Logares Jiménez** (UCM)  
*Poisson and symplectic geometry of the moduli spaces of Higgs bundles*

11:30-11:45: **Juan Viu Sos** (UPM)

*Topología encajada y combinatoria de configuraciones de rectas proyectivas: algunos contraejemplos usando GeoGebra*

12:15-12:45: **Lucía Martín-Merchán** (UMA)

*Resolución de orbifolds simplécticos de dimensión 4*

12:45-13:15: **Tayomara Anjara Borsich González** (UCM)

*Grupos topológicos: topología de Mackey y grupos  $g$ -barreled*

ABSTRACTS

## Generalized Ricci flow

Mario García-Fernández

UAM

The generalized Ricci flow equation is a geometric evolution equation which has recently emerged from investigations into mathematical physics, Hitchin's generalized geometry program, and complex geometry. The generalized Ricci flow can be regarded as a tool for constructing canonical metrics in generalized geometry and complex non-Kähler geometry, and extends the fundamental Hamilton/Perelman theory of Ricci flow. In this talk I will give an introduction to this topic, with a special emphasis on examples and geometric aspects of the theory. Based on joint work with Jeffrey Streets (UC Irvine), arXiv:2008.07004

---

## An overview on Khovanov spectra

Federico Cantero Morán

UAM

Khovanov spectra are novel invariants of knots that were discovered by Lipshitz and Sarkar almost ten years ago. They are one of the first and simpler instances of a successful application of the program of *topological categorification*, as devised by Cohen, Jones and Segal in the nineties. They take values on spectra (topological spaces up to suspension) and thus bring unexpected interactions between algebraic topology and knot theory.

---

## Convergencia de variedades con curvatura totalmente acotada

Manuel Mellado Cuerno

UAM

A la hora de estudiar las consecuencias topológicas de la curvatura, una de las herramientas más exitosas es la distancia de Gromov Hausdorff, que nos permite estudiar convergencias de variedades bajo ciertas restricciones métricas. En esta charla, nos enfocaremos al caso de convergencia de variedades con cotas en el valor absoluto de la curvatura. Explicaremos brevemente alguno de los resultados principales del área (Cheeger-Gromov, Fukaya, Naber-Tian), y ciertas cuestiones abiertas cuando se examina el caso del colapso surgidas a raíz del estudio de codimensión 1 debido a Roos. Si el tiempo lo permite, explicaremos algunos de nuestros resultados, donde hace su aparición el *filling radius* de Gromov

---

## Homotopía en categoría de modelos

Daniel Miguel Treviño  
UCM

Las categorías de modelos fueron definidas por Daniel Quillen con el objetivo de generalizar y extender la homotopía a otros ámbitos de las matemáticas. En la exposición, veremos cómo se definen estas categorías y cómo construimos en ellas una nueva noción de homotopía. Esto lo haremos observando la teoría de homotopía ya conocida en espacios topológicos. Por otro lado, también estudiaremos su aplicación en complejos de cadenas no negativamente graduados y veremos algunos ejemplos interesantes.

---

## Global existence and asymptotic behavior of solutions to a chemotaxis system with chemicals

Mihaela Negreanu Pruna  
UCM

We present a general asymptotic stabilization of arbitrary global positive bounded solutions for the Lotka-Volterra reaction-diffusion systems, with an additional chemotactic influence and constant coefficients. We consider the dynamics of a mathematical model involving two biological species, both of which move according to random diffusion and are attracted/repulsed by chemical stimulus produced by the other. The biological species present the ability to orientate their movement towards the concentration of the chemical secreted by the other species. The nonlinear system consists of two parabolic equations with Lotka-Volterra-type kinetic terms coupled with chemotactic cross-diffusion, along with two elliptic equations describing the behavior of the chemicals. We prove that the solution to the corresponding Neumann initial boundary value problem is global and bounded for regular and positive initial data. Moreover, for different ranges of parameters, we show that any positive and bounded solution converges to a spatially constant homogeneous state.

---

## Existencia de soluciones y comportamiento asintótico de un sistema depredador-presa con quimiotaxis

Víctor Navarro Fernández  
UCM

En este trabajo se estudia un modelo no lineal de reacción-difusión de ecuaciones en derivadas parciales que describe la evolución de un sistema parabólico-parabólico-ordinario depredador-presa con quimiotaxis y término de depredadores inactivos. La quimiotaxis en este contexto afecta dando lugar a dos sistemas diferentes: en primer lugar los depredadores activos dirigen su movimiento hacia las zonas de mayor densidad de inactivos y en segundo lugar se añade otra quimiotaxis en el mismo sentido en el término de las presas. Para comenzar se demuestra la existencia y unicidad de soluciones clásicas y la acotación uniforme en ambos sistemas utilizando el método iterativo de Moser-Alikakos. A continuación se estudia el comportamiento asintótico de las soluciones, se determinan los estados estacionarios constantes y se analiza su estabilidad global. Por último se realiza una aproximación numérica al sistema a través del método de Diferencias Finitas Generalizadas, se diseña un

esquema numérico para el sistema, se demuestra su convergencia y se aplica al modelo clásico de Rosenzweig-MacArthur para obtener un mejor entendimiento de la dinámica del sistema.

---

## Global existence and asymptotic behavior of solutions of a chemotaxis system with periodic terms

Antonio M. Vargas Ureña

UCM

We consider a chemotactic PDEs system for the density of a biological population "u" and a chemical substance "v" in a bounded domain  $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ . The evolution of the system is described by a parabolic and an elliptic partial differential equation. In the first equation we consider a logistic growth term of the form  $\mu u(1 + f(x, t) - u)$ . Here, function  $f$  models the resources of the system and has the following periodic asymptotic behavior

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \sup_{x \in \Omega} |f(x, t) - f^*(t)| = 0,$$

where  $f^*$  is a time-periodic function. Global existence in any dimension is studied. Under the condition on the constant chemosensitivity

$$2\chi < \mu$$

and suitable assumptions on the initial data and the function  $f$ , we prove that the solution of the system also has periodic asymptotic behavior, using a comparison method.

### REFERENCES

- [1] Pao CV. *Comparison methods and stability analysis of reaction-diffusion systems*, in the book *Comparison Methods and Stability Theory*, Lecture Notes in Pure and Appl. Math., **162**, pp 277–292. Dekker, New York, 1994.
- [2] Winkler, M. (2010), *Boundedness in the higher-dimensional parabolic-parabolic chemotaxis system with logistic source*. Communications in Partial Differential Equations **35** (8), 1516-1537.
- [3] Negreanu, M., Tello, J.I. (2013), *On a Comparison method to reaction diffusion systems and applications*. Discrete and Continuous Dynamical Systems. Series B. **18** (10), 2669-2688.
- [4] . Negreanu, J.I. Tello, A.M. Vargas, *On a parabolic-elliptic chemotaxis system with periodic asymptotic behavior*, Mathematical Methods in Applied Sciences, 2019, <https://doi.org/10.1002/mma.5423>.

---

## La multiplicidad como invariante en resolución de singularidades

Celia del Buey de Andrés

UAM

Sea  $X$  una variedad algebraica sobre un cuerpo perfecto. Veremos esta variedad como un recubrimiento finito de una variedad regular  $X \rightarrow V$ . Nuestro objetivo es presentar la multiplicidad como invariante principal para resolver las singularidades de la variedad en característica cero y describir algunos de los problemas que aparecen al realizar este estudio en característica positiva.

---

## TBA

Manuela García Barrios  
UCM

---

### Operadores de composición ponderados que son isométricos o invertibles en espacios de Banach de funciones analíticas

Dragan Vukotić  
UAM

En espacios de Banach de funciones analíticas que nos son de Hilbert, las isometrías (al menos, las suprayectivas) suelen ser operadores de composición ponderados, en analogía con el teorema clásico de Banach-Lamperti. En la literatura del último cuarto de siglo se encuentran varios trabajos en los que se estudia cuándo un operador de composición ponderado (o incluso un simple operador de composición) que actúa en ciertos espacios o clases de funciones es isométrico y cuándo es invertible (equivalentemente, suprayectivo). Con frecuencia, la respuesta es fácil de conjeturar pero no tan sencilla de demostrar. En colaboración con Irina Arévalo y, más recientemente, con Alejandro Mas, hemos encontrado nuevas caracterizaciones de los operadores de composición ponderados que son invertibles o a la vez isométricos y sobreyectivos. Dichas caracterizaciones se formulan para varias clases muy amplias de espacios abstractos de Banach de funciones analíticas (en el disco o en otros dominios en el plano) que cumplen tan sólo un pequeño número de axiomas naturales, lo cual generaliza o complementa varios trabajos anteriores. En esta conferencia haremos un breve repaso de algunos de los resultados obtenidos.

---

### Estructuras complejas, métricas compatibles y deformaciones

Adela Latorre Larrodé  
UPM

Las variedades complejas son espacios que localmente se parecen a  $\mathbb{C}^n$  y cuyos cambios de cartas son biholomorfos. Gracias al teorema de Newlander-Nirenberg sabemos que, equivalentemente, estas variedades pueden verse como pares  $(M, J)$  donde  $M$  es una variedad diferenciable de dimensión par y  $J$  es lo que llamamos una estructura compleja. Puesto que  $M$  puede dar lugar a distintas variedades complejas según la  $J$  tomada, nos podemos plantear qué propiedades de  $(M, J)$  se conservan cuando consideramos una nueva variedad compleja  $(M, J_t)$  con  $J_t$  “suficientemente próxima” a  $J$ . En esta charla, presentaremos algunos tipos de métricas que aparecen en Geometría Compleja y conoceremos qué sucede con su existencia al fijar la variedad diferenciable  $M$  y variar la estructura compleja.

---

## Norms of inclusions between some classical function spaces

Adrián Llinares Romero

UAM

It is well known that an arbitrary analytic (conformally invariant) Besov space  $B^p$  is contained in the Bloch space  $\mathcal{B}$  of all analytic functions in the disk with bounded invariant derivative. Also, it is well known that the Bloch space is contained in every Bergman space  $A^p$  of  $p$ -integrable analytic functions with respect to Lebesgue area measure, where  $1 \leq p < \infty$ . Moreover, all these inclusions are compact operators.

In this joint work with D. Vukotić, we compute the exact values of the norm of the inclusion operator from  $B^p$ ,  $1 < p < \infty$ , into the Bloch space. The norm of the inclusion of  $\mathcal{B}$  into  $A^p$  is a more delicate question: we show that it is exactly one when  $1 \leq p \leq p_0$  for some  $p_0 > 2$  but it blows up as  $p \rightarrow \infty$ . We address the questions of precise asymptotic order of the norm for large values of  $p$  and the accurate value of  $p_0$ .

---

## Study of the hyperbolicity constant of the complementary prism

Rosalío Reyes Guillermo

UC3M

Gromov hyperbolicity is an interesting geometric property, and so it is natural to study it in the context of geometric graphs. The complementary prism of a graph  $G$ , denoted by  $G\overline{G}$  is given by the disjoint union of  $G$  and  $\overline{G}$  adding edges between the corresponding vertices of  $G$  and  $\overline{G}$ . In this work we study the hyperbolicity constant for the complementary prism of a graph.

---

## New Brezis–van Schaftingen–Yung–Sobolev type inequalities via maximal operator

Óscar Domínguez Bonilla

UCM

The celebrated Bourgain-Brezis-Mironescu formula enables us to recover Sobolev spaces in terms of limits of Gagliardo (semi-)norms. Very recently, Brezis, van Schaftingen and Yung (BvSY) have proposed an alternative methodology to approach Sobolev spaces via limits of weak-type Gagliardo norms. The goal of this talk is to show that the BvSY result is a special case of a more general phenomenon based on maximal inequalities. In particular, we shall derive not only analogs of the BvSY theorem for different kinds of function spaces (Lebesgue, Calderon, Besov, higher-order Sobolev, ...), but also applications to ergodic theory, Fourier series, PDE's, interpolation theory etc. This is joint work with Mario Milman (Florida Atlantic University and Instituto Argentino de Matemática).

---



# Discrete-Continuous Jacobi-Sobolev Spaces and Fourier Series

Abel Díaz González

UC3M

In this talk, we summarize the main advances on the convergence of the Fourier-Sobolev series, in norms of type  $L_p$ , cases continuous and discrete. We study the completeness of the Sobolev space associated with the Sobolev norm and the density of the polynomials. Furthermore, we obtain the conditions for the convergence in Sobolev norm of the partial sum of the Fourier-Sobolev series of orthogonal polynomials with respect to the corresponding inner product when  $p = 2$ .

---

## Polynomial Best Approximation in Sobolev Spaces

Javier Alejandro Quintero Roba

UC3M

In this talk we give a characterization of the best polynomial approximation element for a given function  $f$  in certain Sobolev space  $W(\mu)^{(m,p)}$ , where  $1 \leq p < \infty$ . To this end we use intrinsic properties of the functions in  $W^{(m,p)}(\mu)$  and the strict convexity of  $L^p$ -spaces for  $1 < p < \infty$ . If  $p = 1$  the notion of strict convexity is lost; however, we find the characterization considering  $W^{(m,1)}(\mu)$  as a special subset of a cartesian product of certain  $L^1$ -spaces. Although the methods differs in each case, the characterization in the latter case is consistent with the former one.

---

## On multi-level Hermite-Padé approximation of certain class of meromorphic functions

Luis G. González Ricardo

UC3M

The talk will deal with the proof of Markov and Stieltjes type theorems for the convergence of Hermite-Padé approximants of certain type of meromorphic functions, given by rational perturbation with real coefficients of a Nikishin system of functions. Moreover, we study the zero location of the corresponding multi-orthogonal polynomials, and its logarithmic asymptotic.

### REFERENCES

- [1] L. G. González Ricardo, G. López Lagomasino, S. Medina Peralta. Logarithmic asymptotic of multi-level Hermite-Padé polynomials. arxiv 2002.06194.
  - [2] L. G. González Ricardo, G. López Lagomasino, S. Medina Peralta. On the convergence of multi-level Hermite-Padé approximants for a class of meromorphic functions. arxiv 2001.08276
-

## Poisson and symplectic geometry of the moduli spaces of Higgs bundles

Marina Logares Jiménez

UCM

I will talk about some natural Poisson and symplectic properties of the moduli spaces of Higgs bundles when some extra structure, such as a framing, is added. This is an overview of various past and ongoing work with I. Biswas, J. Martens, A. Peón-Nieto and S. Szabó. I will not assume any previous knowledge on the subject.

---

## Topología encajada y combinatoria de configuraciones de rectas proyectivas: algunos contraejemplos usando GeoGebra

Juan Viu Sos

UPM

Una *configuración de rectas*  $\mathcal{A} = \{L_0, \dots, L_n\}$  es una colección finita de rectas en  $\mathbb{C}\mathbb{P}^2$ , cuya *combinatoria* está descrita por el *grafo de incidencia* entre rectas  $\Gamma_{\mathcal{A}}$ .

Un problema clásico en configuraciones de rectas consiste en el estudio de la influencia de  $\Gamma_{\mathcal{A}}$  en la topología del encaje  $(\mathbb{C}\mathbb{P}^2, \mathcal{A})$ . Un par de configuraciones combinatoriamente equivalentes pero con distinta topología es llamado *par de Zariski*.

A la hora actual, sólo se conocían 3 ejemplos de pares de Zariski, siendo el primero de ellos construido por Rybnikov en 1994 y constando de 11 rectas. Debido a la complejidad tanto de las propiedades combinatorias como en el cálculo de invariantes topológicos usuales (como el grupo fundamental del complemento), todos estos pares de Zariski han requerido de cálculos por ordenador en algún paso para poder distinguir su topología.

En esta charla, presentamos un método de construcción de nuevos pares de Zariski basado en configuraciones de puntos con pesos en  $\mathbb{R}\mathbb{P}^2$ . Combinando nuestro método con el uso de GEOGEBRA, construiremos un nuevo par de Zariski de 13 rectas con propiedades muy interesantes.

Trabajo conjunto con Benoît Guerville-Ballé.

---

## Resolución de orbifolds simplécticos de dimensión 4

Lucía Martín-Merchán

UMA

La resolución de singularidades es un problema clásico en geometría algebraica que también puede plantearse en geometría simpléctica, aunque aún no se han desarrollado técnicas que permitan realizarla bajo condiciones generales. No obstante, esta herramienta ha resultado muy útil para construir ejemplos de variedades simplécticas con alguna propiedad topológica prescrita. En esta charla abordaremos la resolución de orbifolds simplécticos de dimensión 4, esto es, espacios simplécticos localmente modelados en el cociente de una bola 4-dimensional por la acción de un grupo finito.

---

# Grupos topológicos: topología de Mackey y grupos $g$ -barreled

Tayomara Anjara Borsich González

UCM

La categoría de los grupos topológicos abelianos contiene en particular a los espacios vectoriales topológicos. Por esta razón es natural extender grandes resultados del Análisis Matemático relativos a dichos espacios y, en particular, a los espacios localmente convexos, a la clase más amplia de los grupos topológicos. La noción de grupo localmente cuasi-convexo ha sido un instrumento formidable para este fin.

En esta charla nos centraremos en el Teorema de Mackey-Arens, resultado bien conocido en el marco de los espacios localmente convexos. Veremos que su generalización a grupos topológicos localmente cuasi-convexos presenta obstrucciones y, de hecho, no puede enunciarse de una forma totalmente análoga en esta clase de grupos que a su vez contiene a los espacios localmente convexos. Estudiaremos los grupos  $g$ -barreled (noción inspirada en la de espacios tonelados), que constituye una clase de grupos topológicos en la que tiene validez el teorema análogo al de Mackey-Arens.

---